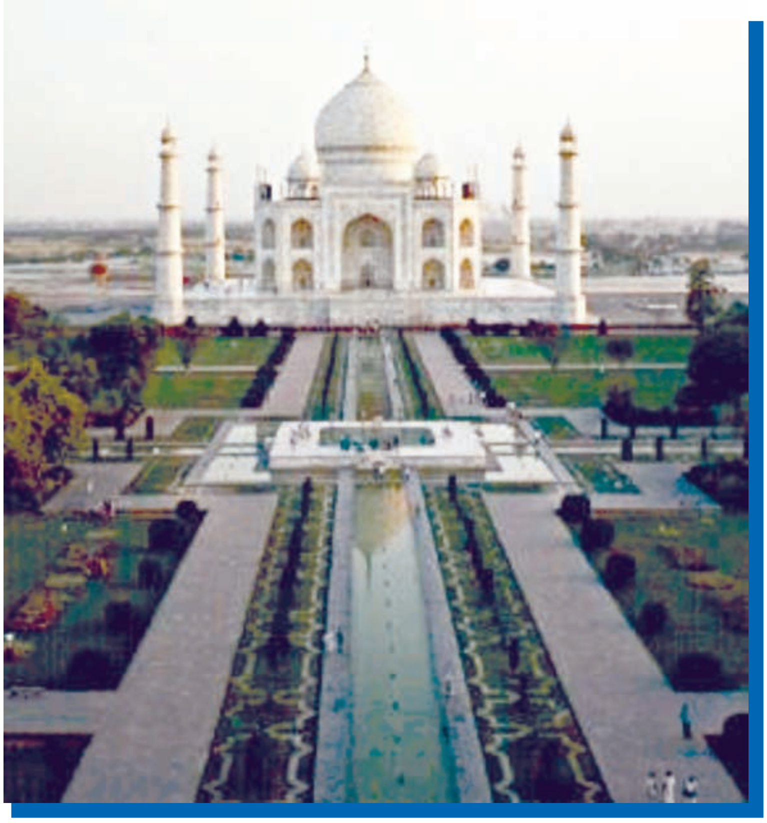
Guía 2

LÍNEAS PARALELAS Y PERPENDICULARES



Indicadores de logros

- ✓ Determina analíticamente cuándo dos rectas de un plano son paralelas o perpendiculares.
- ✓ Halla la ecuación de una recta conocidos: a) un punto y la pendiente; b) la pendiente y la intersección con el eje Y; c) dos puntos; d) interceptos.
- ✓ Identifica la forma general de la ecuación de una recta en el plano.
- ✓ Incorpora a sus actividades las herramientas informáticas (MANEJO TECNOLÓGICO).
- ✓ Interpreta y aplica las instrucciones y maneja efectivamente los principales instrumentos y ayudas que ofrecen las tecnologías aplicables a su entorno.
- ✓ Realiza manejo preventivo y reparación básica de las herramientas usadas en sus procesos.
- ✓ Utiliza las herramientas en forma adecuada, procurando su seguridad personal.

Nuevos contextos del manejo tecnológico en la educación

Con mis compañeros de subgrupo, leemos y analizamos el siguiente contenido.

El Manejo Tecnológico es la capacidad para identificar, seleccionar y utilizar en forma adecuada los instrumentos y programas necesarios para el desempeño de cualquier actividad productiva.

El estudiante de educación media debe estar en capacidad de apropiar tecnologías sencillas: Tecnologías de la Información y la Comunicación, Instrumentos de Laboratorio, Herramientas de uso agropecuario, entre otros.

El conocimiento deja de ser lento, escaso y estable; por el contrario está en permanente expansión y renovación.

La palabra del profesor, y el texto escrito dejan de ser los soportes exclusivos de la comunicación educacional. Las tecnologías tradicionales del proceso educativo, están dejando de ser las únicas disponibles para enseñar y aprender.

La escuela tendrá que adaptarse al cambio tecnológico y asumir nuevos roles en un contexto social cuyas bases tradicionales se han debilitado.

A ¿QUÉ SABEMOS DE PUNTOS Y RECTAS?

Analicemos las siguientes fórmulas las que tendremos en cuenta al resolver los ejercicios que se proponen.

La distancia entre dos puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) se halla aplicando la fórmula:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

La pendiente de una recta, conocidos dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2), se halla aplicando la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La función lineal está definida por la regla $y = f(x) = mx + b$, donde m es la pendiente.

Resuelvo los siguientes ejercicios. Verifico los resultados utilizando instrumentos de medida: regla, transportador y calculadora (herramientas tecnológicas).

1. Hallo la distancia entre los puntos (- 4, - 3) y (8, 6). Utilizo un plano cartesiano con divisiones en centímetros. Encuentro también la pendiente de la recta que pasa por esos dos puntos. Para verificar la respuesta mido el ángulo y le busco la tangente ($m = \tan \beta$).

2. Hallo las distancia entre los puntos (7, 2) y (- 5, - 3) y la pendiente de la recta que pasa por esos dos puntos.

Comparto mis soluciones con el profesor.

RECTAS PARALELAS

Con mis compañeros de subgrupo, analizo el siguiente teorema con su demostración y lo consigno en el cuaderno.

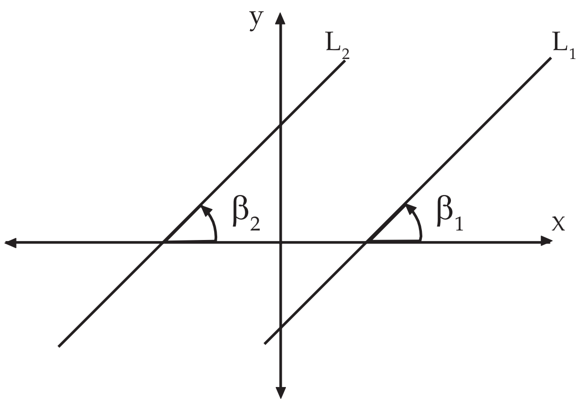
TEOREMA

Dos rectas no verticales L_1 y L_2 son paralelas si y sólo si sus pendientes m_1 y m_2 son iguales.

$$L_1 \| L_2 \Leftrightarrow \quad m_1 = m_2$$

Demostración

Considero dos rectas L_1 y L_2, ninguna de ellas es paralela al eje Y. Sean m_1 y m_2 las pendientes de L_1 y L_2, respectivamente.



a) Si $L_1 \| L_2$, entonces $\beta_1 = \beta_2$ por ser ángulos correspondientes entre paralelas.
Si $\beta_1 = \beta_2$, entonces $\tan\beta_1 = \tan\beta_2$, y por tanto $m_1 = m_2$.

$$\boxed{\text{si } L_1 \| L_2\text{, entonces } m_1 = m_2.}$$

b) Si $m_1 = m_2$, entonces $\tan\beta_1 = \tan\beta_2$, por lo tanto $\beta_1 = \beta_2$, ya que la inclinación de una recta esta restringida a $0° \leq \beta < 180°$.

Si $\beta_1 = \beta_2$, entonces L_1 es paralela a L_2.

$$\boxed{\text{si } m_1 = m_2\text{, entonces } L_1 \| L_2.}$$

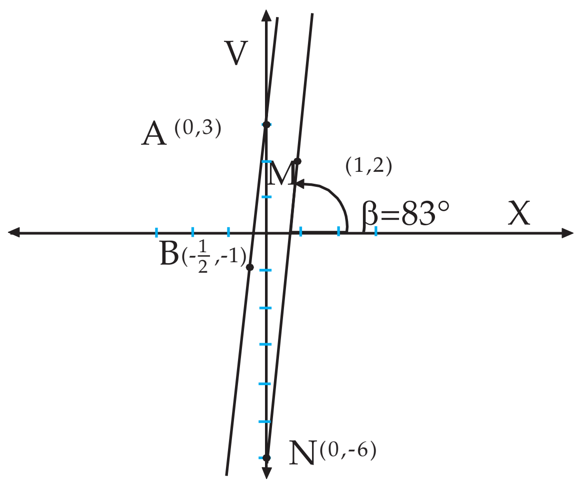
Los siguientes ejemplos sirven no sólo para aplicar el teorema visto sino también para **utilizar tecnología** en la verificación de los resultados.

EJEMPLO 1.
Determino si la recta que pasa por los puntos A (0, 3) y B (- 1/2, - 1) y la recta que pasa por los puntos M (1, 2) y N (0, - 6) son paralelas.

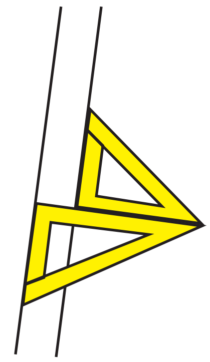
Sea m_1 la pendiente de $\overleftrightarrow{AB}$ y m_2 la pendiente de $\overleftrightarrow{MN}$, entonces:

$$m_1 = \frac{-1-3}{-\frac{1}{2}-0} = \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = 8 \qquad m_2 = \frac{-6-2}{0-1} = \frac{-8}{-1} = 8$$

Como $m_1 = m_2$, entonces las rectas son paralelas.



Con la ayuda de dos escuadras, deslizando una sobre la otra; se puede comprobar que las dos líneas son paralelas.



Con un **transportador** se mide el ángulo β y nos da 83°. Utilizando la **calculadora** para buscar tan 83°: tan $\boxed{8}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ 8.1 $\approx m_1 = m_2$.

EJEMPLO 2. Determino si las rectas representadas por las siguientes funciones lineales son paralelas o no.

a) L_1: $y = 3x + 5$; $\quad$ L_2: $y = 3 + 3x$

b) L_3: $2x - 3y = 0$; $\quad$ L_4: $-4x + 6y - 3 = 0$

Expreso cada función en la forma $y = mx + b$:

Si L_1: $y = 3x + 5$, entonces $m_1 = 3$.
Si L_2: $y = 3x + 3$, entonces $m_2 = 3$.

Por lo tanto $L_1 \| L_2$.

Si L_3: $y = \frac{2}{3}x + 0$, entonces $m_3 = \frac{2}{3}$.

Si L_4: $y = \frac{4x+3}{6} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$, entonces $m_4 = \frac{2}{3}$.

Por lo tanto, $L_3 \| L_4$.

Para verificar si estas líneas son paralelas, puedo utilizar una herramienta tecnológica como la del computador y el programa CABRI, siguiendo estas instrucciones:

a. Procedimiento para verificar que $L_1 || L_2$.

- Cabri - Géomètre II.
- Mostrar ejes (Icono 11)
- Definir cuadrícula (Icono 11 y señalo los ejes)
- Punto (Icono 2) y señalo los puntos (0, 5) y (- 3, - 4) que pertenecen a la recta L_1.
- Recta (Icono 3) y señalo los puntos (0, 5) y (- 3, - 4).
- Ecuación y coordenadas (Icono 9) y señalo la recta. Aparece la ecuación $y = 3x + 5$ correspondiente a L_1.
- Punto (Icono 2) y señalo los puntos (0, 3) y (- 1, 0) que satisfacen la ecuación de la recta L_2.
- Ecuación y coordenadas (Icono 9) y señalo la recta. Aparece la ecuación $y = 3x + 3$ correspondiente a L_2.
- Pendiente (Icono 9). Señalo la recta L_1 y aparece **3.0** señalo la recta L_2 y aparece **3.0.**

b. Utilice el mismo procedimiento para verificar que $L_3 || L_4$.

RECTAS PERPENDICULARES

Analizo el siguiente teorema y su demostración, teniendo en cuenta que toda equivalencia debe ser demostrada en ambos sentidos; para comprobar que $A \Leftrightarrow B$ es necesario probar que $A \Rightarrow B$ y también que $B \Rightarrow A$.

Teorema

Dos rectas no verticales L_1 y L_2 son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a menos uno.

$$\mathbf{L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1}$$

Demostración

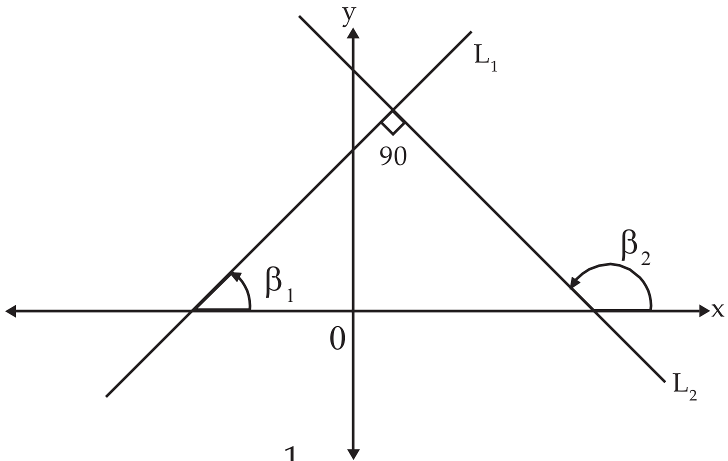
a) $\mathbf{L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 m_2 = -1}$

Si las rectas L_1 y L_2 son perpendiculares como lo muestra la figura, entonces $\beta_2 = \beta_1 + 90°$ (la medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes).

Si $\beta_2 = \beta_1 + 90°$, entonces
$\tan\beta_2 = \tan(\beta_1 + 90°)$

$\tan\beta_2 = -\cot\beta_1$

$$\tan\beta_2 = -\frac{1}{\tan\beta_1}$$



Como $\tan\beta_2 = m_2$ y $\tan\beta_1 = m_1$, obtenemos: $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ o $m_1 m_2 = -1$.
Luego,

$$\boxed{\text{Si } L_1 \perp L_2 \text{, entonces } m_1 m_2 = -1}$$

b) $m_1 m_2 = -1 \Rightarrow L_1 \perp L_2$

Si $m_1 m_2 = -1$, entonces $\tan\beta_1 \tan\beta_2 = -1$, tal que $\tan\beta_1 > 0$ y $\tan\beta_2 < 0$;
si $\tan\beta_1 \tan\beta_2 = -1$, entonces:

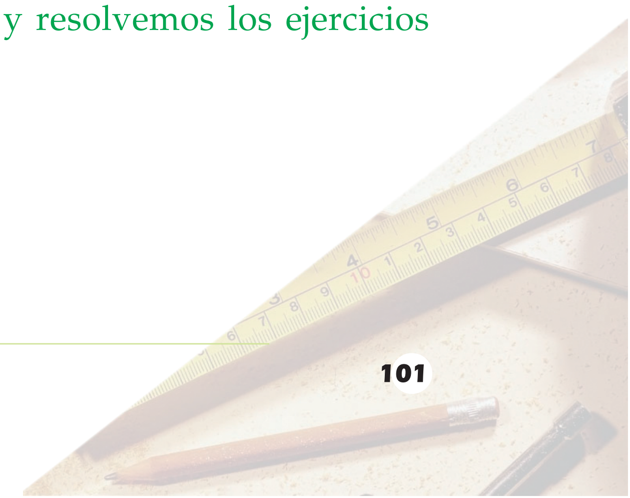
$$\tan\beta_2 = -\frac{1}{\tan\beta_1} = -\cot\beta_1$$

Como $-\cot\beta_1 = \tan(\beta_1 + 90°)$, entonces $\tan\beta_2 = \tan(\beta_1 + 90°)$

Si $\tan\beta_2 = \tan(\beta_1 + 90°)$, entonces $\beta_2 = \beta_1 + 90°$ y β_2 es el ángulo exterior a un triángulo (ver figura) que tiene como ángulos interiores no adyacentes a ángulos de medida β_1 y $90°$.

Por lo tanto, $\boxed{\text{Si } m_1 m_2 = -1 \text{, entonces } L_1 \perp L_2}$

Analizo con mis compañeros los ejemplos 3 y 4 y resolvemos los ejercicios propuestos.



EJEMPLO 3. Una recta L_1 tiene una inclinación $\beta_1 = 120°$. Hallo la pendiente de la recta L_2 perpendicular a L_1 y su inclinación.

Si m_1 = pendiente de L_1, entonces $m_1 = \tan\ \beta_1 = \tan 120° = -\sqrt{3}$

Cálculo de m_2

Si $m_1 m_2 = -1$, entonces $m_2 = -\dfrac{1}{m_1} = -\dfrac{1}{-\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$m_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ es la pendiente de la recta L_2.

Cálculo de β_2

Si $m_2 = \tan\beta_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, entonces $\beta_2 = 30°$; $\left(\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 30°\right)$.

EJERCICIO

Puedo verificar los resultados, haciendo una gráfica. Utilizo el Programa CABRI en el computador para medir $\beta_1 = 120°$ y verificar que $\beta_2 = 30°$. También puedo utilizar los valores de $m_1 = -\sqrt{3}$ para trazar L_1 y verificar que $m_2 = \sqrt{3}/3$. Sigo las siguientes instrucciones.

a) Procedimiento 1

- Cabri - Géometre II
- Segmento (Icono 3) y trazo un segmento horizontal y otro que forme un ángulo aproximado a 120°.
- Ángulo (Icono 9) y señalo tres puntos, uno en la línea horizontal, otro en el vértice y el tercero en la otra línea. Luego, moviendo la recta no horizontal ajusto el ángulo a 120^0 ($\beta_1 = 120°$).
- Recta perpendicular (Icono 5). Señalo un punto exterior y la recta.

- ❊ Segmento. Trazo una línea horizontal que pase por la intersección con la perpendicular.
- ❊ Ángulo. Mido el nuevo ángulo y observo que aparece 30°que corresponde al ángulo β_2, que era lo que quería verificar.
  Además puedo comprobar también las pendientes de las dos rectas perpendiculares:
- ❊ Pendiente (Icono 9). Señalo la recta que forma el ángulo de 120° con la horizontal y aparece - **1.73** que corresponde a $\mathbf{m_1}$. Señalo la recta perpendicular y aparece **0. 58** que corresponde a $\mathbf{m_2}$.

b) Procedimiento 2:

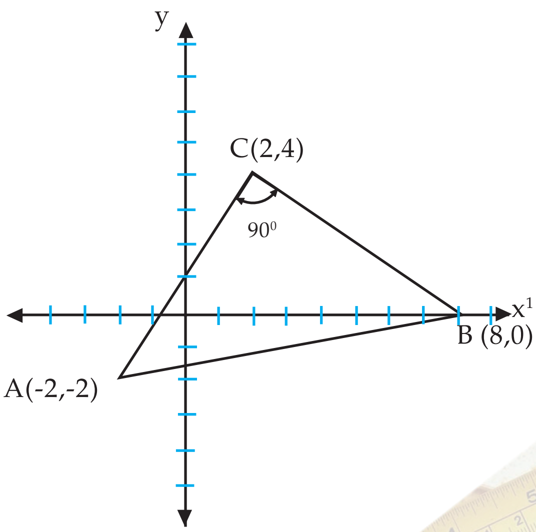
- ❊ Cabri - Géometre II
- ❊ Segmento (Icono 3) y trazo un segmento inclinado.
- ❊ Pendiente (Icono 9), señalo el segmento y ajusto la pendiente en - 1.73 ($-\sqrt{3}$).
- ❊ Recta Perpendicular (Icono 5), ubico un punto y señalo la recta.
- ❊ Pendiente y señalo la recta. Aparece 0.58 que equivale a $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
  Además puedo verificar los ángulos:
- ❊ Segmento. Trazo un segmento horizontal que pase por la intersección con la perpendicular y otro por el pie de la primera línea.
- ❊ Ángulo. Señalo tres puntos en el ángulo β_1 (aparece 120°) y otros 3 puntos en el ángulo β_2 (aparece 30°). **Estos 2 procesos verifican el ejemplo 3.**

EJEMPLO 4. Verifico que los puntos A (- 2, - 2), B (8, 0) y C (2, 4) son los vértices de un triángulo isósceles.

a. Solución Gráfica

Ubico los puntos A, B y C en el plano cartesiano y mido los lados y ángulos utilizando **regla y transportador.**

Las medidas de AC y BC son iguales (7.2 unidades). El ángulo C mide 90° y los ángulos A y B miden 45° c/u.



b. Solución analítica

Sean m_1 = pendiente de la recta AB.
m_2 = pendiente de la recta AC.
m_3 = pendiente de la recta BC.

$$m_1 = \frac{0-(-2)}{8-(-2)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad m_2 = \frac{4-(-2)}{2-(-2)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \qquad m_3 = \frac{4-0}{2-8} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

Como $m_2 m_3 = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$, entonces $AC \perp BC$ y $\angle C = 90°$.

Por lo tanto ΔABC es rectángulo en C.

Verifico que el ΔABC es isósceles, esto es, AC = BC.

$$\overline{AC} = \sqrt{(4+2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{52}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-0)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{52}$$

EJERCICIOS. Con mis compañeros de subgrupo, utilizando los conceptos vistos o la **tecnología** apropiada, resuelvo en mi cuaderno los siguientes ejercicios.

1. Analice si las rectas que representan las siguientes ecuaciones son paralelas o perpendiculares.

   a) L_1: 3y - x = 0 ; L_2: y + 3x - 1 = 0
   b) L_1: y = - 5 + 7x ; L_2: 7y + x = 7
   c) L_1: y - 4x = 2 ; L_2: y = 3 + 4x

2. Demuestre, por dos métodos diferentes, que los puntos (4, 4), (2,-3), (9, 4) y (- 3, - 3) son vértices de un paralelogramo.

3. Demuestre, por dos métodos diferentes, que los puntos (3, 4), (-2, -1) y (4,1) son vértices de un triángulo rectángulo.

Pedimos la asesoría al profesor para verificar los resultados obtenidos.

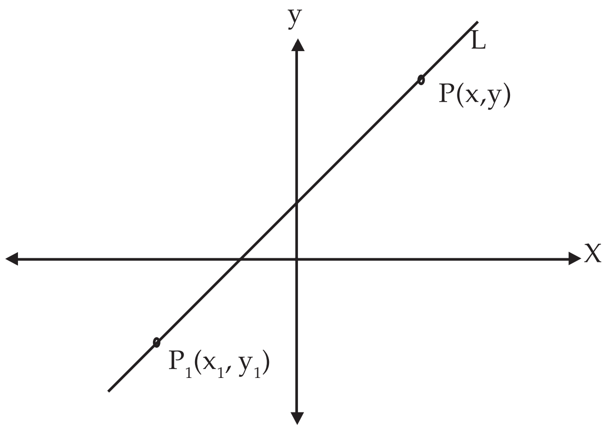
ECUACIONES DE LA RECTA

Continuando con el estudio de la recta, analizo las diferentes relaciones matemáticas que la representan y sus ejemplos correspondientes.

ECUACIÓN DE LA RECTA PUNTO - PENDIENTE

Considero la recta L, con pendiente m, que pasa por el punto P_1 (x_1, y_1). Sea P (x, y) un punto cualquiera del plano. El punto P está sobre la recta si cumple que:

DE QUÉ SIRVE SABER QUÉ ES UNA LÍNEA RECTA SI NO SE SABE LO QUE ES **RECTITUD**



$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}, \ con \ x \neq x_1$$

equivalente a:

$$\boxed{y - y_1 = m\,(x - x_1)}$$

recibe el nombre de ECUACIÓN DE LA RECTA PUNTO - PENDIENTE

Si la recta L es paralela al eje Y y pasa por el punto P_1 (x_1, y_1), su ecuación es $\boxed{x = x_1}$. Todos los puntos P (x, y) están sobre la recta si sus abscisas son iguales para todo valor de **y**.

EJEMPLO 5. Hallo la ecuación de la recta que pasa por el punto (- 3, 4) y tiene pendiente - 2.

$$y - y_1 = m\,(x - x_1) \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 4 \\ x_1 = -3 \\ m = -2 \end{array} \right.$$

$y - 4 = -2\,[\,x - (-3)]$

$y - 4 = -2\,(x + 3)$

$y - 4 = -2x - 6$

Luego $y + 2x + 2 = 0$ es la ecuación de la recta.

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

Considero dos puntos conocidos P_1 (x_1, y_1) y P_2 (x_2, y_2), $P_1 \neq P_2$. La recta L que determina los puntos tiene como pendiente:

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, *para* $x_1 \neq x_2$

Como la recta L tiene una pendiente **m** y, además pasa por el punto P_1 (x_1, y_1), entonces se cumple la forma PUNTO - PENDIENTE (caso anterior):

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$$\boxed{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$$ con $x_1 \neq x_2$.

Esta es la ecuación de la recta L que pasa por dos puntos diferentes del plano.

EJEMPLO 6. Hallo la ecuación de la recta que pasa por los puntos (- 5, 4) y (2, - 3).

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -5\ ;\ \ y_1 = 4 \\ x_2 = 2\ ;\ y_2 = -3 \end{array} \right.$$

Reemplazo los valores de $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_1}$ y $\mathbf{y_2}$ en la ecuación:

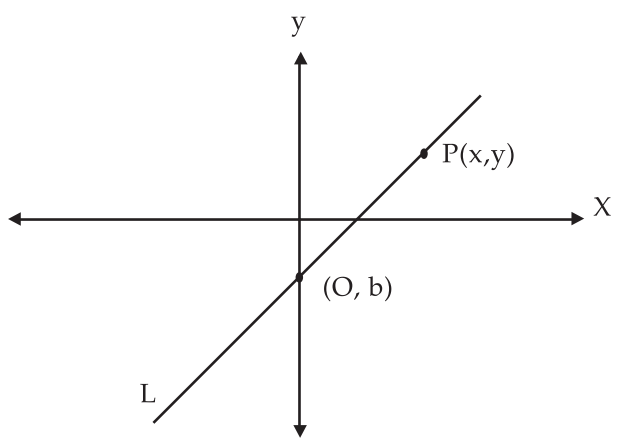
$$y - 4 = \frac{-3-4}{2-(-5)}(x-(-5))$$

$$y - 4 = \frac{-7}{7}(x+5)$$

$y - 4 = - x - 5$

$y + x + 1 = 0$ es la ecuación de la recta pedida.

FORMA PENDIENTE - INTERCEPTO CON EL EJE Y



Considero una recta L con una pendiente **m** e intercepto **b** con el eje Y.

De acuerdo a la figura, el punto (0, b) está en la recta. La ecuación de la recta L que pasa por P_1 (0 ,b) y de pendiente **m** es:

y - b = m (x - 0)

Por lo tanto,

$$\boxed{y = mx + b}$$

Es la ecuación de la recta en la forma PENDIENTE - INTERCEPTO.

EJEMPLO 7. Hallo la ecuación de la recta con pendiente 1/2 y que intersecta al eje Y en el punto (0, - 3).

$$y = mx + b \left\{ \begin{array}{l} m = 1/2 \\ b = -3 \end{array} \right.$$

Reemplazo **m** y **b** por los valores correspondientes:

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

2y - x + 6 = 0 es la ecuación de la recta pedida.

Utilizo la tecnología para comprobar la ecuación:

Con mis compañeros de subgrupo, visito la sala virtual.

Utilizo el programa CABRI - GÉOMÈTRE II y sigo los siguientes pasos:

- Cabri - Géomètre II
- Mostrar ejes (Icono 11)
- Definir cuadrícula (Icono 11) y señalo los ejes.

❊ Punto (Icono 2) y señalo el punto (0, - 3).
❊ Ecuación y coordenadas (Icono 9) y señalo el punto (0, - 3).
❊ Punto y señalo el punto (2, - 2) tal que la pendiente de la línea que pasa por el punto (0, - 3) y (2, - 2) sea 1/2 (una unidad vertical por dos horizontales).
❊ Recta (Icono 3), señalo los puntos (0, - 3) y (2, - 2) y verifico que la recta pasa por el punto (6, 0).
❊ Ecuación y coordenadas y señalo la recta. Aparece la ecuación y = x/2 -3, que se transforma en **2y - x + 6 = 0** ó sea lo que quería demostrar. Además puedo verificar la pendiente.
❊ Pendiente (Icono 9), señalo la recta y aparece **0. 50**.

ECUACIÓN DE LA RECTA DADOS LOS INTERCEPTOS

Considero los interceptos $a \neq 0$ de la recta L con el eje X y $b \neq 0$ con el eje Y. La recta pedida L pasa por los puntos (a, 0) y (0, b).

Aplico la forma de la recta que pasa por dos puntos:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \begin{cases} x_1 = a \quad , \quad y_1 = 0 \\ x_2 = 0 \quad , \quad y_2 = b \end{cases}$$

$$y - 0 = \frac{b - 0}{0 - a}(x - a)$$

Simplifico y aplico la propiedad distributiva

$$y = \frac{bx - ba}{-a}$$

$$-ay = bx - ba$$

Divido por **ab** y organizo la **ecuación de la recta** cuyos interceptos con los ejes X y Y son **a** y **b** respectivamente.

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

EJEMPLO 8. Hallo la ecuación de la recta que tiene por interceptos, 3 con el eje X y - 2 con el eje Y.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}=1$$

$$\frac{-2x+3y}{-6}=1$$

Luego, 3y - 2x + 6 = 0 es la ecuación de la recta pedida.

EJERCICIO. **Aplico la tecnología** para verificar el resultado:

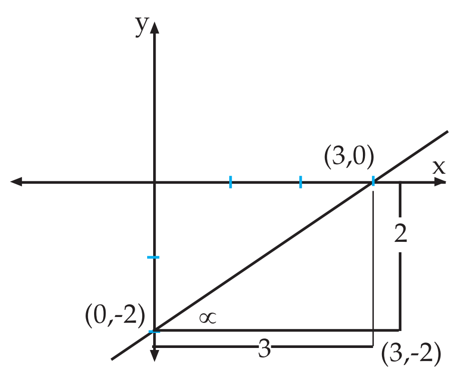
a. **Utilizando las herramientas en forma adecuada.**

❊Con la ayuda de **lápiz, sacapuntas, regla y escuadra**, trazo un plano cartesiano (el lápiz debe tener la punta adecuada).

❊Localizo los interceptos señalando los puntos (0, - 2) y (3, 0).

❊Trazo la recta que pasa por los puntos interceptos.

❊Transformo la ecuación 3y - 2x + 6 = 0 en la forma:



Si tan $\alpha = \frac{2}{3}$, entonces $\alpha =$ 33.7°.

Con el **transportador** verifico el valor de α.

PENDIENTE - INTERCEPTO

$$y=\frac{2}{3}x-2\begin{cases} b=-2 \\ m=2/3 \end{cases}$$

En la gráfica puedo observar que $\boxed{b = -2}$.

La pendiente **m** la puedo obtener de la gráfica:

$$m = \tan \propto = \frac{2}{3}$$

b. **Incorporando herramientas informáticas.** Visito la sala Virtual y utilizo el programa Cabri - Géomètre II:

❊Mostrar ejes (Icono 11)
❊Definir cuadrícula (Icono 11). Señalo los ejes.
❊Punto (Icono 2). Localizo los puntos (3, 0) y (0, - 2).
❊Recta (Icono 3). Señalo los puntos (3, 0) y (0, - 2).
❊Ecuación y coordenadas (Icono 9). Señalo la recta.
Aparece la ecuación **y = 0.66x - 2** en la que la pendiente m = 0.66 es equivalente a m = 2/3.

Además, en la gráfica se puede apreciar que la recta pasa por (0, - 2).
Por lo tanto $\boxed{b = -2}$.

ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

Si A, B y C son números reales con A ó B diferentes de cero, entonces la ecuación.

$$\mathbf{Ax + By + C = 0}$$

Representa una línea recta, que se denomina ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

Si B $\neq$ 0, entonces $\mathbf{y} = -\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}}x - \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{B}}$. Esta ecuación es de la forma **y = mx + b**, donde $\boldsymbol{m} = -\frac{A}{B}$ y $\boldsymbol{b} = -\frac{C}{B}$.

Si B = 0 y , A $\neq$ 0, entonces la ecuación Ax + By + C = 0 se transforma en

$x = -\frac{C}{A}$ que corresponde a la ecuación de una recta paralela al eje Y.

EJEMPLO 9. Hallo la ecuación general de la recta que pasa por el punto (2, 0) y por el punto de intersección de la recta - x - y - 1 = 0 con el eje Y.

Para x = 0 (EJE Y): -0 - y - 1 = 0; y = - 1.

El otro punto por donde pasa la recta es (0, - 1).

Como se conocen los interceptos con los ejes, aplico la ecuación:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{1} = 1$$

x - 2y = 2

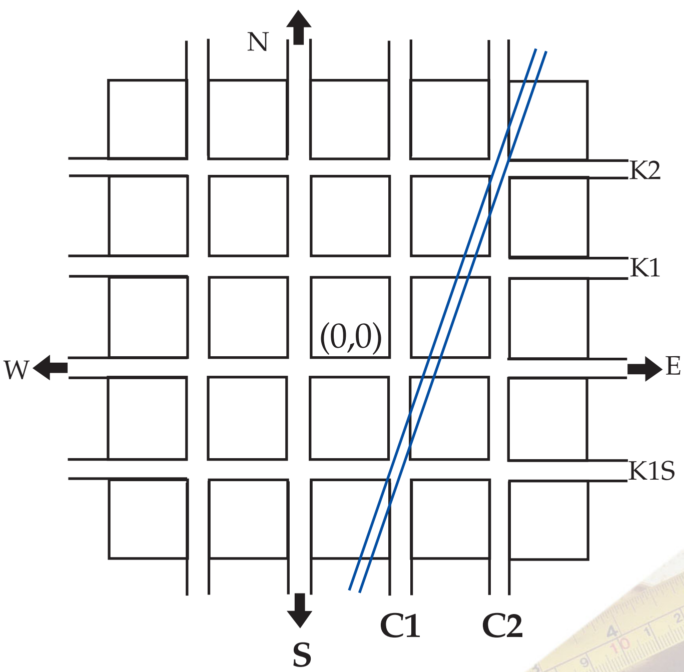
Por lo tanto **x - 2y - 2 = 0** es la **Ecuación General** de la recta pedida.

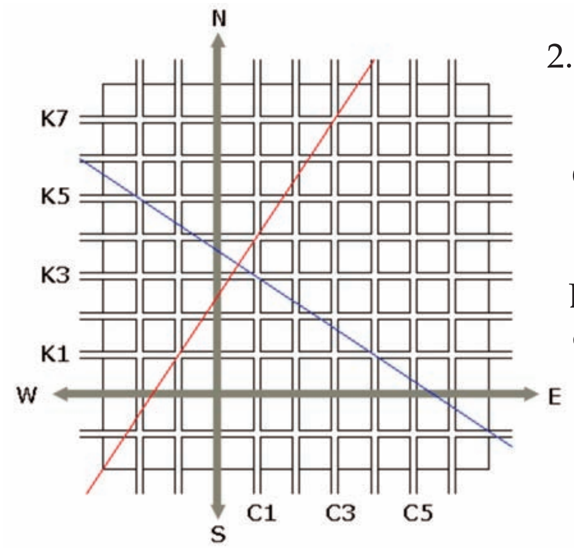
D APLIQUEMOS LO APRENDIDO

EL MANEJO TECNOLÓGICO busca formar personas versátiles, con gran capacidad para capturar, aplicar y utilizar la información disponible, amigable con la tecnología disponible y aplicable en cualquier contexto y con una alta motivación hacia el uso de las herramientas tecnológicas.

Resuelvo los siguientes ejercicios de aplicación, utilizando alguna tecnología para demostrarlos (instrumentos de medición, calculadora, computador, etc.).

1. Una diagonal en una ciudad pasa por el cruce de la calle 2 con carrera 2 y por el cruce de la calle 1 y la carrera 1 sur. Halle la ecuación de la diagonal. Haga la demostración utilizando el programa Cabri - Géometre II.





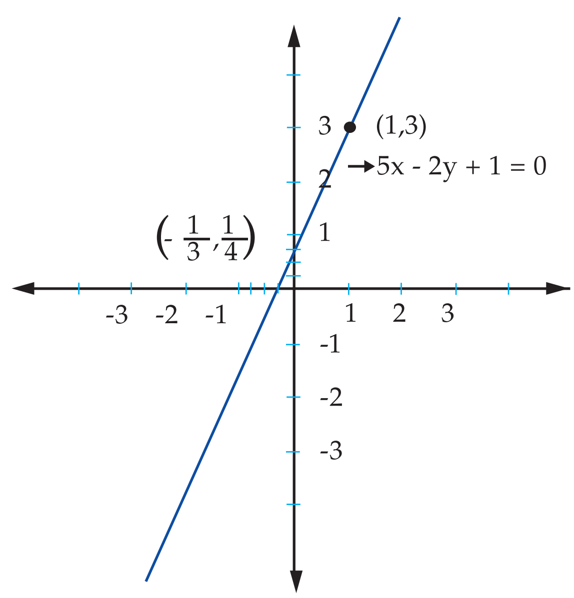
2. Un cable aéreo pasa por encima del cruce de la calle 2 oeste con la carrera 5 y por encima del cruce de la calle 4 con carrera 1. Otro cable pasa por encima de los cruces (- 1, 1) (calle 1 oeste, carrera 1) y(3, 7) (calle 3, carrera 7).
Demuestre que los dos cables son perpendiculares.
Utilice dos procedimientos.

3. Encuentre la ecuación general de la recta que satisface las condiciones dadas:

   a. Pasa por (- 1, - 3) y es paralela a la recta que pasa por (3, 2) y (- 5, 7).
   b. Pasa por (- 1,2) y es paralela a la recta y - x - 1 = 0.

4. Halle la ecuación de la recta de pendiente - 4 y que pasa por el punto de intersección de las rectas:

   $3x + 2y - 3 = 0$ y $2x - y + 1 = 0.$



5. Halle la pendiente y los interceptos de la recta que pasa por (- 1/3, 1/4) y es paralela con la recta:

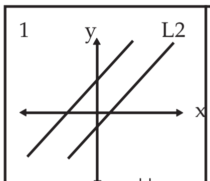
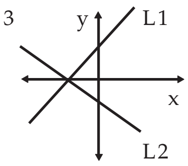
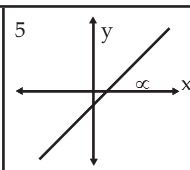
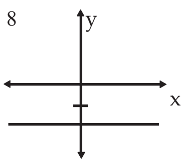
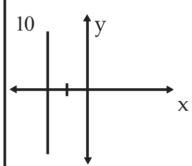
   $$5x - 2y + 1 = 0.$$

Discutimos las respuestas con el profesor, especialmente las que tienen que ver con el uso de la tecnología.

¿DESEA SABER MÁS?

EL MANEJO TECNOLÓGICO se evidencia en la escuela desde el desarrollo de los materiales de autoinstrucción y la utilización del Centro de Recursos de Aprendizaje CRA:

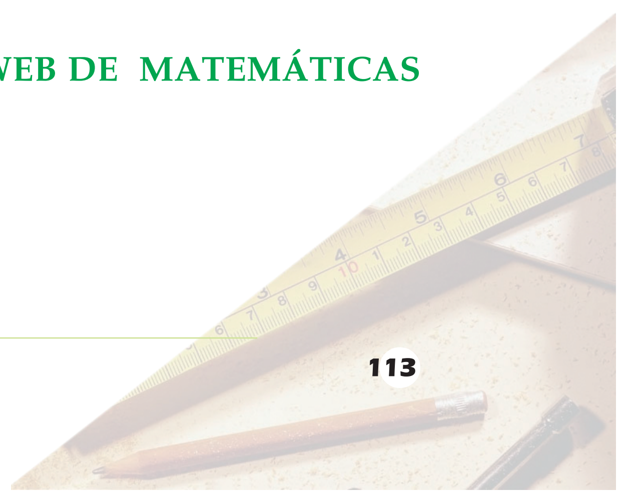
Tomo del CRA un juego de PIÉNSALO y resuelvo el siguiente ejercicio:

1  L1 || L2	2 $y = mx + b$	3  L1 ⊥ L2	4 $y-y_1 = m(x - x_1)$ con $x \neq x_1$	5  tan ∝ =	6 $y-y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ com $x_1 \neq x_2$
7 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	8 	9 $Ax + By + c = 0$	10 	11 RECTAS PERPENDICULARES	12 RECTAS PARALELAS

A $m_1 m_2 = -1$	B FORMA PENDIENTE-INTERCEPTO CON EL EJE Y	C ECUACIÓN DE LA RECTA DADOS LOS INTERCEPTOS	D $X = -2$	E ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS	F $y-2x-1=0$ $2y+x+3=0$
G m	H $y = -2$	I $m_1 = m_2$	J FORMA PUNTO PENDIENTE	K $-5x+y+10=0$ $2y-10x-4=0$	L ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

EL MANEJO TECNOLÓGICO también se evidencia desde la implementación del Proyecto Escuela Virtual.

Visito la Sala Virtual, utilizo el CD PÁGINAS WEB DE MATEMÁTICAS y sigo las siguientes instrucciones:



- Saltar introducción
- Descartes
- Unidades Didácticas
- Segundo ciclo de enseñanza obligatoria.
- Ecuaciones de la Recta.

Analizo la información y los ejemplos sobre ecuaciones Paramétricas. Hago un resumen y lo presento al profesor.

EL MANEJO TECNOLÓGICO SE EVIDENCIA EN LA ESCUELA DESDE LA IMPLEMENTACIÓN DE LOS PROYECTOS PEDAGÓGICOS PRODUCTIVOS, A TRAVÉS DE LA ADOPCIÓN Y ADAPTACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DE PRODUCCIÓN DISPONIBLES.

ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA