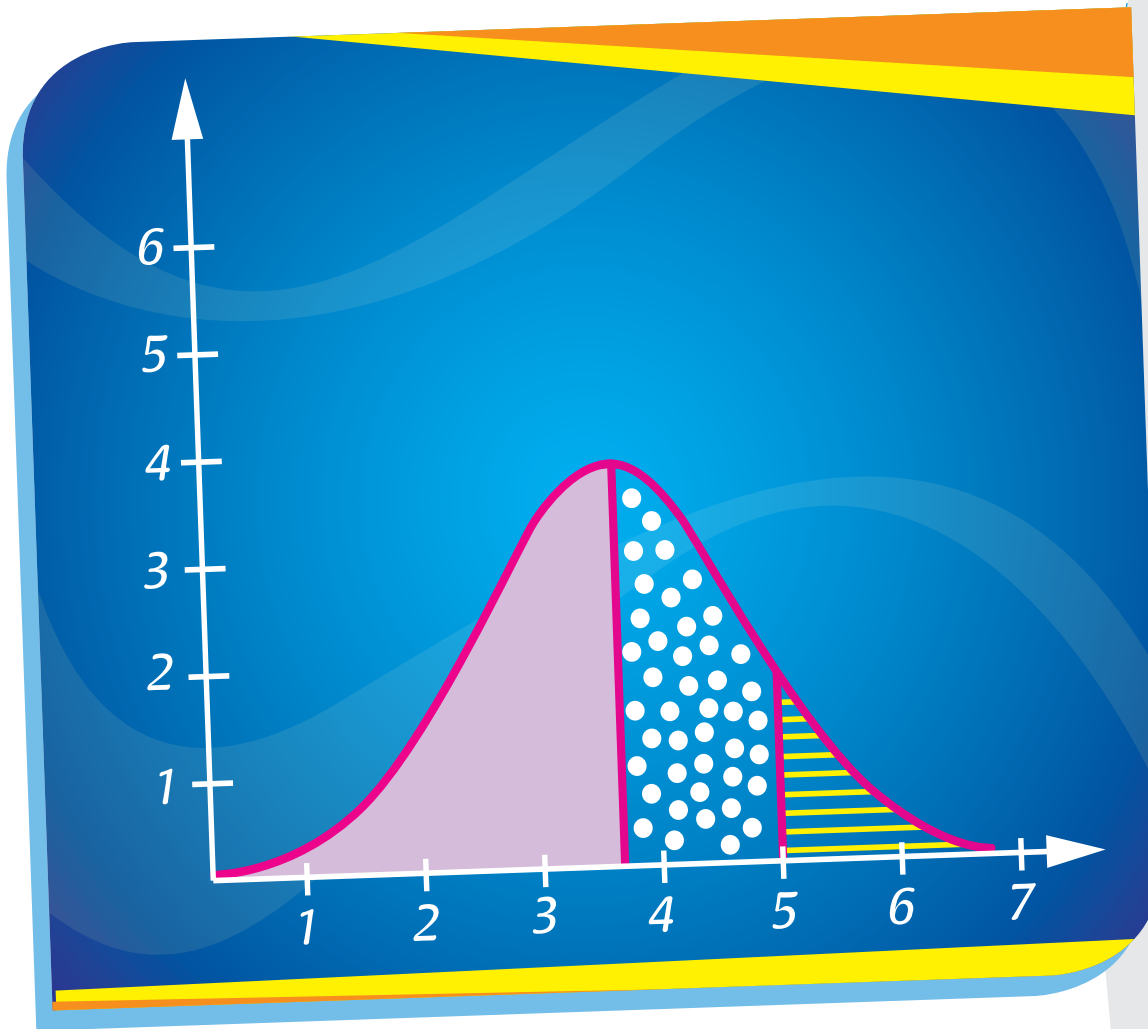


Guía 6



Los datos se pueden modelar como distribuciones normales

Indicadores de desempeño

Conceptual

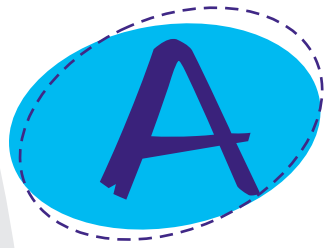
- Reconoce algunas características de la distribución normal.

Procedimental

- Modela situaciones reales con la distribución normal.

Actitudinal

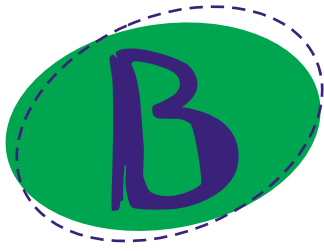
- Muestra responsabilidad en las decisiones que toma con respecto a la información derivada de procedimientos estadísticos.



Vivencia

TRABAJO EN EQUIPO

1. Conformamos grupos de 4 estudiantes, asignamos los roles correspondientes y seleccionamos uno de los siguientes temas, el que más nos interese, para realizar una actividad en todo el colegio:
 - a. El aseo del colegio.
 - b. Las dificultades de convivencia escolar.
 - c. El Gobierno Escolar.
 - d. El deporte en el colegio.
2. Elaboramos una encuesta sobre el tema seleccionado para aplicarla a una muestra que corresponda al 30% de los estudiantes del colegio.
 - a. Definimos las preguntas de la encuesta.
 - b. Presentamos la encuesta al profesor para que nos dé su aprobación final y así poder aplicarla.
 - c. Definimos la técnica de muestreo para aplicar la encuesta, teniendo en cuenta que no se puede hacer con todos los estudiantes del colegio.
 - d. Argumentamos las razones para elegir la técnica de muestreo, teniendo en cuenta las características de la información a recolectar.
3. Después de aplicar la encuesta:
 - a. Elaboramos tablas de frecuencia y gráficas.
 - b. Determinamos los valores de las medidas de tendencia central, de posición y dispersión.
 - c. Escribimos el informe, teniendo en cuenta los resultados obtenidos.
 - d. Diseñamos un plan de acción sobre estrategias de concientización hacia la comunidad para realizar transformaciones en nuestros hábitos y así mitigar el impacto ambiental o social, según el tema y de acuerdo con los resultados de la encuesta.
 - e. Realizamos una puesta común ante el curso.



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Después de asignados los roles, a quien le corresponda realizar la lectura lo hace en voz alta y entre todos resaltamos los aspectos más importantes para elaborar un mapa conceptual:

En el grado octavo el profesor de matemáticas quería indagar la distribución de los estudiantes en el área de matemáticas. Después de terminar el primer periodo académico se dio cuenta de los siguientes datos:

El número total de estudiantes de octavo es de 120 .

El puntaje promedio obtenido en matemáticas fue de 6.5 .

La moda es igual al promedio o sea que es 6.5 .

La mediana es de 6.5 .

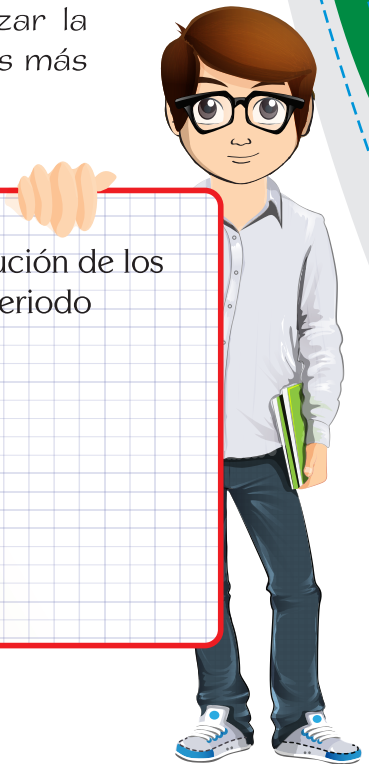
La desviación estándar fue de 1.0 .

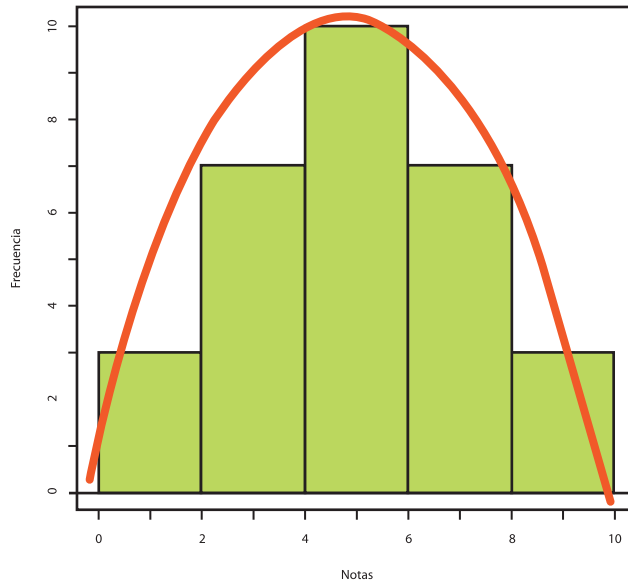
Respondemos:

¿Qué podemos decir de las medidas de tendencia central?
Argumentamos la respuesta.

Continuando con la actividad realizada por el profesor, al pensar en una gráfica que pudiera representar los datos anteriores, acudió a sus conocimientos de estadística, tratando de hacer un histograma de frecuencias, así:

Recordemos que un **histograma** es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados. De esta manera ofrece una visión de grupo permitiendo observar una preferencia, o tendencia, por parte de la muestra o población por ubicarse hacia una determinada región de valores dentro del espectro de valores posibles (sean infinitos o no) que pueda adquirir la característica.



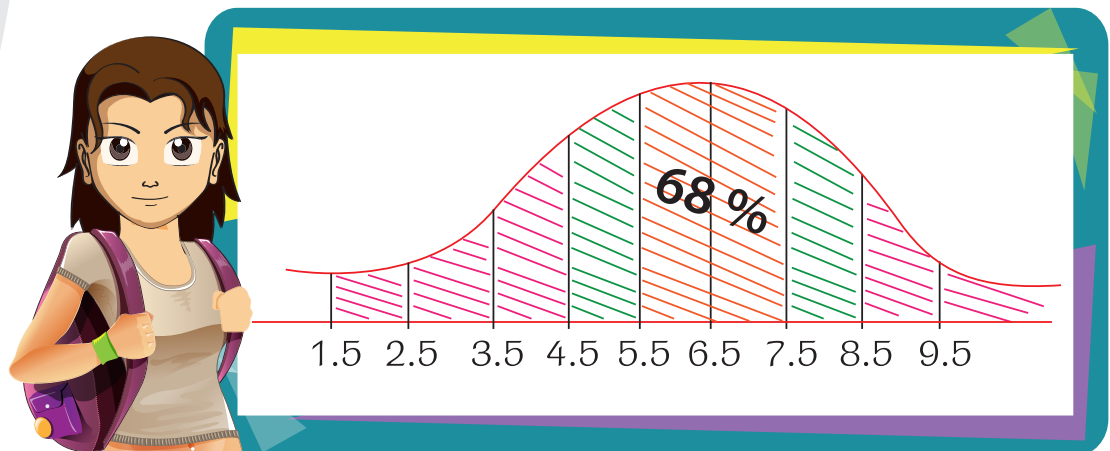


2. Respondemos:

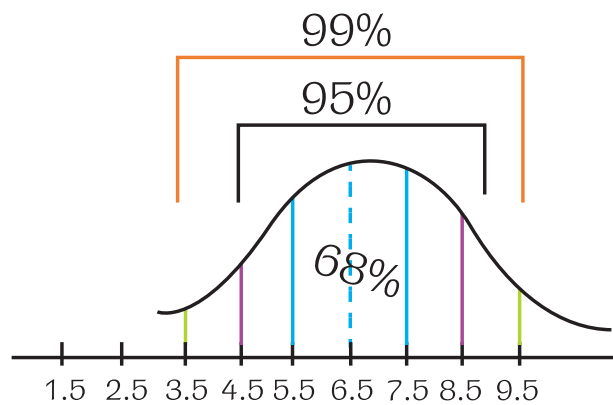
- ¿De qué manera se encuentran distribuidos los datos en el histograma de frecuencias?
- ¿Qué forma tiene la línea roja que se encuentra en la gráfica?

La distribución que hace el profesor de las notas obtenidas por los estudiantes se llama **Distribución Normal**, por las siguientes razones:

- La gráfica va aumentando de tamaño en donde se encuentran la gran mayoría de los datos.
- Si observamos la gráfica el 68% de los datos se encuentran en el centro de la distribución lo que quiere decir que la mayoría de los estudiantes obtuvieron una nota, comprendida entre 5.5 y 7.5, que representa la mayoría de los estudiantes que obtuvieron esa nota.
- En los extremos vemos que la curva se hace más pequeña, lo que quiere decir que en este caso son pocos los estudiantes que obtuvieron esa calificación, bien sea entre 7.5 y 9.5 ó entre 5.5 y 1.5.



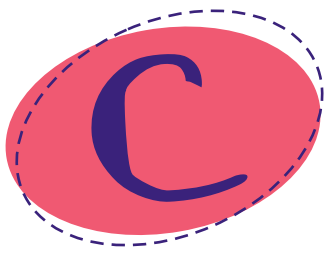
Los porcentajes comprendidos en la distribución normal son los siguientes:



La distribución normal ocurre cuando:

- La media, la mediana y la moda corresponden al mismo valor, lo que significa que todos los datos se distribuyen normalmente.

La **distribución normal** fue un modelo desarrollado por el matemático **Abraham de Moivre en 1773**, y que comúnmente es aproximado en fenómenos naturales que generan variables aleatorias y continuas. Esta representa la distribución de frecuencias de una población de valores que hoy conocemos como curva normal, la cual tiene forma de una campana y que también es conocida como **la campana de Gauss**.



Ejercitación

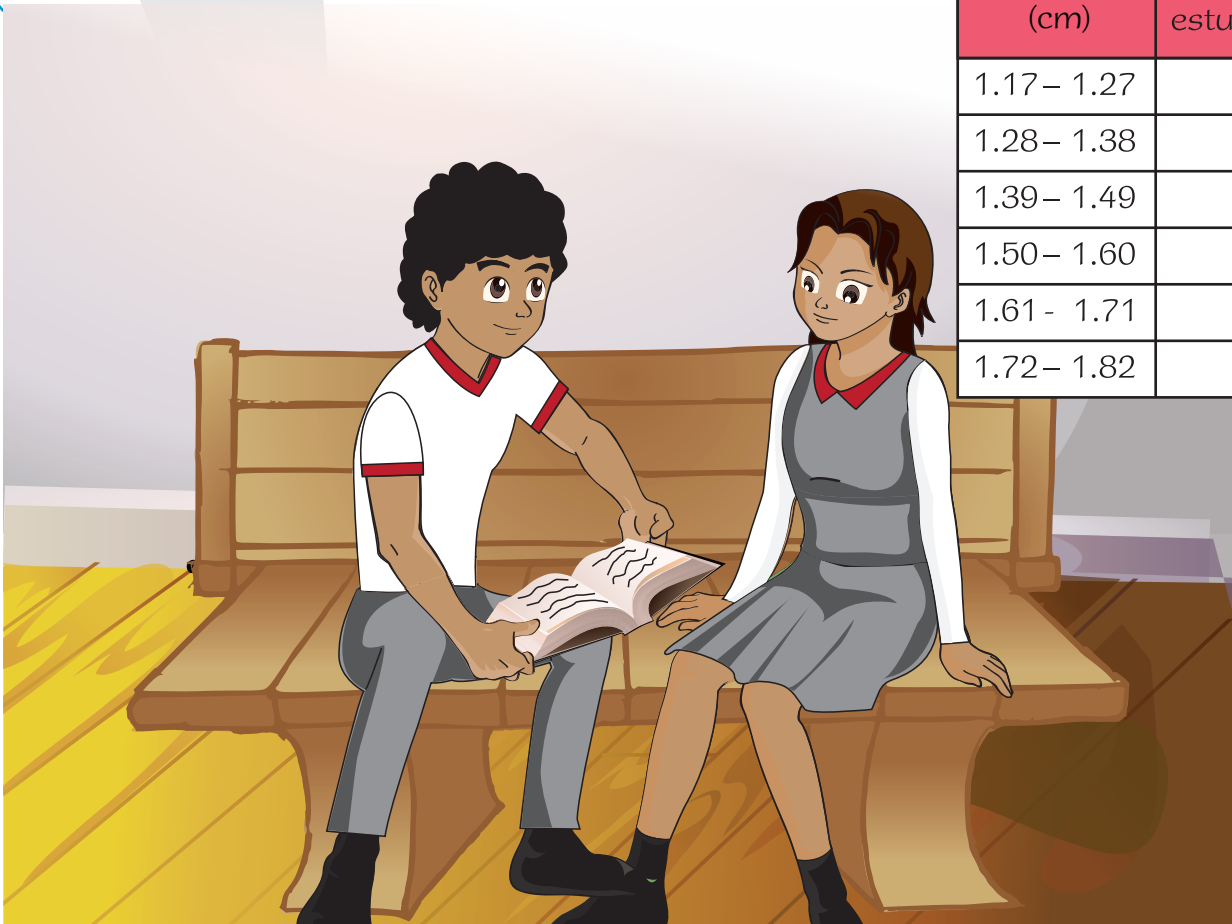
TRABAJO EN PAREJAS

1. Deseamos conocer si los siguientes datos corresponden a una distribución normal. Para ello consulta a por lo menos 30 estudiantes del colegio:
 - a. ¿Cuántas personas conforman su familia?
 - b. ¿A qué se dedican sus padres?
 - c. ¿A cuánto equivalen los ingresos familiares?

- d. ¿En qué estrato viven?
- e. ¿Cuál es el nivel de educación de los padres?

2. A 58 estudiantes del colegio Bilingüe Afrocolombiano, la Secretaría de Salud del municipio les midió su estatura para determinar el tamaño promedio de los jóvenes de octavo grado. Los datos obtenidos se encuentran en la siguiente tabla. Elaboremos el histograma de los datos:

Estatura (cm)	Número de estudiantes
1.17– 1.27	1
1.28– 1.38	5
1.39– 1.49	11
1.50– 1.60	34
1.61– 1.71	6
1.72– 1.82	1



- 3. De los datos de cada una de las preguntas anteriores, obtenemos las medidas de tendencia central y la desviación típica.
- 4. Si corresponden a una distribución normal, elaboramos la campana de Gauss y hacemos el análisis correspondiente.
- 5. Consultamos en internet la biografía de Gauss y Abraham de Moivre y le presentamos al profesor lo aprendido acerca de estos matemáticos, así como los ejercicios realizados para que valore los aprendizajes logrados.



Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Seleccionamos al azar un grupo de estudiantes de un mismo grado, mínimo 10 estudiantes y medimos los contornos de sus manos. Para ello recurrimos a una cinta métrica, la que podemos traer desde la casa o buscar en el CRA.

- a. Tomamos sus medidas.
- b. Elaboramos una tabla con los datos.
- c. Elaboramos el histograma de frecuencias.
- d. Si corresponde a una distribución normal, elaboramos la campana de Gauss.
- e. Respondemos:
 - ✓ ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que se encuentran entre -1 y $+1$ desviación estándar.
 - ✓ ¿Cuál es el porcentaje de los estudiantes que se encuentran entre -2 y 2 de desviación estándar?



Sacamos una conclusión acerca de los contornos de las medidas de las manos de los estudiantes del colegio.

2. Estas son las puntuaciones de la evaluación de matemáticas realizada al grado 802 que tiene 40 estudiantes (sus datos se distribuyen normalmente con una media de 15 puntos): La puntuación A ha sido superada por un 23% de los alumnos; la puntuación B está situada a 5 puntos por debajo de la media. Entre B y la media se encuentra el 30% de los alumnos.

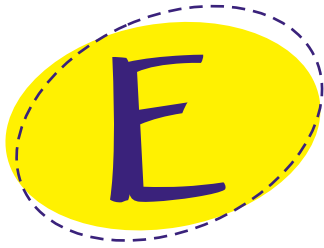
- a. Elaboramos el histograma.
- b. Determinamos la desviación típica de las notas.
- c. Escribimos las puntuaciones directas de A y B.

- d. Señalamos el porcentaje de alumnos entre A y B.
3. En el colegio “La Paz”, los 460 estudiantes de bachillerato tienen 156 cm. de estatura media con una varianza de 81 cm, la mediana es también de 156 cm y la moda es de 140 cm.
- Elaboramos el histograma de frecuencias, en porcentajes. ¿Qué ocurre con la forma del histograma, corresponde con una distribución normal? Argumentamos la respuesta.
 - Determinamos el porcentaje de alumnos que miden más de 160 cm.
4. Un hospital de nivel 5 de un departamento, presenta la cantidad de personas que ingresaron en un mes por infecciones de respiración:

Infecciones respiratorias	Número de pacientes
Gripe	250
Asma	161
Bronquitis	210
Neumonía	132



- Calculamos las medidas media, mediana y moda de los datos.
- Realizamos el diagrama de frecuencias acumuladas.
- Determinamos la desviación estándar
- ¿Por qué no es posible realizar una distribución de los datos en forma de campana de Gauss?



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Realizamos la siguiente lectura y consignamos los aspectos más importantes:

La distribución normal también nos sirve para encontrar uno de los datos de la población a partir de los porcentajes ya establecidos como constantes, de la media y la desviación estándar.

Teniendo en cuenta que la altura de la campana de Gauss representa la frecuencia de los datos, cualquiera de sus puntos corresponden a un valor x .

La altura (Y , y que representa la frecuencia o número de casos) en cualquier curva normal y en cualquiera de sus puntos (los valores de X , que representan la variable) guarda siempre una determinada proporción con la altura máxima (que corresponde a la media). Esos puntos están determinados en puntuaciones típicas (z): Conocida como **z** , sabemos qué altura tiene la curva en ese punto con respecto a la altura máxima (o mayor frecuencia) que corresponde a la de la media ($z = 0$).

Ejemplo:

Si en la situación planteada inicialmente, que corresponde al puntaje obtenido por los estudiantes de octavo en la prueba de matemáticas, quisiéramos saber cuántos estudiantes obtuvieron un puntaje menor que 5, lo primero que tendríamos que hacer es realizar la distribución en valores z ó estadístico Z , que será la distancia entre un valor seleccionado, llamado X , y la media μ , dividida por la desviación estándar σ .

Para ello empleamos la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Donde μ corresponde a la media y el signo σ corresponde a la desviación. Teniendo en cuenta la situación planteada, y reemplazando en la fórmula tenemos:

$$z = \frac{5 - 6.5}{1}$$

Donde $z = 1.5$

Posteriormente tendremos que buscar en una tabla denominada PORCENTAJES DE ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL DESDE $Z = 0$ HASTA $Z = 3.99$. De la siguiente manera:

Tal como aparece señalado el valor de $z = 1.5$, el cual se busca en la tabla y se obtiene 0.4332; como estamos hablando de porcentajes entonces da como resultado 43.32%.

Entonces decimos que el 43.32% de los estudiantes obtuvieron un puntaje menor que 5 en la prueba de matemáticas:

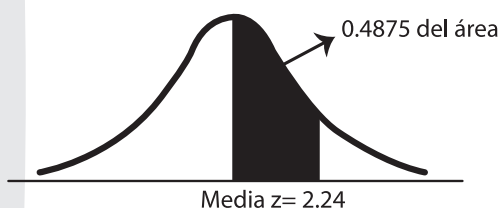


Tabla distribución de Probabilidad normal estándar

* Áreas bajo la curva de distribución de la probabilidad normal estándar, entre la media y valores positivos de z .

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

2. Resolvemos:

a. La media del peso de 500 estudiantes del Colegio Antonio Ricaurte es de 45 kg y la desviación de 3 kg. Suponiendo que los pesos están distribuidos normalmente, encontrar los estudiantes que:

- ✓ Pesan entre 40 y 50 kg.
- ✓ Pesan más de 60 kg.
- ✓ Pesan menos de 30 kg.

b. Se supone que los resultados de una prueba realizada en sociales sigue una distribución normal con media de 72 puntos y una desviación de 36. Determinamos en porcentajes la probabilidad de que un estudiante presente la prueba y obtenga una calificación posterior a 80 puntos.

3. Le presentamos al profesor los ejercicios realizados y le pedimos que nos aclare las dudas que se hayan presentado.

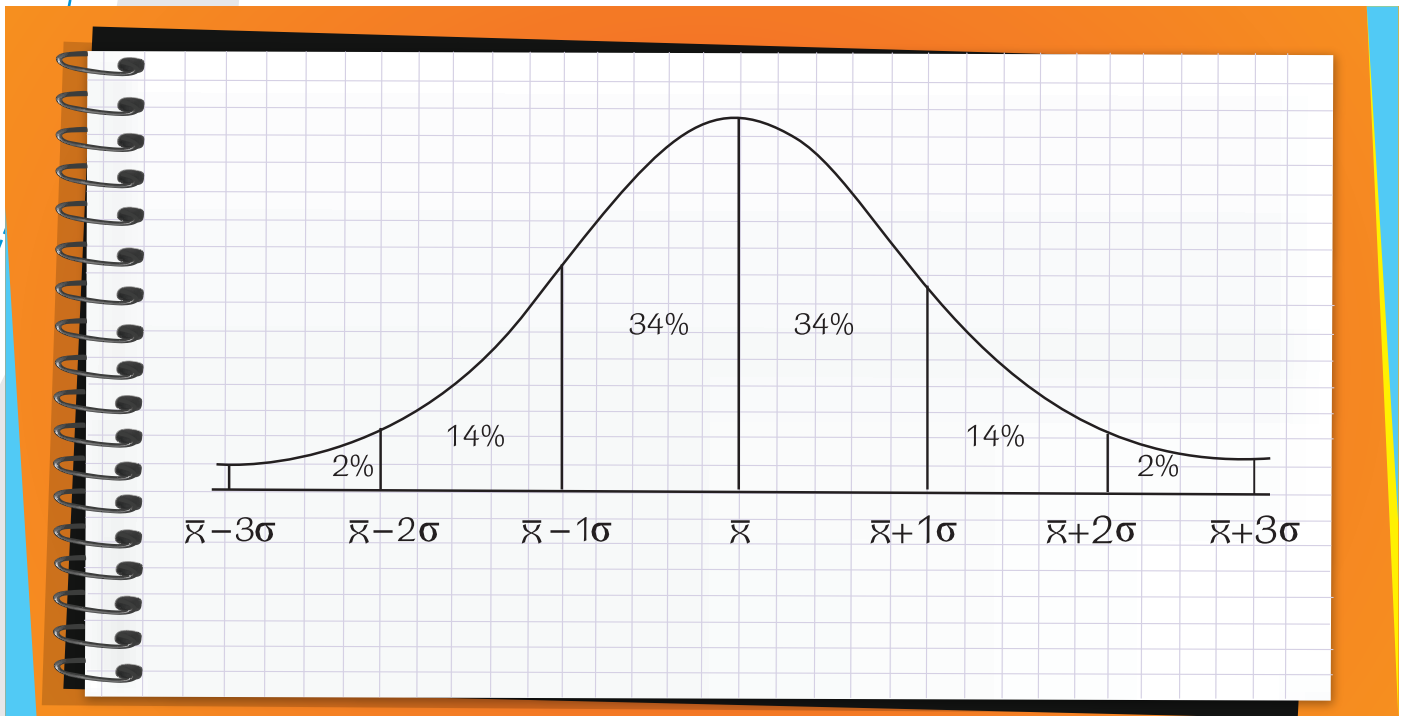
Evaluación por competencias

1. Contesto falso (F) o verdadero (V) según sea el caso:

- A. Una de las propiedades de la distribución normal es que tiene una moda que coincide con mediana y su moda. ()
- B. Los resultados de las Pruebas Saber se agrupan en una distribución normal. ()
- C. Todos los datos que resultan de fenómenos naturales se agrupan en una distribución normal. ()
- D. De acuerdo con las características de los estudiantes del colegio, podemos decir que se pueden agrupar en una distribución normal. ()

1

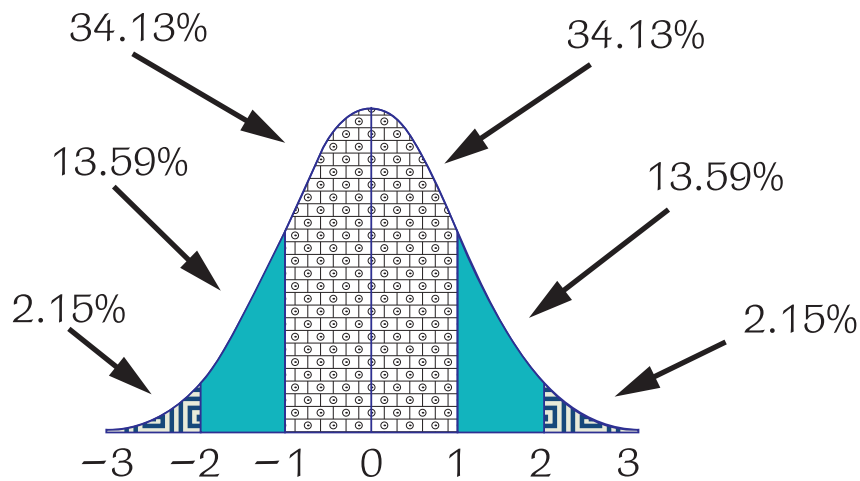
2. Los datos que se presentan en la siguiente distribución normal, dan cuenta de una prueba de lectura realizada por el Ministerio de Educación y quieren decir que:



- A. El 68% de los estudiantes se encuentran en el más alto + puntaje obtenido.
- B. El 68% de los estudiantes obtuvieron entre el puntaje promedio, 1 desviación y -1 desviación.
- C. El 68% de los estudiantes ganaron la prueba.
- D. El 68% de los estudiantes perdieron la prueba.

2

3. Según la situación anterior, señalo (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:



- A. El 2.15% de los estudiantes se encuentran a 2S y -2S. ()
- B. El 2.15% de los estudiantes corresponden a los alumnos excepcionales. ()
- C. El 13.59% de los estudiantes que se encuentran por encima de la media, aprobaron la prueba. ()
- D. Todos los estudiantes aprobaron la prueba. ()

3

4. “El Universo de los libros” es una librería recientemente inaugurada que, además de la propia consulta de libros, ofrece los servicios de cafetería.

Para una próxima exposición en la Feria del libro, la empresa ha decidido solicitar a la fábrica textil “Text” la elaboración de camisetas promocionales de la librería.

Text decide hacer camisetas de tres tallas: L, XL, XXL. Dado que todas las tallas serán bastante anchas, lo que hará optar por una talla u otra será la altura. Después de realizar el estudio pertinente, se concluye que las alturas de los 100 posibles compradores potenciales seguirán una distribución normal, con media 164.5 cm. y desviación estándar 9.2 cm y se recomienda la talla L hasta 160 , talla XL hasta 180, talla XXL para alturas superiores

Según lo anterior, ¿de qué talla de camiseta debe fabricar mayor cantidad?:

- A. L
- B. XL
- C. XXL
- D. S

4

5. Suponiendo que por razones de mercado, la empresa crea conveniente fabricar el 10% de camisetas de la talla L, el 65% de la talla XL y el 25% restante de la talla XXL, ¿cuál de las tallas de camisetas puede agotarse más rápidamente? Argumento mi respuesta:

- A. XL
- B. S
- C. L
- D. XXL

5



Glosario

- **Distribución normal:** Es una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales.
- **Histograma:** Consiste en un conjunto de rectángulos, que pueden ser:
 - (a) Con bases en el eje x horizontal, centros en las marcas de clase y longitudes iguales a los tamaños de los intervalos de clase.
 - (b) Áreas proporcionales a las frecuencias de clase.

Bibliografía

Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). Estocástica y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-0-3.

Contreras, M. (2004). Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos. Capítulo 8. p.151 – 198.

Morales, P. (2008). Estadística aplicada a las Ciencias Sociales. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.

Triola, M. F. (2009). Estadística. Décima Edición. Pearson Educación.

Barragués, J. y Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. Educación Matemática. Vol. 21, núm. 3. Pp. 127-162. Santillana. Distrito Federal, México.

Martín, A. y Álvarez, R. (2005). La distribución normal, la calculadora y las nuevas tecnologías. Pp. 59-77. [En línea]. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_27/4_distribucion_normal.pdf