Guía 3

Explorando la probabilidad

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Determina características de los experimentos aleatorios.

Procedimental
Aplica la probabilidad para determinar la posible ocurrencia de un evento dado.

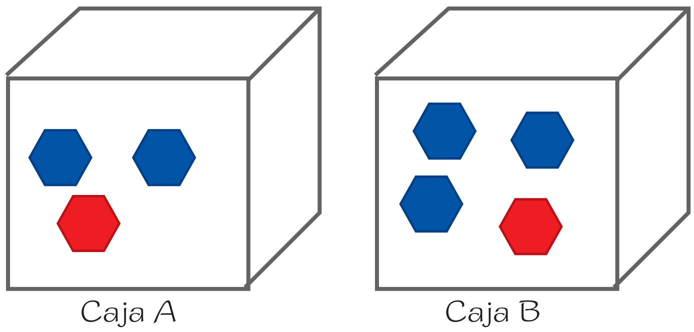
Actitudinal
Asimila fácilmente las diferentes formas de trabajo, aportando a la consecución de las metas comunes.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo detenidamente las siguiente situaciones:

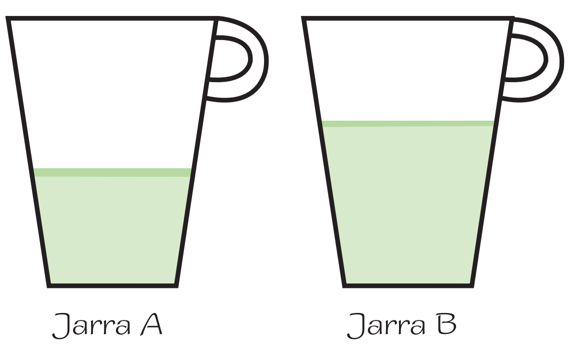
   a. En la caja A se han introducido 2 fichas azules y 1 ficha roja. En la caja B se han introducido 3 fichas azules y 1 ficha roja. Tal como aparece en la siguiente figura:



   Si tuviera los ojos tapados y me dijeran que si saco una ficha roja me gano un premio, ¿de cuál de las dos cajas la sacaría?

   Doy respuesta a la situación planteada, explicando con mis palabras el procedimiento empleado para solucionarlo.

   b. Mi mamá ha preparado dos jarras de limonada. En la jarra A ha mezclado dos vasos de agua y un vaso de zumo de limón y en la jarra B ha mezclado tres vasos de agua y uno de zumo de limón. ¿En cuál de las dos jarras el sabor a limón es más intenso?



TRABAJO EN EQUIPO

2. Comparamos con mis compañeros, las respuestas que dimos en la situaciones planteadas.

3. Seleccionamos entre todas las respuestas la que consideremos correcta tanto para la situación A como para la situación B.

4. Escribimos una conclusion del ejercicio realizado.

5. Invitamos al profesor para comunicarle el procedimiento llevado a cabo y las respuestas a las dos situaciones que construimos entre todos los compañeros de la mesa.

B Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos el siguiente texto y consignamos en el cuaderno las ideas principales:

   Cuando estamos ante situaciones que dificilmente sabemos su resultado o que éste no es posible obtenerlo a partir de operaciones matemáticas básicas, decimos que estamos ante ***situaciones*** o ***experimentos aleatorios.***

   Al retomar las situaciones propuestas en la vivencia: el caso de la situación de sacar una ficha roja de las cajas A y B en cada una de ellas hay fichas rojas y azules, podemos afirmar que es un *experimento aleatorio*. Mientras que para el caso de los dos vasos de limonada, es posible determinar el vaso con más sabor a limón; por tanto, es un *experimento determinista.*

   A continuación, se dan otras situaciones que se consideran situaciones o experimentos aleatorios:

   - ✓ Lanzar 10 tiros al arco de la cancha de fútbol y poder predecir cuántas veces se logra hacer el gol.

   - ✓ Si en el salón de 607 hay 30 estudiantes, de los cuales 20 son niñas y 10 son niños, ¿cuál es la posibilidad de que el primero en salir al descanso sea una niña?

El **espacio muestral** es la lista de todos los resultados o eventos que pueden darse en una situación aleatoria. Para simbolizar el espacio muestral en la guía se empleará la letra E.

Para las situaciones aleatorias anteriores los espacios muestrales son:

$E_{\text{caja A}}$: {azul, azul, roja}

$E_{\text{caja B}}$: {azul, azul, azul, roja}

E_{cancha}: {gol, no gol}

$E_{\text{salón 607}}$: {niño, niño, niño, niño, niño, niño, niño, niño, niño, niño, niña, niña niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña, niña}

Cuando se quiere cuantificar uno de los resultados posibles con respecto a todos los que se encuentran en el espacio muestral, se determina la *probabilidad.*

La probabilidad es una razón entre el número de resultados posibles y el número total de eventos.

Simbólicamente:

$$P(A) = \frac{\text{número de eventos posibles favorables}}{\text{número total de eventos de la situación}}$$

Para cada uno de los experimentos propuestos, se podría definir la probabilidad de que ocurra de la siguiente manera:

Para el caso de las cajas A y B, la probabilidad de que saque una bola roja en cada caso es la siguiente:

Caja A = 1 de 3 posibles, y se puede representar como una fracción $\frac{1}{3}$.

Caja B = 1 de 4 posibles y se puede representar $\frac{1}{4}$.

En el caso de hacer gol es 1 de 2 resultados y se representa $\frac{1}{2}$, en el caso que salga niña es 20 de 30 estudiantes de 607 y se representa $\frac{20}{30}$.

Los valores de la probabilidad siempre se encuentran en un rango del cero al uno. Se asocia a cero a que no ocurre y uno que es posible y con certeza que se de la ocurrencia del evento. Igualmente, como la probabilidad es un número racional lo podemos representar como un decimal y como un porcentaje.

Determinar la probabilidad depende de la agilidad para identificar los resultados posibles de la situación; pero al repetirlos una y otra vez de forma independiente, hace que analicemos la situación de forma proporcional. Por ejemplo, en la situación de la cancha, son 10 veces el mismo evento de gol y no gol, lo que tendríamos una probabilidad de 10 goles de 20 posibles resultados de la situación que es proporcional a $\frac{1}{2}$ como se dijo anteriormente.

Comprobemos esa proporción $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

No se puede decir lo mismo al analizar la probabilidad de sacar cara al lanzar dos veces una misma moneda que lanzar dos monedas al mismo tiempo, ya que el espacio muestral cambia. En el primero es un caso de proporción, ya que son 2 de 4 posibles que es lo mismo de 1 de 2; y el otro es un caso de probabilidad de 3 de 4 posibles (25% cara cara, 25% sello sello o 50% cara sello).

C Ejercitación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Determinemos si las siguientes situaciones son aleatorias o no. Justificamos nuestra respuesta.

   a. Llover en un municipio.
   b. Sacar sello al lanzar tres monedas al tiempo.
   c. La cantidad de agua para cocer una libra de arroz.
   d. Sacar una carta de az de oros de una baraja española de 40 cartas.
   e. La cantidad de harina para un pastel.
   f. La cantidad de glucosa que se tiene en la sangre.
   g. Tipo de género de un bebé en gestación.
   h. El número de bombillos defectuosos que puedan salir de una caja de 100 bombillos.

2. Realicemos el experimento y registramos los resultados que se obtienen en cada caso.

   a. Lanzar 50 veces un dado de 6 caras.
   b. Lanzar 50 veces dos dados de 6 caras con diferente color.

c. Lanzar 50 veces una moneda.

d. Lanzar 50 veces dos monedas.

3. Determinemos la probabilidad de cada uno de los resultados de los experimentos anteriores y comparemos esos resultados con los obtenidos. Escribimos si son parecidos o no en cada evento.

4. Si en una urna hay 6 bolas rojas, 4 amarillas y 2 azules. Determinamos la probabilidad de sacar cada una de las bolas si las que salen vuelven a introducirse, es decir, siempre en la urna hay 12.

	Casos favorables	Probabilidad
Sacar una bola roja	6	$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
Sacar una bola azul		
Sacar una bola que no sea amarilla		
Sacar una bola blanca		
Sacar una bola que no sea blanca		

5. Comprobamos si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso lanzando un dado:

   a. La probabilidad de obtener un 3 es mayor que la de obtener un 6.

   b. La probabilidad de obtener un 6 es mayor que la de obtener un 3.

   c. La probabilidad de obtener 6 es igual que la de obtener 3.

TRABAJO INDIVIDUAL

6. Respondo: ¿cuál probabilidad es mayor en cada uno de los siguientes casos? Justifico cada respuesta.

   a. Sacar 1 al lanzar el dado o sacar un az en una baraja de 52 cartas.

   b. Sacar cara al lanzar una moneda o sacar un número impar al lanzar un dado.

TRABAJO EN PAREJAS

7. Realizamos el siguiente juego de dados con los siguientes materiales: 20 fichas y dos dados de diferente color.

   Las reglas son:

   ✓ Inicia el juego el que obtenga mayor puntaje al lanzar un dado, de las 20 fichas cada jugador tomara 3 fichas dejando de base 14 fichas en el banco.

   ✓ Se lanzan dos dados y cada vez se calcula la diferencia de puntos entre el mayor y el menor.

   ✓ Si resulta una diferencia de 0, 1 o 2 , se ganará 1 ficha del banco.

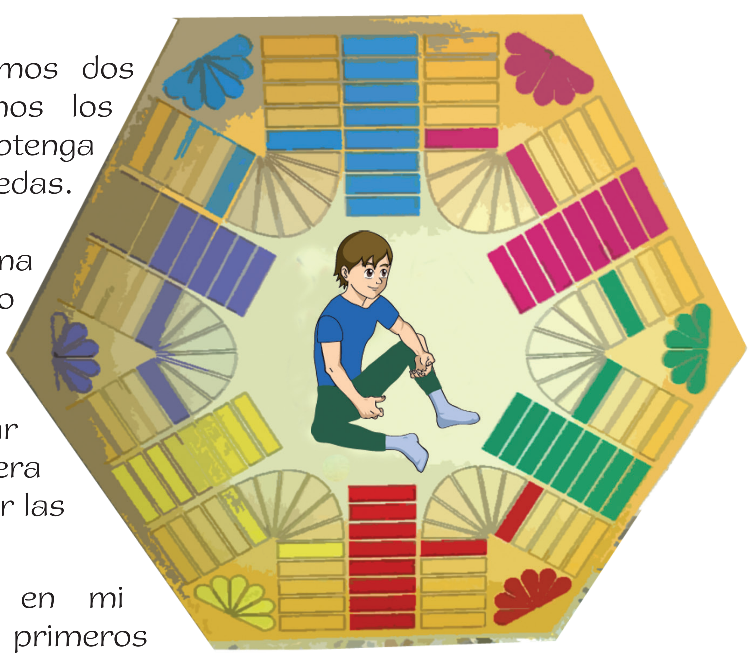
   ✓ Si resulta 3, 4 o 5, se pierde una ficha de las ganadas.

   ✓ Se termina el juego cuando se acaben las fichas.

   De acuerdo con el juego realizado, respondemos en el cuaderno:

   a. ¿Quién ganó más fichas?
   b. ¿Quién ganó menos fichas?
   c. ¿Ambos teníamos la misma probabilidad de ganar?

D Aplicación



1. Con un familiar de la casa, lanzamos dos monedas por 50 veces y anotamos los resultados en una tabla. Gana el que obtenga más resultados iguales en las dos monedas.

   a. ¿Para ambos casos es la misma probabilidad de ganancia? Justifico la respuesta.
   b. ¿Es la misma probabilidad al lanzar 50 veces que la de lanzar una sola vez, para obtener cualquiera de los eventos que se dan al lanzar las dos monedas?
   c. Jugamos parqués y registro en mi cuaderno el valor obtenido de los primeros

20 lanzamientos de los dados. ¿Es posible saber quién gana en ese momento?, ¿cuáles son los resultados que más salen en los dados?, ¿la probabilidad de tener pares es alta comparada con las otras?

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo detenidamente y consigno los aspectos más importantes.

La dificultad que tienen algunas situaciones de probabilidad es determinar la cantidad de los resultados en algunos casos; por eso, se han generado técnicas del conteo como *permutaciones* y *combinatoria.*

La **permutación** es una forma de ordenar o arreglar la totalidad de los elementos de un conjunto, pero sin su repetición. En cambio, la **combinación** es un arreglo de los elementos sin importar el orden en que se dispongan. Estudiemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1
Si se tiene las letras a, b, y c. ¿De cuántas formas distintas se pueden organizar esas tres letras?, en este caso la situación es de permutación ya que nos solicita organizar las tres letras de la siguiente manera:

abc	acb	bac	bca	cab	cba

Nos salen seis formas.

Para determinar la cantidad de permutaciones, se utiliza el factorial que es multiplicar todos los números naturales desde el 1 hasta la cantidad de elementos y se simboliza con n!

Para nuestro ejemplo es:

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

Si la situación cambia a combinación quiere decir de cuántas maneras podemos organizar las tres letras en tres letras.

Solamente una vez, ya que sólo me está preguntando por un arreglo y no por todos los arreglos de tres como lo hace la permutación.

Para determinar la cantidad de combinaciones se utiliza la siguiente fórmula:

$$ {}_nC_f = \frac{n!}{(n-f)!f!} $$

Donde *n* es el número de elementos y *f* es el número de elementos que forman la combinación.

Para nuestro ejemplo *n* = 3 letras y *f*= 3 letras, al reemplazar en la fórmula se obtiene:

$$ {}_3C_3 = \frac{3!}{(3-3)!\cdot 3!} = \frac{3!}{0!\cdot 3!} = \frac{3!}{1\cdot 3!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{6}{6} = 1 $$

Ejemplo 2

Los hermanos Daniela, Juan David, Sebastián y Natalia se deben acomodar por parejas en dos cuartos. ¿De cuántas maneras posibles se pueden acomodar?

Sebastián y Juan David	Daniela y Natalia
Sebastián y Daniela	Juan David y Natalia
Juan David y Daniela	Sebastián y Natalia

Se pueden establecer 6 parejas de los cuatro hermanos. Aplicando la fórmula se tiene:

$$ {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!} = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = 4\ \frac{3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1} = \frac{24}{4} = 6 $$

TRABAJO EN EQUIPO

2. Resolvemos las siguientes situaciones:

   a. Se tiene la palabra CASE, ¿cuáles y de cuántas maneras se pueden organizar las 4 letras?

   b. Se tiene los números 3, 4 y 5, ¿cuáles y de cuántas maneras se pueden organizar los tres números?

   c. Se tiene los números 3, 4, 5 y 6. ¿Cuáles y cuántas combinaciones se pueden hacer de a tres números?

   d. En el aula máxima del colegio, quedaron seis puestos y faltan 10 estudiantes para sentarse. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 10 personas en un banco si hay 6 sitios disponibles?

Evaluación por competencias

1. Selecciono de las siguientes situaciones, las que considero situaciones de proporcionalidad y las que no:

   A. La longitud del lado de un cuadrado y su área.
   B. Altura de un hombre /mujer a una cierta edad y su peso.
   C. Número de hombres/ número de mujeres en un cierto país.
   D. Número de habitantes / número de niños nacidos (la constante de proporcionalidad es la tasa de natalidad).

1

2. Marco verdadero o falso (V o F) si los siguientes eventos son experimentos aleatorios:

   A. El número de hermanos que tiene mi mejor amigo(a). ( )
   B. El marcador del próximo partido de fútbol de mi equipo favorito. ( )
   C. La asignatura que tendré en el colegio el próximo lunes. ( )
   D. La posibilidad de que ocurra un desastre natural ( )

2

3. En mi institución educativa, la jornada comienza a las 7 de la mañana y termina a las 2 de la tarde. Tenemos dos descansos de media hora. La razón que indica el tiempo de descanso con respecto al tiempo que estoy en la institución educativa es:

   A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{14}{7}$

   C. $\frac{8}{1}$ D. $\frac{1}{7}$

3

4. En una clase de matemáticas hay 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe en un papel. Todos los papeles se ponen en un sombrero y el profesor saca uno sin mirar. Lo que se puede afirmar es que:

A. Es más probable que el nombre sea de un niño.
B. Es más probable que el nombre sea de una niña.
C. Es igual de probable que el nombre sea de un niño o de una niña.
D. No es posible reconocer cuál nombre es más probable.

4

5. Una persona se esta presentado para un trabajo y le solicitan que seleccione 7 preguntas de las 10 que le están presentando para responder. ¿De cuántas maneras puede elegirlas, si las 4 primeras son obligatorias?

A. 20
B. 12
C. 50
D. 25

5

Glosario

- **Aleatorio:** Perteneciente o relativo al juego de azar.
- **Arreglo:** Regla, orden, coordinación.
- **Evento:** Eventualidad, hecho imprevisto, o que puede ocurrir.
- **Ocurrencia:** Encuentro, suceso casual, ocasional.
- **Probabilidad:** En un proceso aleatorio, razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.