

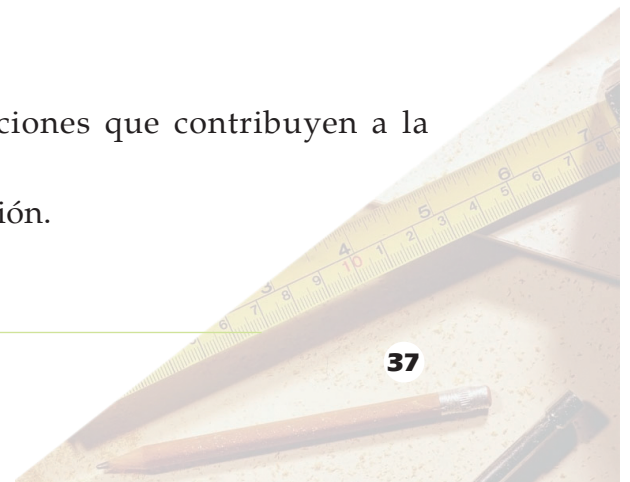
Guía 3

LOS SENOS Y COSEENOS TIENEN SUS LEYES



Indicadores de logros

- ✓ Aplica la Ley de Senos en la resolución de triángulos y en el cálculo de sus áreas.
- ✓ Aplica la Ley de Cosenos en la resolución de triángulos cuando no se pueden resolver con la Ley de Senos.
- ✓ Identifica problemas, causas y consecuencias y establece una definición de éstos (**SOLUCIÓN DE PROBLEMAS**).
- ✓ Aporta soluciones y evalúa alternativas.
- ✓ Ejecuta en la medida de sus posibilidades, acciones que contribuyen a la solución.
- ✓ Hace seguimiento a la solución y retroalimentación.



Solución creativa de problemas

Con los compañeros, analicemos y saquemos conclusiones del siguiente contenido. Si se nos presentan dudas, invitemos a nuestro profesor, para que nos aporte sus conceptos.

La SOLUCIÓN DE PROBLEMAS es la competencia que se trabajará en esta guía. La solución creativa de problemas es la capacidad de identificar adecuadamente un problema, analizando sus síntomas, causas y consecuencias, de forma tal que se pueda definir claramente para entrar a aportar soluciones.

Problema es una situación para la cual no se tienen respuestas ciertas e inmediatas, pero que son susceptibles de modificarse y representan un reto para la imaginación.

Persona creativa es aquella que no le rehuye a los problemas, sino que los identifica más oportunamente que el resto, se deja interpelar por ellos y los convierte en oportunidades de transformación de su entorno.

Para solucionar un problema se proponen los siguientes pasos:

- * **COMPRESIÓN DEL PROBLEMA.** Tiene que ver con la recolección de información, el análisis flexible de los puntos de vista, de las causas, de los recursos; en una palabra se debe tener una visión amplia y profunda de todos los factores que configuran la situación problema.
- * **ALEJAMIENTO DEL PROBLEMA.** Consiste en un “olvido temporal” del problema. Es una fase de generación de ideas, pues el objetivo es olvidarse de los lugares comunes y de las soluciones obvias, con el fin de descubrir nuevas relaciones y de encontrar nuevos puntos de vista.
- * **DISEÑO Y PUESTA EN MARCHA DE LA SOLUCIÓN.** Implica definir acciones para cada uno de los factores claves y organizarlos en un plan coherente: ¿qué se va a hacer, quién lo va hacer, por qué, cómo, cuándo y dónde?
- * **Tratemos de establecer la diferencia entre las competencias: “SOLUCIÓN DE CONFLICTOS”** vista en la guía anterior y **“SOLUCIÓN DE PROBLEMAS”**.

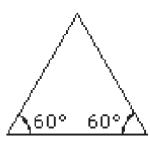
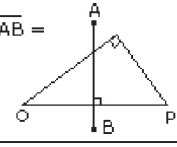
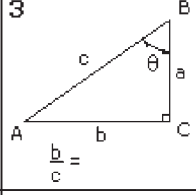
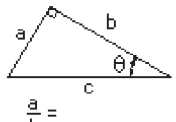

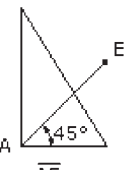
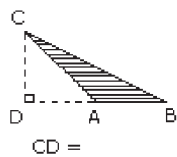
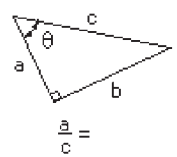
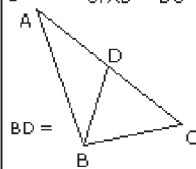
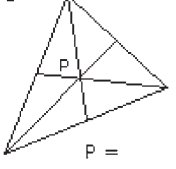
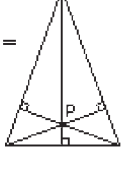
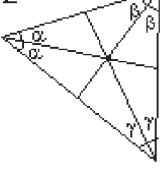
La metodología ESCUELA NUEVA ha aportado diferentes etapas para la solución creativa de problemas de aprendizaje.

Veamos, por ejemplo, que la **vivencia** se puede realizar de una manera creativa.



LOS SENOS Y COSENOS TIENEN SUS LEYES

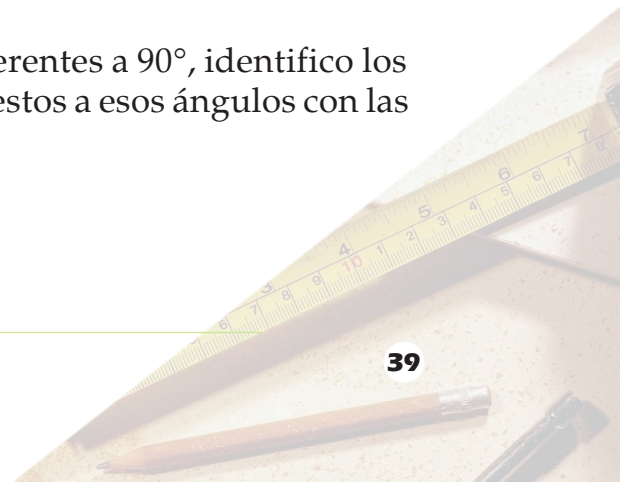
Tomo un juego de PIÉNSALO y resuelvo el siguiente ejercicio. La solución del ejercicio, es una actividad de mucha creatividad, que me permitirá demostrar cuánto sé en relación con triángulos, senos y cosenos.

1 	2 si $\overline{OB} = \overline{BP}$ 	3 	4 	5 	6 
7 	8 	9 si $\overline{AD} = \overline{DC}$ 	10 	11 	12 
A ALTURA	B MEDIATRIZ	C INCENTRO	D $\text{sen } \theta$	E MEDIANA	F TRIÁNGULO EQUILÁTERO
G $\text{tan } \theta$	H $\text{cos } \theta$	I BISECTRIZ	J ORTOCENTRO	K TRIÁNGULO ISÓSCELES	L BARICENTRO

Presento el ejercicio resuelto al profesor.

Siguiendo con la VIVENCIA, realizo la siguiente actividad:

- * Dibujó un triángulo escaleno con ángulos diferentes a 90° , identifico los ángulos con las letras A, B y C y los lados opuestos a esos ángulos con las letras a, b y c respectivamente.



* Uso una regla para medir a, b y c y un transportador para medir $\angle A, \angle B$, y $\angle C$.

* Uso una calculadora para obtener las relaciones $\frac{\text{Sen } A}{a}, \frac{\text{Sen } B}{b}$ y $\frac{\text{Sen } C}{c}$

* ¿Cómo son estos tres resultados?

* Repito la actividad con un segundo triángulo. ¿Qué puedo concluir?

Presento mi trabajo al profesor y comparto mi conclusión.



TEOREMA O LEY DE LOS SENOS

La actividad anterior sugiere una relación llamada LEY DE LOS SENOS. Consigno en mi cuaderno la siguiente LEY con su correspondiente demostración.

Para cualquier $\triangle ABC$ en el cual a, b y c son longitudes de los lados opuestos a los ángulos con medidas A, B y C , respectivamente,

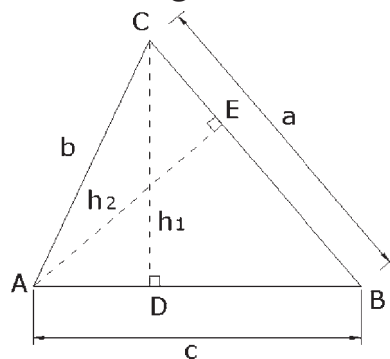
$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

La Ley de Senos también puede ser expresada en la siguiente forma alternativa:

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

Demostración

Caso 1. Todos los ángulos son agudos.



En $\triangle ACD$, $\text{Sen } A = \frac{h_1}{b}$, entonces $h_1 = b \text{ sen } A$ (1)

En $\triangle BCD$, $\text{Sen } B = \frac{h_1}{a}$, entonces $h_1 = a \text{ sen } B$ (2)

De (1) y (2): $b \text{ sen } A = a \text{ sen } B$

Dividiendo ambos lados por ab : $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}$

En forma similar,

En $\triangle ABE$, $\text{Sen } B = \frac{h_2}{c}$, entonces $h_2 = c \text{ sen } B$ (3)

En $\triangle ACE$, $\text{Sen } C = \frac{h_2}{b}$, entonces $h_2 = b \text{ sen } C$ (4)

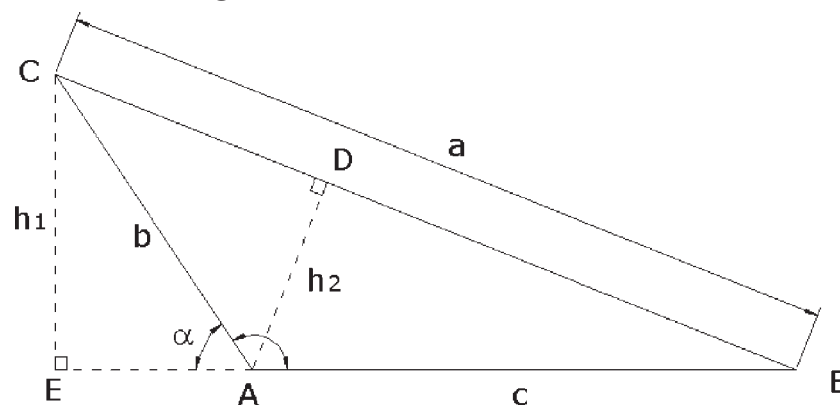
De (3) y (4): $c \text{ sen } B = b \text{ sen } C$

Dividiendo ambos lados por bc : $\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$

Por lo tanto,

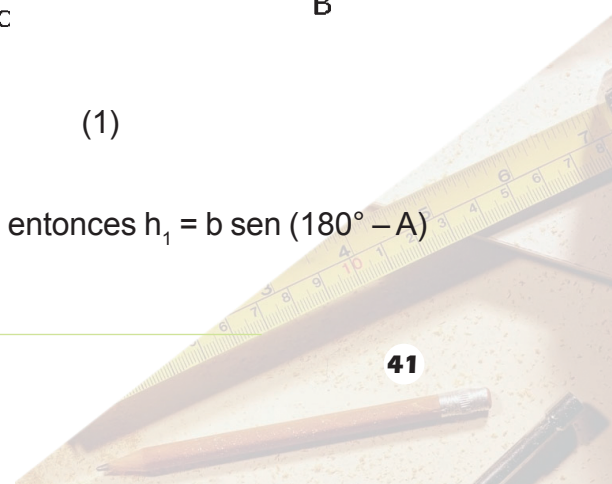
$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

Caso 2. Uno de los ángulos es obtuso.



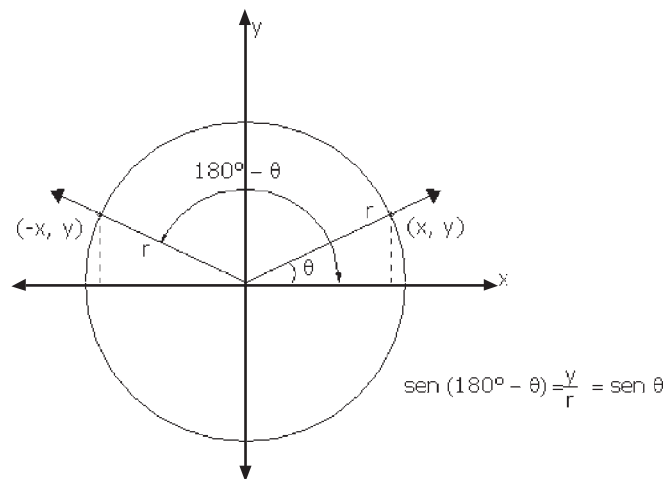
En $\triangle BCE$, $\text{sen } B = \frac{h_1}{a}$, entonces $h_1 = a \text{ sen } B$ (1)

En $\triangle ACE$, $\text{sen } \alpha = \text{sen } (180^\circ - A) = \frac{h_1}{b}$, entonces $h_1 = b \text{ sen } (180^\circ - A)$



Pero $\text{sen}(180^\circ - A) = \text{sen } A$
(Analice la gráfica)

$$h_1 = b \text{ sen } A \quad (2)$$



De (1) y (2): $b \text{ sen } A = a \text{ sen } B$

Dividiendo ambos lados por ab : $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}$

En forma similar,

En $\triangle ABD$, $\text{Sen } B = \frac{h_2}{c}$, entonces $h_2 = c \text{ sen } B$ (3)

En $\triangle ACD$, $\text{Sen } C = \frac{h_2}{b}$, entonces $h_2 = b \text{ sen } C$ (4)

De (3) y (4): $c \text{ sen } B = b \text{ sen } C$

Dividiendo ambos lados por bc : $\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$

Por lo tanto,

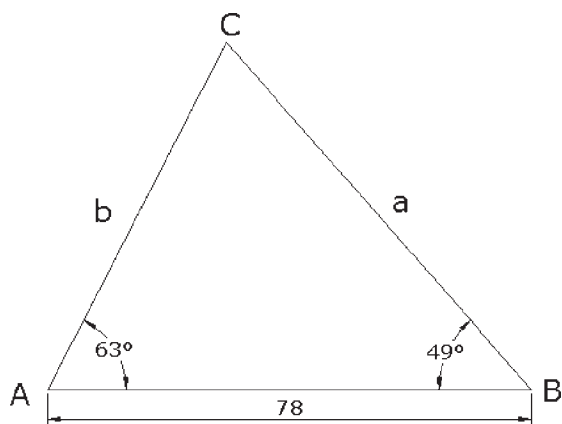
$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

Analizo los siguientes ejemplos y resuelvo en mi cuaderno los ejercicios propuestos.



La LEY DE SENOS puede ser usada para encontrar los lados desconocidos de un triángulo cuando se conocen las medidas de dos ángulos y el lado incluido.

EJEMPLO 1. Resuelvo el triángulo ΔABC correspondiente a la figura, si $\angle A = 63^\circ$, $\angle B = 49^\circ$, y $c = 78$.



$$\begin{aligned}\angle A &= 63^\circ & a &= ? \\ \angle B &= 49^\circ & b &= ? \\ \angle C &= ? & c &= 78\end{aligned}$$

Cálculo de $\angle C$

$$\angle C = 180^\circ - (63^\circ + 49^\circ) = 68^\circ$$

Cálculo de a

Aplico la Ley de Senos: $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } C}{c}$

$$a = \frac{c \text{ Sen } A}{\text{Sen } C} = \frac{78 \text{ sen } 63^\circ}{\text{sen } 68^\circ} = 74.95 \approx 75$$

$$a = 75$$

Cálculo de b

Aplico la Ley de Senos: $\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$

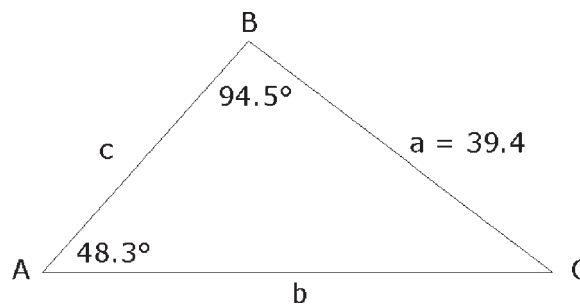
$$b = \frac{c \text{ Sen } B}{\text{Sen } C} = \frac{78 \text{ sen } 49^\circ}{\text{sen } 68^\circ} = 63.44 \approx 63$$

$$b = 63$$



La LEY DE SENOS también puede ser usada cuando se conocen las medidas de dos ángulos y el lado opuesto a uno de ellos.

EJEMPLO 2. Resuelvo el triángulo $\triangle ABC$ de la derecha, Si el $\angle A = 48.3^\circ$, el $\angle B = 94.5^\circ$ y el lado opuesto al $\angle A$, $a = 39.4$.



Cálculo de $\angle C$

$$\angle C = 180^\circ - (94.5^\circ + 48.9^\circ) = 37.2^\circ$$

Cálculo de b

Aplico la Ley de Senos: $\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}$

$$b = \frac{a \text{ Sen } B}{\text{Sen } A} = \frac{39.4 \text{ sen } 94.5^\circ}{\text{sen } 48.3^\circ} = 52.6$$

$$b = 52.6$$

Cálculo de c

Aplico la Ley de Senos: $\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{c}{\text{Sen } C}$

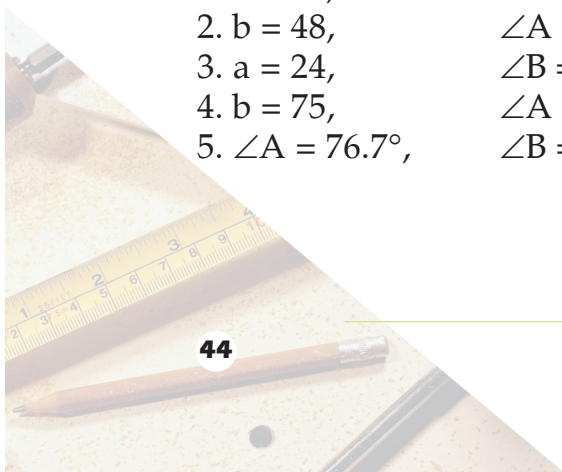
$$c = \frac{a \text{ Sen } C}{\text{Sen } A} = \frac{39.4 \text{ sen } 37.2^\circ}{\text{sen } 48.3^\circ} = 31.9$$

$$c = 31.9$$

La solución creativa de problemas, implica la práctica de una comunicación efectiva y una toma de decisiones de forma asertiva.

EJERCICIOS. Resuelva cada triángulo ABC, con los datos dados.

1. $a = 18$, $\angle B = 46^\circ$, $\angle C = 39^\circ$.
2. $b = 48$, $\angle A = 63^\circ$, $\angle C = 51^\circ$.
3. $a = 24$, $\angle B = 51^\circ$, $\angle C = 38^\circ$.
4. $b = 75$, $\angle A = 42^\circ$, $\angle C = 20^\circ$.
5. $\angle A = 76.7^\circ$, $\angle B = 29.3^\circ$, $c = 87.0$.



Concluidos los ejercicios, socializamos con nuestros compañeros los resultados; además identificamos los problemas que hemos tenido en el grupo, al realizar los ejercicios propuestos, para buscar soluciones que nos favorezcan.

Otra forma de solucionar problemas es la siguiente:

- * Busquemos las causas del problema.
- * Analicemos posibles soluciones
- * Definamos un plan de acción.
- * Comprometamos al profesor en las soluciones.
- * Evaluemos el plan, para comprobar resultados.

Otro **problema** que se presenta con frecuencia en la comunidad educativa, especialmente en el área de Matemáticas, es no entender algún tema.

¿Qué soluciones puedo aportar como estudiante al problema planteado?
Comparto con mi profesor la mejor solución.

Evalúo las siguientes alternativas:

- * Analizar con mayor concentración las instrucciones y contenidos.
- * Pedir al profesor que explique nuevamente.
- * Hacer ejercicios en los que es muy importante saber interpretar la pregunta.

LA LEY DEL COSENO

Con mis compañeros de subgrupo, analizo la demostración de la Ley del Coseno y la consigno en mi cuaderno.

La Ley de Senos no es suficiente para resolver cualquier triángulo. Si se conocen las medidas de dos lados y del ángulo incluido o si se conocen los tres lados, se puede usar la LEY DEL COSENO:

Para cualquier triángulo ABC, donde a, b y c son las medidas de los lados opuestos a los ángulos A, B y C, respectivamente.

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C\end{aligned}$$

DEMOSTRACIÓN. Para probar la Ley del Coseno es necesario considerar dos casos, uno en el que el ángulo incluido es agudo y otro en el que el ángulo es obtuso.

Caso 1. El ángulo incluido es agudo

En el $\triangle ABD$, aplicando el Teorema de Pitágoras

$$\begin{aligned}c^2 &= (a - x)^2 + h^2 \\c^2 &= a^2 - 2ax + x^2 + h^2\end{aligned}\quad (1)$$

$$\text{En el } \triangle ADC, x^2 + h^2 = b^2 \quad (2)$$

$$\text{y } \cos C = \frac{x}{b}, \text{ entonces } x = b \cos C. \quad (3)$$

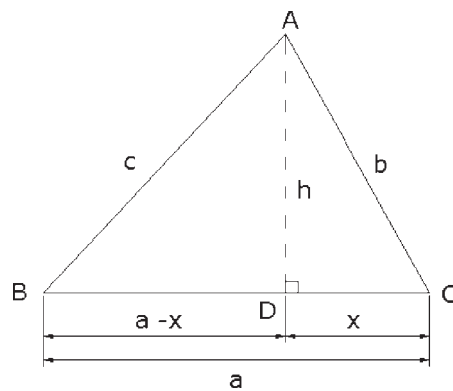
Reemplazo (2) y (3) en (1)

$$c^2 = a^2 - 2a(b \cos C) + b^2$$

Por lo tanto, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

En forma similar, se puede demostrar que:

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B\end{aligned}$$



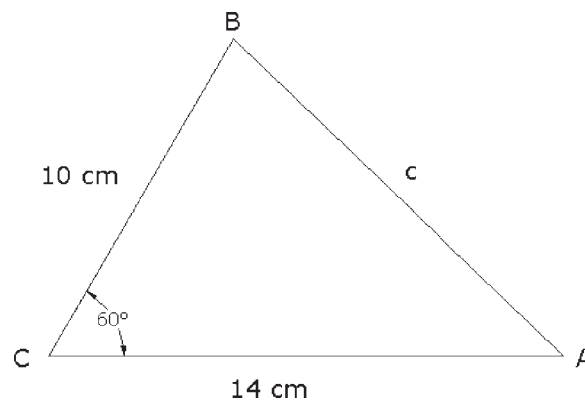
Analizo los siguientes ejemplos y resuelvo en mi cuaderno los ejercicios propuestos.

EJEMPLO 3. Encuentro la longitud del lado c del triángulo dado.

$$\begin{aligned}\angle C &= 60^\circ \\a &= 10 \text{ cm.} \\b &= 14 \text{ cm.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\c^2 &= 10^2 + 14^2 - 2(10)(14) \cos 60^\circ \\c^2 &= 156\end{aligned}$$

$$c = 12.49$$



La longitud del lado c, con dos cifras significativas es de 12 cm.

Las dos leyes vistas se pueden usar para resolver un triángulo, con la Ley del Coseno se puede encontrar el lado desconocido y con la Ley de Senos se completa la solución.

EJEMPLO 4. Resuelvo el $\triangle ABC$ si $\angle B = 98.1^\circ$, $a = 17.2$ y $c = 21.5$. Doy la medida de los lados con tres cifras significativas y las medidas de los ángulos aproximadas a décimas de grado.

Cálculo de b

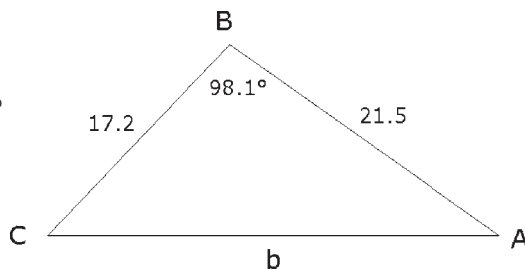
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = (17.2)^2 + (21.5)^2 - 2(17.2)(21.5) \cos 98.1^\circ$$

$$b^2 = 862.3006$$

$$b = 29.3650$$

$$b \approx 29.4$$



Cálculo del $\angle C$

$$\frac{\text{Sen } C}{c} = \frac{\text{Sen } B}{b}, \text{ entonces } \text{sen } C = \frac{c \text{ sen } B}{b}$$

$$\text{sen } C = \frac{21.5 \text{ sen } 98.1^\circ}{29.3650} = 0.7249$$

$$\angle C = 46.5^\circ$$

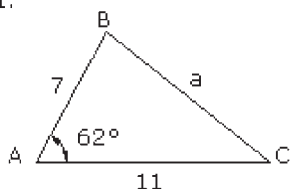
Cálculo del $\angle A$

$$\angle A = 180^\circ - (98.1^\circ + 46.5^\circ) = 35.4^\circ$$

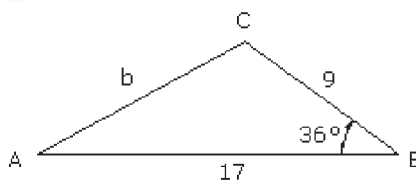
$$\angle A = 35.4^\circ$$

EJERCICIOS. Encuentre la longitud del lado que falta en cada triángulo. Dé la respuesta con dos cifras significativas.

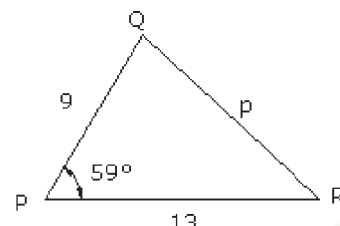
1.



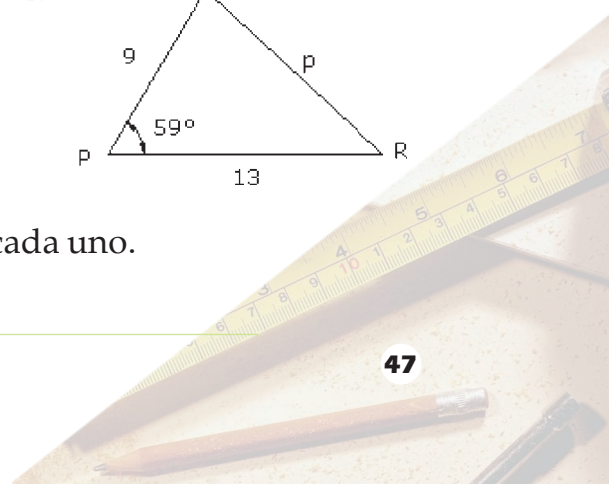
2.



3.



Resuelva cada triángulo PQR. Haga una gráfica de cada uno.



4. $\angle R = 45^\circ$, $p = 13$, $q = 19$.

Dé la respuesta en enteros.

5. $\angle Q = 113^\circ$, $p = 27$, $r = 43$.

Dé la respuesta en enteros.

Un problema muy frecuente entre los estudiantes, especialmente en las áreas de Matemáticas, Química y Física, es precisamente RESOLVER LOS PROBLEMAS.

Los problemas matemáticos tienen por función ayudarle a entender mejor la materia. Sirven también para medir su progreso.

La resolución de problemas no debería considerarse como una simple sustitución de los símbolos de una fórmula por números.

Para resolver problemas matemáticos se deben seguir los siguientes pasos:

- a) ANALIZAR. Piense y pregúntese qué leyes o definiciones debe aplicar y cerciórese de que las conoce y entiende. Adelantar mentalmente el planteamiento de las ecuaciones.
- b) HACER FIGURAS grandes y claras. Identificar las cantidades conocidas y desconocidas.
- c) ESCRIBIR LAS ECUACIONES MATEMÁTICAS que ligan las cantidades en juego. Es la parte más interesante y también la más difícil. Es necesario plantear un sistema de n ecuaciones con n incógnitas.
- d) RESOLVER LAS ECUACIONES. Es relativamente la parte más fácil. Las soluciones a los problemas numéricos deben ser casi siempre algebraicas y los datos numéricos sólo deben ser utilizados al final.
- e) VERIFICAR LAS DIMENSIONES y no olvidar las unidades; los valores numéricos deben redondearse a un número de cifras que den sentido físico a la solución.

Con mis compañeros leemos y comentamos el siguiente texto:

“Quien quiera que sea el maestro, llega siempre un momento en que el alumno se encuentra completamente solo frente al problema matemático; si no impulsa a su mente a captar las relaciones, si no produce por sí mismo las conjeturas y los esquemas que se aplican como una rejilla a la cifra considerada y que revelarán sus estructuras principales, si no provoca finalmente una iluminación decisiva, las palabras siguen siendo signos muertos y todo se aprende de memoria.”



Por lo tanto, puedo sentir, si me examino, que lo aprendido no es el resultado mecánico de un procedimiento pedagógico, sino que tiene por origen sólo mi voluntad de atención, sólo mi aplicación, sólo mi rechazo de la distracción o la precipitación y, finalmente, mi mente entera, con exclusión de todos los actores exteriores”.

Jean-Paul Sartre

Analizo cómo se obtuvieron las siguientes fórmulas y las consigno en mi cuaderno.

La ley del Coseno se utiliza también para hallar los ángulos de un triángulo conociendo los tres lados:

Si $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, entonces $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

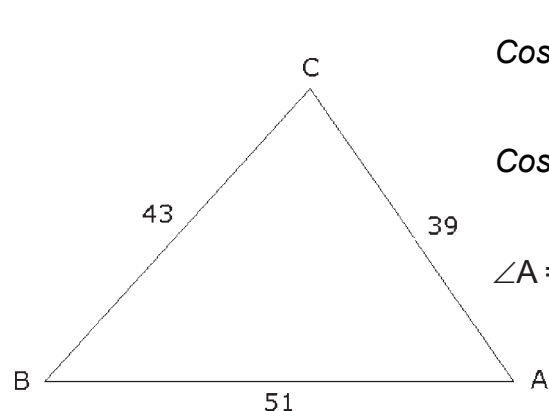
Si $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, entonces $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

Si $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$, entonces $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Estudio los siguientes ejemplos y resuelvo los ejercicios propuestos en mi cuaderno.

EJEMPLO 5. Resuelvo el ΔABC si $a = 43$, $b = 39$ y $c = 51$.

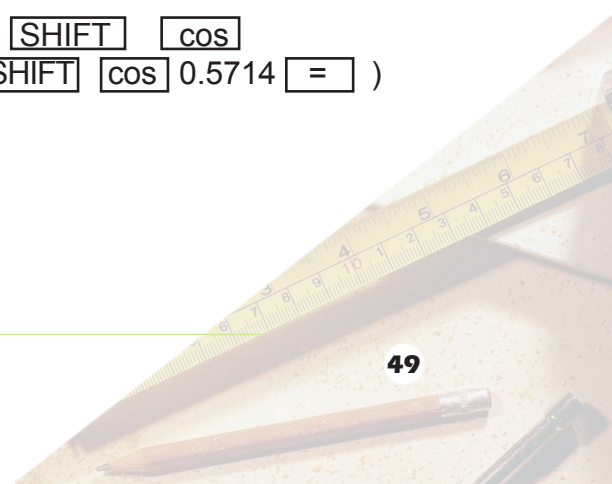
Cálculo del $\angle A$



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{39^2 + 51^2 - 43^2}{2(39)(51)} = 0.5714$$

$\angle A = 55^\circ$ (0.5714 [SHIFT] [cos])
 ó [SHIFT] [cos] 0.5714 [=])



Cálculo del $\angle B$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{43^2 + 51^2 - 39^2}{2(43)(51)} = 0.6678$$

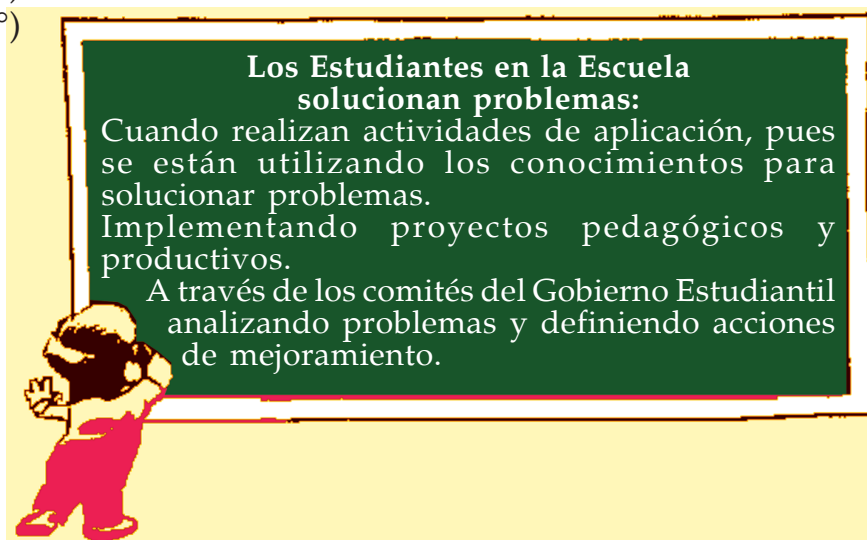
$$\angle B = 48^\circ$$

Cálculo del $\angle C$

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$$

$$\angle C = 180^\circ - (55^\circ + 48^\circ)$$

$$\angle C = 77^\circ$$

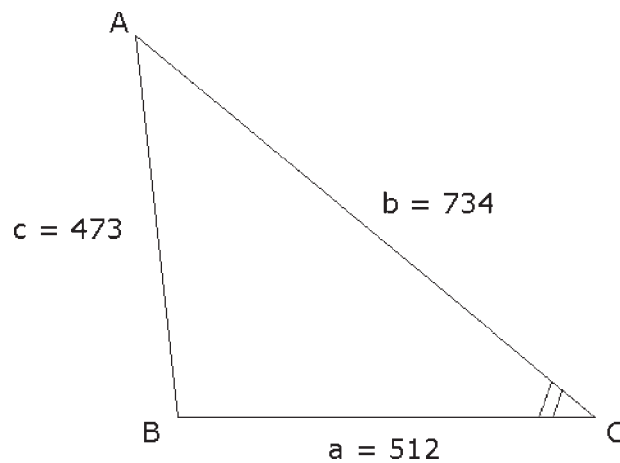


EJEMPLO 6. Los linderos de un campo triangular miden 473 metros, 512 metros y 734 metros. ¿Cuál es la medida del ángulo comprendido entre los lados que miden 512 m y 734 m?

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos C = \frac{512^2 + 734^2 - 473^2}{2(512)(734)} = 0.7679$$

$$\angle C = 39.8^\circ$$



EJERCICIOS.

Encuentre el ángulo pedido utilizando los datos dados. Haga una gráfica aproximada de cada triángulo.

1. $a = 11$, $b = 14$, $c = 17$; $\angle A = ?$

2. $a = 23$, $b = 43$, $c = 31$; $\angle B = ?$

3. $p = 12$, $q = 12$, $r = 17$; $\angle R = ?$

Resuelva cada triángulo PQR. Haga una gráfica de cada uno.

4. $p = 65.5$, $q = 92.7$, $r = 114.0$ Aproxime las respuestas a décimas de grado

5. $p = 104.3$, $q = 135.7$, $r = 154.6$ Aproxime las respuestas a centésimas de grado



LAS LEYES DEL SENO Y COSENO TIENEN MUCHAS APLICACIONES

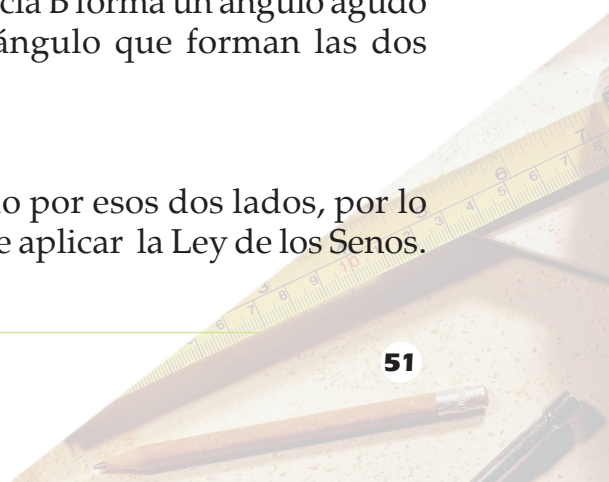
Lo que hemos aprendido en relación con las leyes de Senos y Cosenos lo podemos utilizar en la solución de problemas como calcular alturas, distancias, ángulos, etc.

Retomando el problema de RESOLVER PROBLEMAS académicos, analice la solución del siguiente problema para ver cómo se aplican los pasos sugeridos antes. Después resuelva en el cuaderno los 5 problemas propuestos.

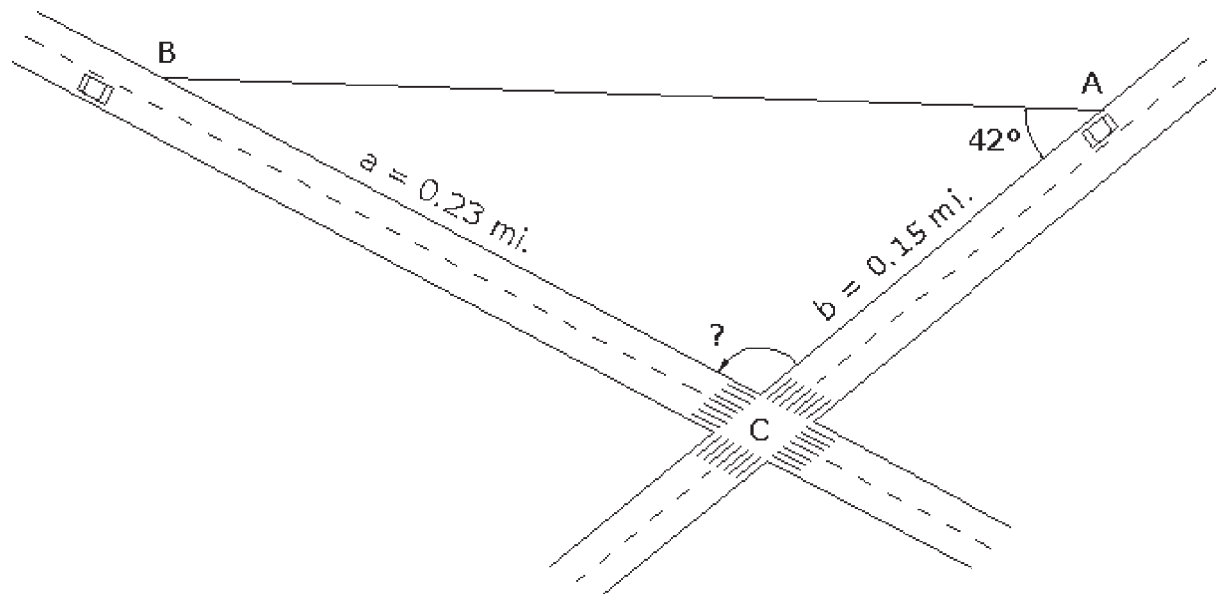
Dos carreteras se intersecan formando un ángulo obtuso. Dos puntos A y B, situados en carreteras diferentes, distan del punto de intersección 0.15 millas y 0.23 millas respectivamente. Si la línea visual de A hacia B forma un ángulo agudo de 42° con la carretera, ¿Cuál es la medida del ángulo que forman las dos carreteras?

Paso a): ¿Qué leyes o definiciones debe aplicar?

Se conocen dos lados y un ángulo no comprendido por esos dos lados, por lo tanto no se puede aplicar la Ley del Coseno. Se debe aplicar la Ley de los Senos.



Paso b): Hacer figuras grandes y claras.



Paso c): Escribir las ecuaciones matemáticas que ligan las cantidades en juego.

$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}; \quad \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Paso d): Resolver las ecuaciones.

Con la primera ecuación, se halla el ángulo B. Conocidos los ángulos A y B, se halla el $\angle C$ con la segunda ecuación.

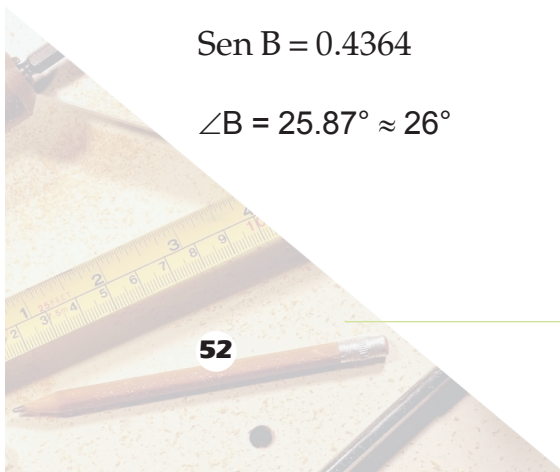
Cálculo del $\angle B$ $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}$

$$\text{Sen } B = \frac{b \text{ Sen } A}{a} \quad (\text{Primero se hace la solución literal})$$

$$\text{Sen } B = \frac{0.15 \text{ mi. Sen } 42^\circ}{0.23 \text{ mi.}} \quad (\text{Los datos numéricos se reemplazan al final})$$

$$\text{Sen } B = 0.4364$$

$$\angle B = 25.87^\circ \approx 26^\circ$$



Cálculo del $\angle C$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$$

$$\angle C = 180^\circ - (42^\circ + 26^\circ)$$

$$\angle C = 180^\circ - 68^\circ$$

$$\angle C = 112^\circ$$

Paso e): Verificar las dimensiones.

Observe que en el paso d) se cancelaron las millas (mi.) y se redondeó el $\angle B$ a 26° . No olvide el signo de grados ($^\circ$) en la respuesta final.

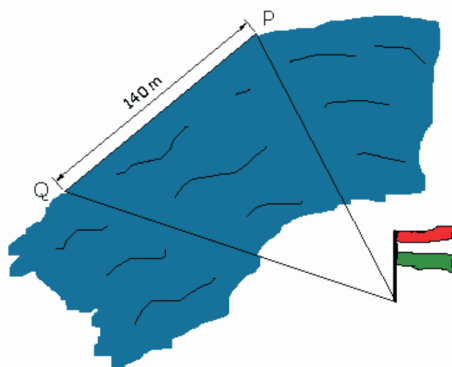
Trabajando por parejas resolvemos los siguientes ejercicios.

1. Aquí se nos presenta un problema: el planteamiento del problema está en inglés. ¿Cómo resolverlo?

Engineering. If a pole has one 62- ft guy wire that makes an angle of 39° with the ground, and a second 50- ft guy wire is available for the opposite side of the pole, what angle measure will the second wire make with the ground?

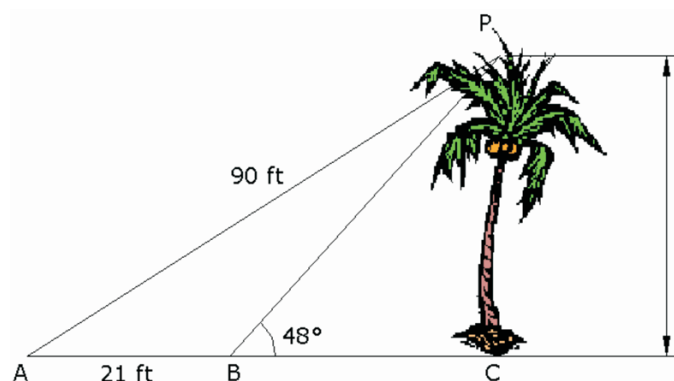
2. Los linderos de una finca triangular miden 541 ft, 429 ft y 395 ft. ¿Cuánto miden los ángulos de los vértices de la finca?

3. De dos puntos P y Q, separados 140 metros, las visuales a una bandera, al otro lado del río, forman ángulos de 79° y 58° , respectivamente, con la línea PQ. ¿Cuáles son las distancias de P y Q a la bandera?



4. Dos carreteras se intersecan en un ángulo de 102.1° . El buzón de correo de Daniel está a 476 pies de la intersección. El buzón de David está en la otra carretera a 615 pies de la intersección. ¿Qué tan lejos están los dos buzones?

5. De un punto A, la distancia a lo alto de un árbol es 90 pies. De un punto B, 21 pies más cerca del árbol, el ángulo de elevación a la cima del árbol es 48° . ¿Cuál es la altura del árbol?



Durante el desarrollo de esta guía, sobre la competencia, hemos visto su definición y cómo utilizarla.

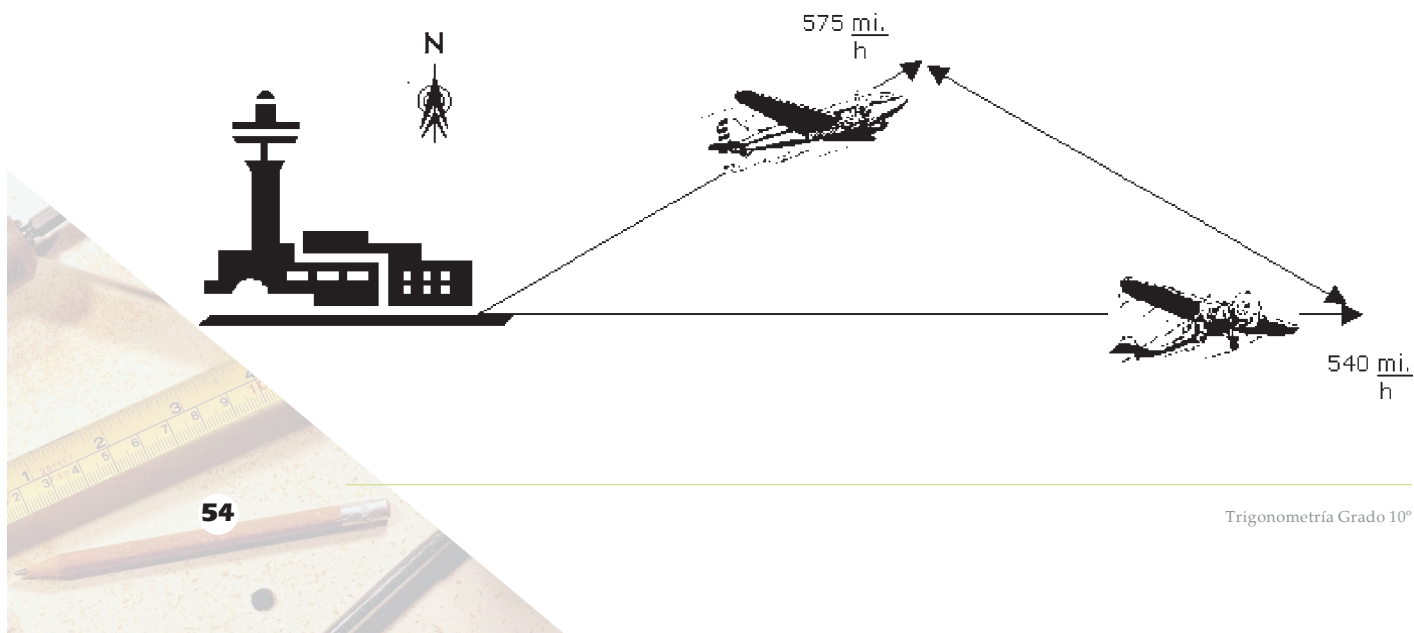
Ahora sólo nos falta aplicar lo aprendido, a nuestra vida para que nuestro desempeño sea eficiente y útil con quienes compartimos. Formulemos compromisos para solucionar las dificultades encontradas en el desarrollo de esta guía.



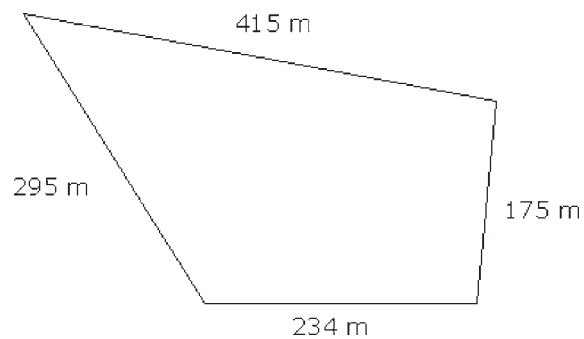
RESUELVA OTROS PROBLEMAS SI QUIERE SABER MÁS

Con la aplicación permanente de esta competencia, el estudiante estará en la capacidad de identificar muchos tipos de problemas, definirlos, aportarles soluciones, evaluar alternativas, ejecutar soluciones y hacer seguimiento.

1. Un avión sale del aeropuerto y viaja directo al oriente a 540 mi/h. Otro avión sale 0.25h más tarde y viaja en la dirección 20° al noreste a la velocidad de 575 mi/h. ¿Qué distancia separa a los dos aviones después de 0.5h de haber salido el segundo avión?



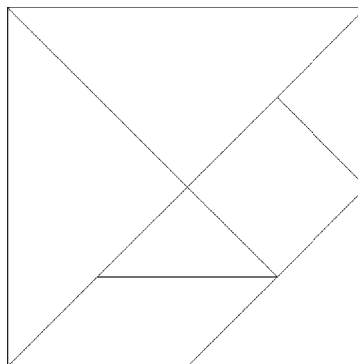
2. Demuestre la Ley del Coseno para el caso 2, en el que el ángulo incluido es obtuso. Sugerencia: Recuerde que $\cos(180^\circ - C) = -\cos C$.
3. Demuestre que el Teorema de Pitágoras es un caso especial de la Ley del Coseno.
4. Visite la Sala Virtual y utilice el programa CABRI GEOMÉTRICO para dibujar 10 figuras de las que aparecen en esta guía y verifique qué tan precisas son esas figuras.
5. Una parcela tiene la forma y las medidas de la figura. ¿Cuál es el valor del ángulo comprendido por los lados que miden 415 m y 175m?
6. Visite la Sala Virtual y utilice el CD PÁGINAS WEB DE MATEMÁTICAS de Comité de Cafeteros para ampliar sus conocimientos acerca de las Leyes de Seno y Coseno.



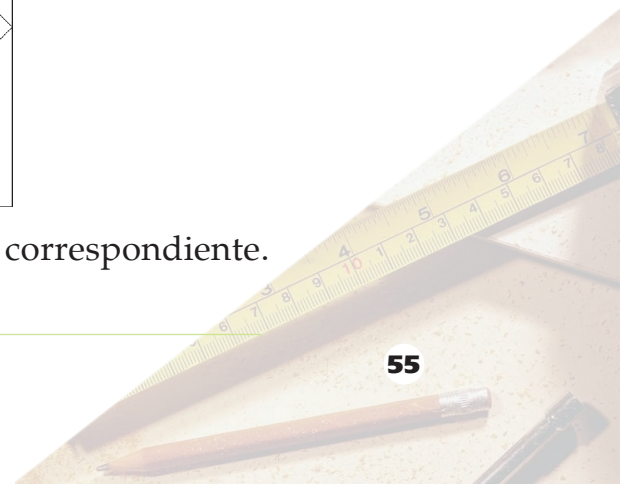
Para mantener la motivación de los estudiantes y cambiar un poco de tema, el profesor propone resolver los siguientes ejercicios, haciendo uso del TANGRAMA.

- | | |
|--|----------------|
| 1. Haga un triángulo con dos fichas. | (2 soluciones) |
| 2. Haga un triángulo con tres fichas. | (3 soluciones) |
| 3. Haga un triángulo con cuatro fichas. | (5 soluciones) |
| 4. Haga un triángulo con cinco fichas. | (1 solución) |
| 5. Haga un triángulo con las siete fichas. | (2 soluciones) |

Si no tengo TANGRAMA, puedo resolver ese problema haciendo uso del siguiente modelo.



Presento cada ejercicio al profesor para su revisión correspondiente.



ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA

