

Guía 5



Ampliamos las técnicas
de encontrar la probabilidad

Indicadores de desempeño

Conceptual

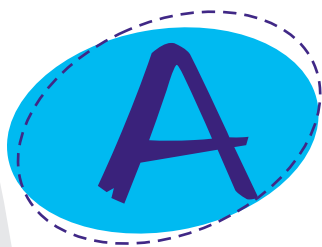
- Determina algunas propiedades de la probabilidad.

Procedimental

- Resuelve situaciones que requieren de la probabilidad.

Actitudinal

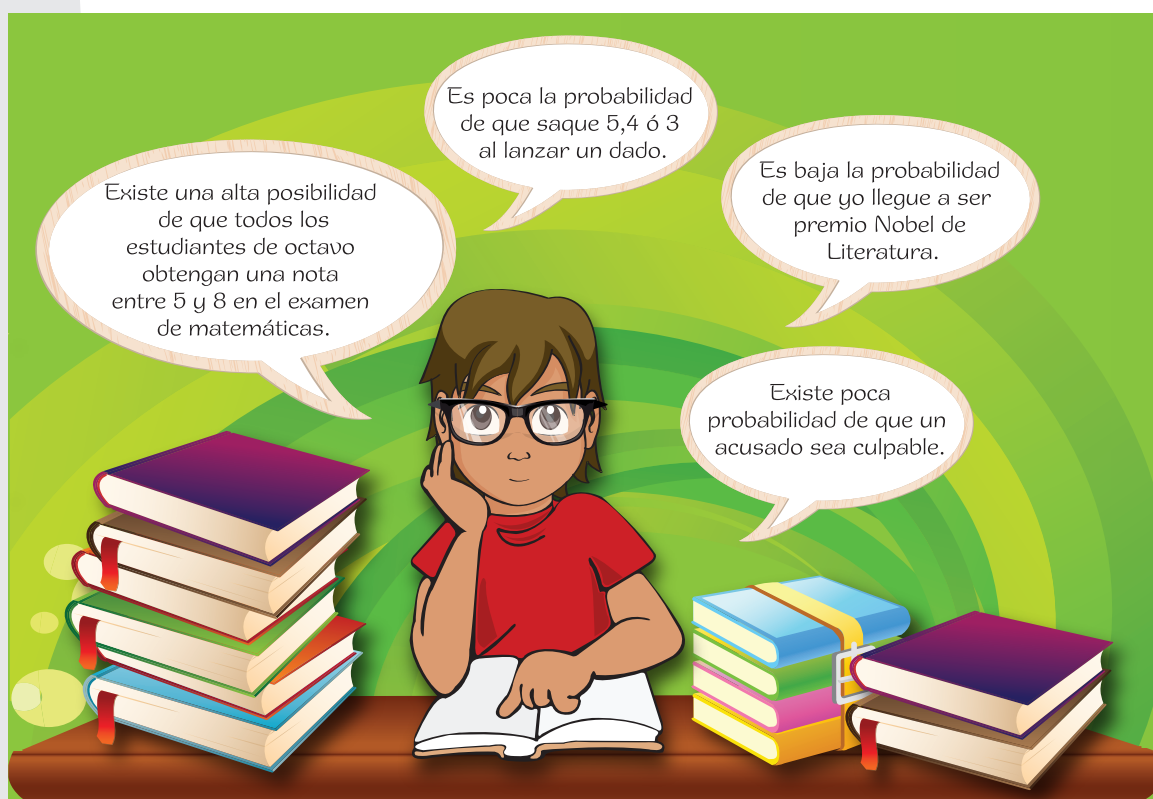
- Valora los resultados de la probabilidad para tomar decisiones.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Reflexiono en torno a los pensamientos del estudiante y escribo si los enunciados sobre la probabilidad son verdaderos o falsos:



TRABAJO EN PAREJAS

2. Confronto de manera respetuosa con uno de mis compañeros las respuestas del ejercicio anterior, tomamos decisiones y escribimos las que creemos adecuadas en el cuaderno.
3. Contestamos:
 - a. En las siguientes afirmaciones, cuáles eventos son más probables que ocurran:
 - ✓ En una familia hayan 8 hijos o que hayan 3 hijos.

- ✓ Los estudiantes de octavo practiquen algún deporte o no lo practiquen.
- ✓ La enfermedad de la que más personas se mueran sea cáncer o de un infarto.
- ✓ Los estudiantes del colegio realicen acciones para conservar el medio ambiente o que no lo hagan.
- ✓ Yo ingrese a la universidad cuando termine mi bachillerato o que no lo haga.

b. Analicemos la siguiente información:



www.eltransporte.com

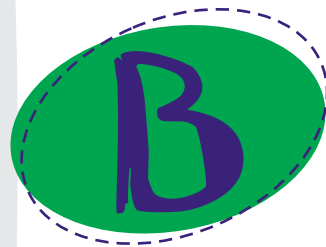
Principales causas de los accidentes de tránsito en carretera

¿ Sabía usted que el exceso de velocidad es la principal causa de los accidentes en carretera ? Del total de causas, 84.82% corresponde al factor humano, 4.97 % a la vía y 10.27 % al vehículo.

Exceso de velocidad	12.65%
Fallas mecánicas	10.21%
Adelantamiento indebido	8.55%
Impericia en el manejo	7.39%
Imprudencia del conductor	6.80%
No mantener la distancia	6.37%
Embriaguez	5.76%
Obstáculos en la vía	4.14%
Pavimento liso ó húmedo	3.87%
Distracción del conductor	3.44%

Fuente Instituto Nacional de Vías

- ✓ ¿Cuáles son los hechos que tienen más probabilidad de que ocurran?
 - ✓ ¿Cuáles son los hechos que tienen menos probabilidad de que sucedan?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad que los accidentes de tránsito ocurran por embriaguez?
- c. Preparamos un escrito sobre las conclusiones que son más probables que sucedan según la información mostrada.
 - d. Presentamos en plenaria la reflexión en torno al análisis de datos y la probabilidad de que un hecho suceda.



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos comprensivamente el siguiente texto y anotamos en el cuaderno las ideas principales y elaboramos un mapa conceptual de los avances sobre la probabilidad que se presentan en esta guía:



Teniendo en cuenta la utilidad que tiene la probabilidad en la vida real, nos podemos encontrar a diario con algunas situaciones en donde la probabilidad de que ocurra un evento dependerá de que ya haya ocurrido otro.

Partamos del siguiente ejemplo:

Andrés e Inés es una pareja que planea tener tres hijos y que quiere conocer la probabilidad de que al menos uno de ellos sea una niña.

Lo anterior quiere decir que de los tres hijos que planean tener, uno de ellos sea una niña.

Para dar respuesta a esta situación, procedemos a realizar el siguiente procedimiento:

Paso 1:

Llamemos A , a la posibilidad de que al menos uno de los hijos sea una niña.
 A = Al menos uno de los tres hijos es una niña.

Paso 2:

Llamemos \bar{A} a la posibilidad de que ninguno de los hijos sea una niña. Entonces \bar{A} = (niño, niño, niño) correspondería a los tres hijos que planea tener la pareja.

Si al tener un hijo sólo tengo dos posibilidades que sea niño o que sea niña, entonces la probabilidad de tener un hijo varón se expresa así:

$$\frac{1}{2}$$

Como estamos hablando de que Andrés e Inés quieren tener tres hijos, entonces la probabilidad se representa así:

Paso 3:

Calculamos la probabilidad,

$$P(\bar{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Paso 4:

Procedemos a calcular la probabilidad de que entre los tres hijos nazca una niña:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{8}$$

$$P(A) = \frac{7}{8}$$

Lo anterior quiere decir que hay un $\frac{7}{8}$ de probabilidad de que Andrés e Inés tengan una niña.

De acuerdo con el ejemplo anterior, para calcular la probabilidad de que entre varias posibilidades de ocurrencia, una de ellas se presente al menos una vez, se calcula la probabilidad de que no ocurra y se le resta 1:

$$P(\text{al menos uno}) = 1 - P(\text{ninguno})$$

Cuando nos enfrentamos a probabilidades en las que la ocurrencia de un fenómeno está condicionada por otros eventos o sucesos, entonces podemos acudir a otra técnica para hallar probabilidades que corresponde a la probabilidad condicional.

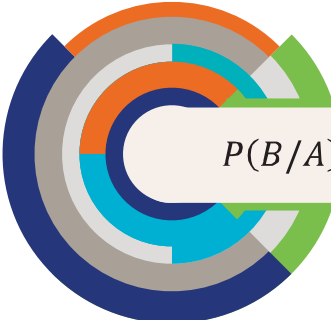
Probabilidad condicional

En la vida diaria nos podemos enfrentar a situaciones en las que la probabilidad de que ocurra un evento dependa de la ocurrencia de otro suceso o fenómeno.

Por ejemplo, si quisiéramos saber la probabilidad de que las niñas que se encuentran matriculadas en el colegio queden embarazadas, esto estaría condicionado en primera instancia a que en el colegio se hayan matriculado mujeres.

La probabilidad condicional, cuando se indaga por la probabilidad de que el suceso B ocurra, dado que el suceso A ya ocurrió, puede calcularse mediante la regla de la multiplicación. Esto se simboliza $P(B/A)$.

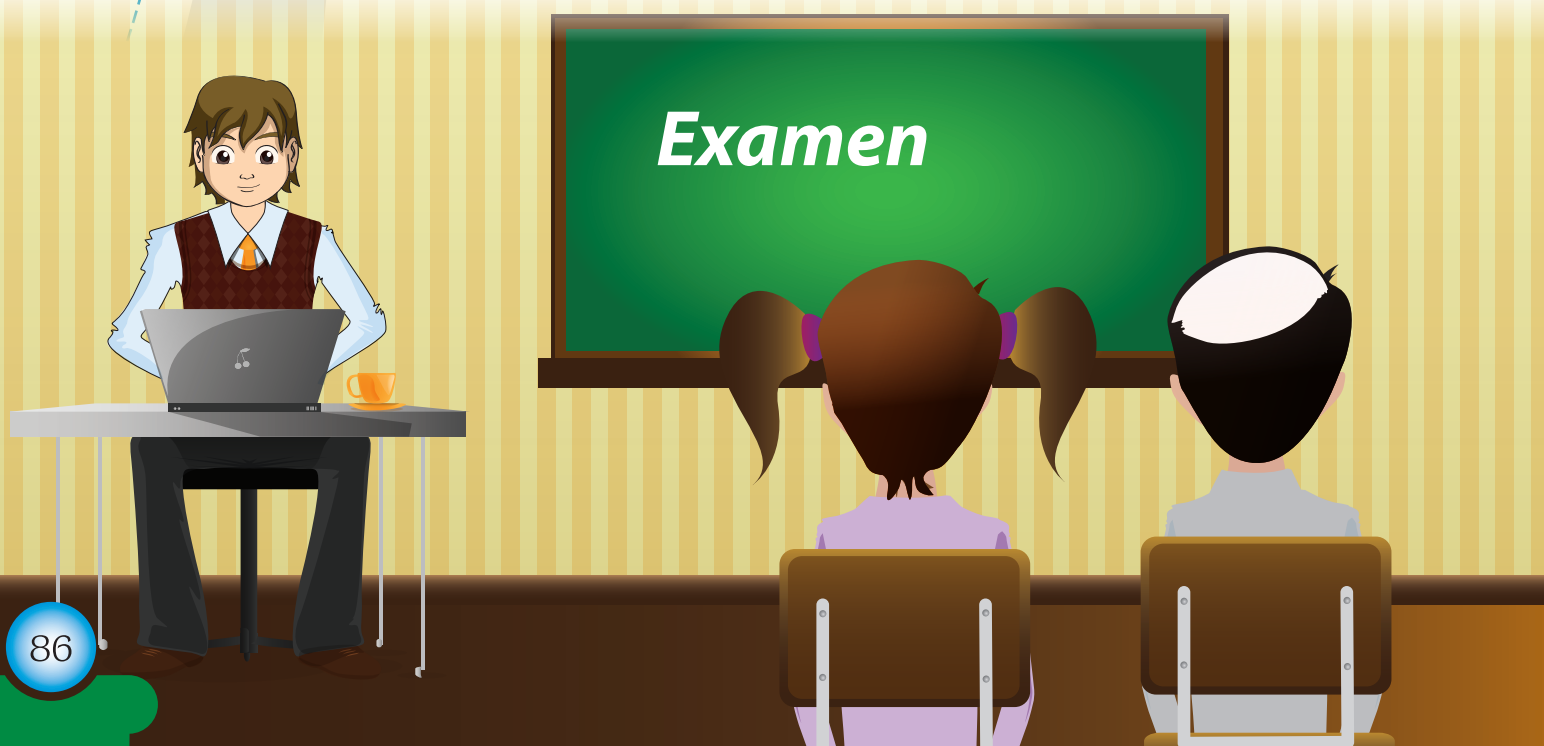
Se lee la probabilidad de B dado A y se define como:


$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \text{ con } P(A) > 0$$

Es necesario encontrar la probabilidad de ocurrencia tanto del evento B y evento A de forma simultánea y la probabilidad de ocurrencia de A, que debe ser diferente de cero. Entonces, la $P(B/A)$ es una división de estos dos hechos.

Ejemplo 1:

En el salón de 801 hay 6 estudiantes presentando una evaluación, dos son mujeres y cuatro son hombres. ¿Cuál es la probabilidad que finalice una mujer en el segundo lugar dado que en el primer lugar fue un hombre?



De acuerdo con la probabilidad condicional, en este caso, uno de los dos eventos ya ocurrió, tal es el caso de que un hombre ya finalizó la evaluación y es la condición para que ocurra el siguiente evento que corresponde a que la evaluación la finalice de segunda una mujer.

Aplicando la fórmula tenemos:

$$P(M/H) = \frac{P(H \cap M)}{P(H)}$$

Calculamos $P(H \cap M)$. Se tiene que hallar la probabilidad de ocurrencia de hombres $P(H) = \frac{4}{6}$ y la probabilidad que sea mujer $P(M) = \frac{2}{6}$

Luego la probabilidad de los dos es: $P(H \cap M) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6}\right) = \frac{8}{36}$

$$P(M/H) = \frac{\frac{8}{36}}{\frac{4}{6}}$$

$$P(M/H) = \frac{8 \times 6}{36 \times 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Si realizamos la división y multiplicamos por 100 obtenemos la probabilidad en forma de porcentaje. Así:

$$\frac{1}{3} = 0.333333 \dots = 33,33\%$$

Como se observa, también podemos encontrar otras probabilidades en donde se trabaja con porcentajes.

Ejemplo 2:

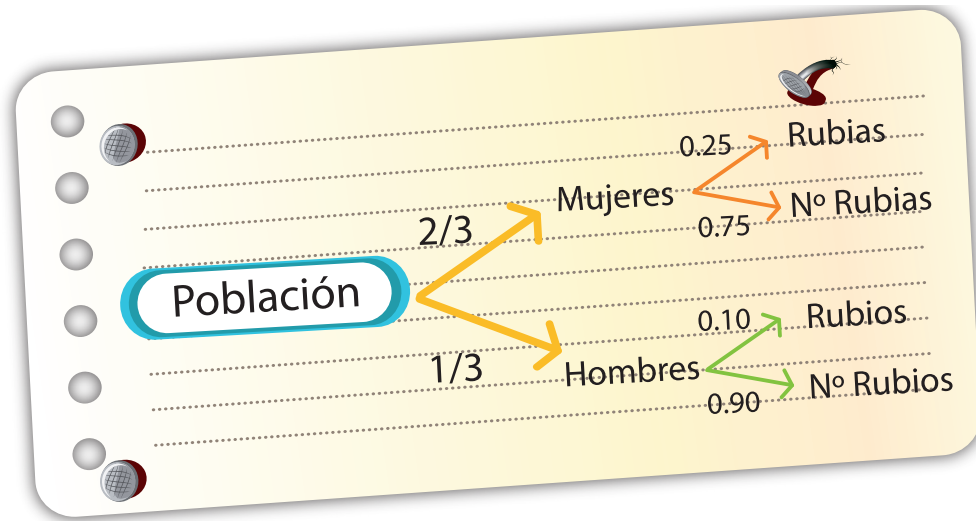
En una población hay el doble de mujeres que de hombres. El 25 % de las mujeres son rubias y el 10 % de los hombres también son rubios.

Calcular:

- Si se elige al azar una persona y resulta ser rubia, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre y no sea rubio?

Para resolver estas incógnitas podemos recurrir al diagrama de árbol, especialmente cuando necesitemos visualizar el experimento por etapas:

Se sabe que hay mujeres rubias y hombres rubios entonces se realiza la probabilidad condicionada para hombres y mujeres, así:



Para mujeres rubias:

$$P\left(\frac{R}{M}\right) = \frac{P(R \cap M)}{P(M)} = \frac{0,25 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 0.25$$

De que una persona sea rubia es necesario aplicar la propiedad de la multiplicación de las probabilidades, ya que un evento afecta simultáneamente a otro:

$$P(M) \cdot P\left(\frac{R}{M}\right) = 0,25 \cdot \frac{2}{3} = 0.166$$

Para hombres rubios:

$$P\left(\frac{R}{H}\right) = \frac{P(R \cap H)}{P(H)} = \frac{0,1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 0.1$$

De que una persona sea rubia es necesario aplicar la propiedad de la multiplicación de las probabilidades ya que un evento afecta simultáneamente a otro:

$$P(H) \cdot P\left(\frac{R}{H}\right) = 0,1 \cdot \frac{1}{3} = 0.3333$$

Luego de calcular la probabilidad para personas rubias se suman las probabilidades encontradas:

$$P(\text{de que una persona sea rubia}) = P(R) = P(M) \cdot P(R/M) + P(H) \cdot P(R/H)$$

$$\text{En donde } P(\text{de que una persona sea rubia}) = \frac{2}{3} \cdot 0,25 + \frac{1}{3} \cdot 0.10 = 0.2$$

Entonces, la probabilidad de que sea rubia corresponde al 20% de la población.



Ejemplo 3:

En el zoológico de Pereira se pueden encontrar monos de tres reservas: El 30 % de la primera, el 25 % de la segunda y el 45 % de la tercera. La proporción de chimpancés de la primera reserva es 0.2 %, mientras que dicha proporción es 0.5 % en la segunda, y 0.1 % en la tercera:

	Reserva I	Reserva II	Reserva III	Total
Total de monos	30	25	45	100
Chimpancés por reserva (%)	0.002 de 30= 0.06	0.005 de 25= 0.125	0.001 de 45=0.045	0.23

De acuerdo con la tabla, respondemos:

- ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione un chimpancé de alguna de las reservas?

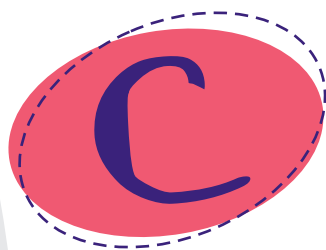
Para resolver la situación es necesario calcular la probabilidad de selección del chimpancé de cada una de las reservas, así:

$$\begin{aligned}
 P(\text{chimpancé}) &= P(\text{reserva I}) \cdot P(\text{chimpancé/reserva I}) \\
 &+ P(\text{reserva II}) \cdot P(\text{chimpancé/reserva II}) \\
 &+ P(\text{reserva III}) \cdot P(\text{chimpancé/reserva III})
 \end{aligned}$$

$$P(\text{chimpancé}) = 30 \cdot 0.002 + 25 \cdot 0.005 + 45 \cdot 0.001$$

$$P(\text{chimpancé}) = 0.23$$

La probabilidad de que los chimpancés sean monos es del 23%.



Ejercitación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Resuelvo las siguientes situaciones de probabilidad:

- a. Se tiene una escuela de 200 alumnos distribuidos en tres aulas: A, B y C, en donde hay hombres y mujeres, tal como se presenta en la siguiente tabla:

Aula	Hombre	Mujer
A	20	20
B	30	30
C	56	44
Total	106	94

Respondo:

- ✓ ¿Cuál es la probabilidad que un estudiante, sin importar el sexo, sea del aula B?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad que un estudiante que pasa por el corredor sea del aula A y sea mujer?
- b. Se conoce que los estudiantes del colegio Agustín Codazzi tienen las siguientes preferencias en el consumo de gaseosas:

Consumo de gaseosas por semana	Hombres	Mujeres	Total
No consume	30	10	40
1 – 5 veces	50	25	75
Más de 5 veces	20	15	35
Total	100	50	150

Si de un grupo de jóvenes que van a la cafetería, se selecciona al azar un estudiante varón:

- ✓ ¿Cuál es la probabilidad que ese joven haya consumido más de 5 gaseosas por semana?

c. Tenemos la siguiente información sobre los senadores y sus partidos:

	Partido A	Partido B	Partido C
Hombre	40	29	1
Mujer	10	9	5

- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de elegir a un senador del partido A y mujer teniendo en cuenta que ya se seleccionó un hombre?
- ✓ Si se selecciona al azar a un senador, ¿cuál es la probabilidad de elegir a un representante del partido B o del partido C, dado que elegimos a un hombre?

TRABAJO EN EQUIPO

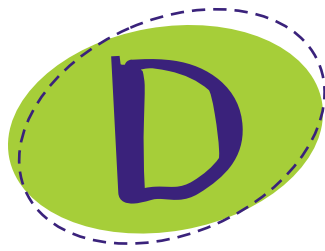
2. Con un grupo de cuatro compañeros comparamos los resultados de los ejercicios anteriores y le preguntamos al profesor si no es posible tener una respuesta común.

3. Resolvemos la siguiente situación:

En el colegio “La aventura del saber”, los profesores quieren hacer una revisión de las preferencias que tienen los estudiantes del grado once de continuar con la universidad, teniendo en cuenta los siguientes datos:

	N° de estudiantes	Matemáticas e ingeniería	Ciencias Sociales	Ciencias de la Salud	Artes	Total
Hombres	5	12	6	7	3	40
Mujeres	8	4	15	9	9	38
Total	13	16	21	16	12	78

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que un hombre estudie Ciencias Sociales y Artes?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer estudie Matemáticas e ingeniería?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que un hombre estudie Ciencias de la Salud y después estudie Ciencias sociales?

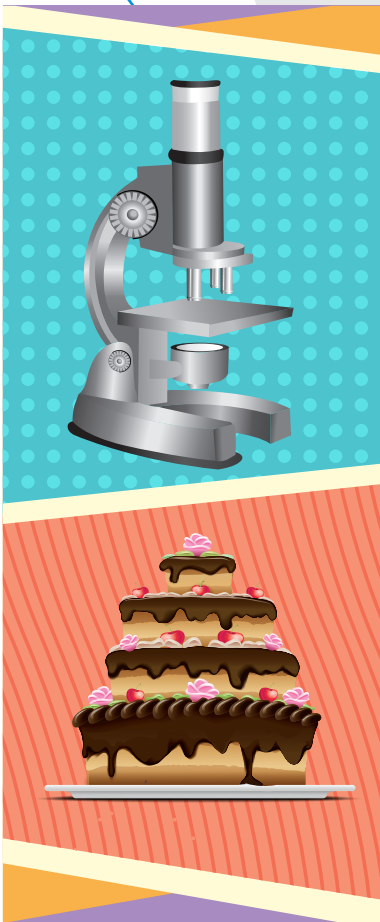


Aplicación

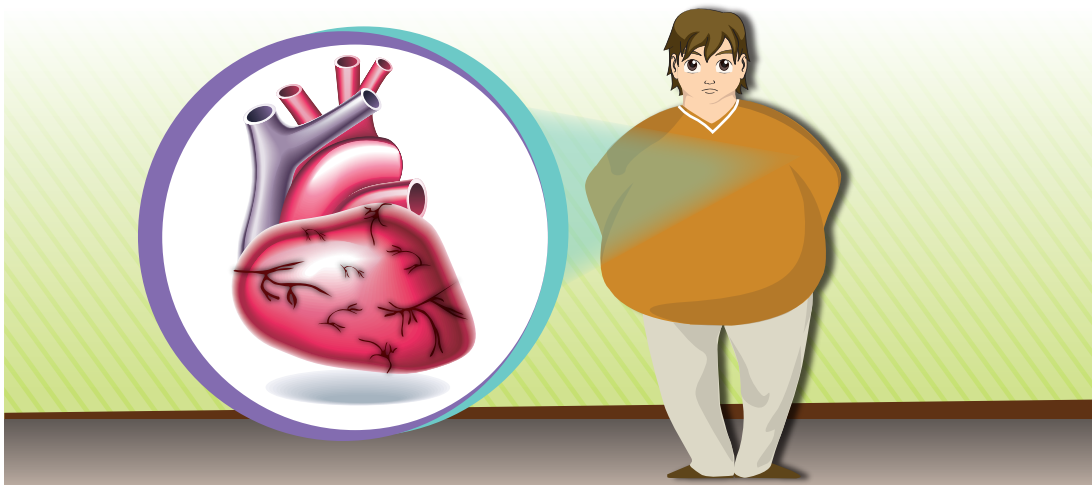
TRABAJO EN PAREJAS

1. Resolvemos las siguientes situaciones que nos permiten aplicar lo aprendido:

- Un investigador de mercados necesita calcular la probabilidad de que un comprador sea mujer o hombre, al momento de realizar la compra. El investigador razona que existen dos resultados (hombre, mujer), de manera que la probabilidad es $1/2$. ¿Está en lo correcto?
- La fábrica A fabricó 400 microscopios, de los cuales tres están defectuosos. Una segunda fábrica B de la misma compañía fabricó 800 microscopios, dos de los cuales están defectuosos. Si se selecciona al azar uno de los 1 200 microscopios y se encuentra que está defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en la fábrica A?
- Calculo la probabilidad de que dos personas de 1 500 no tengan la misma fecha de cumpleaños, cuando el número de personas seleccionadas al azar es:
 - ✓ 3
 - ✓ 5
 - ✓ 25
- Si se desea calcular la probabilidad de obtener al menos un defecto al elegir al azar y probar 10 carros marca Chevrolet, ¿qué sabe usted acerca del número exacto de defectos si “al menos uno” de los 10 artículos es defectuoso?



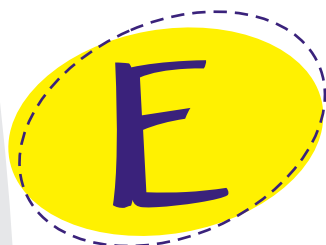
- e. Los estudiantes de una clase se escogen al azar, uno tras otro, para presentar un examen:
- ✓ Si la clase consta de 4 niños y 3 niñas, ¿cuál es la probabilidad de que niños y niñas queden alternados?
 - ✓ Si la clase consta de 3 niños y 3 niñas, ¿cuál es la probabilidad de que niños y niñas queden alternados?
- f. El cáncer es una enfermedad que ha venido aumentando significativamente; el 1% de la población de colombianos padece esta enfermedad. Para detectarla se realiza una prueba diagnóstica. Esta da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:
- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca cáncer?
 - ✓ Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cáncer?
- g. En el departamento de salud pública del Ministerio de Salud, se ha llegado a la conclusión de que la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios es del 0,15. Además de estos problemas, la probabilidad de que una persona sufra de obesidad es el 0.25 y de que sufra tanto obesidad como problemas coronarios es del 0.05.



- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios si esta obesa?
- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea obesa y sufra problemas coronarios?

TRABAJO EN EQUIPO

- Realizamos una mesa redonda con todos los compañeros de clase y compartimos las respuestas dadas a las probabilidades anteriores.



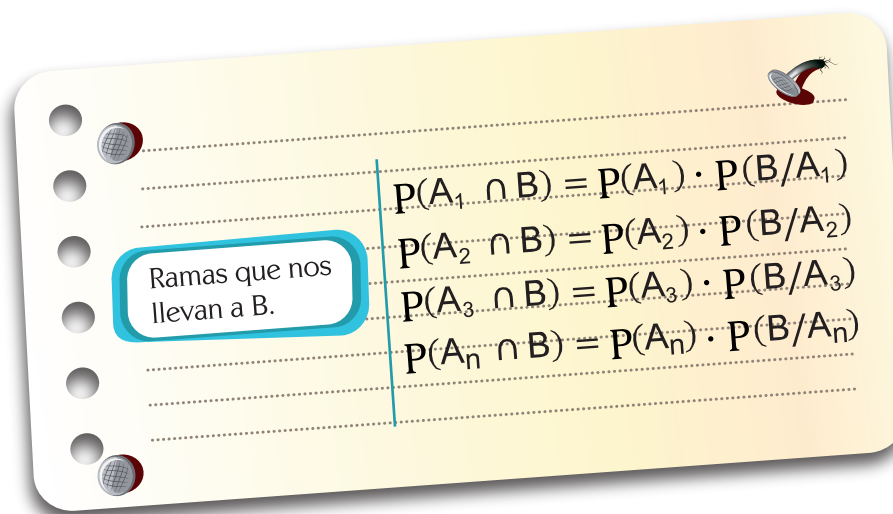
Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

- Leemos y tomamos apuntes en nuestro cuaderno:

Existe otro tipo de probabilidad que se conoce como **probabilidad total** o **probabilidad de Bayes**:

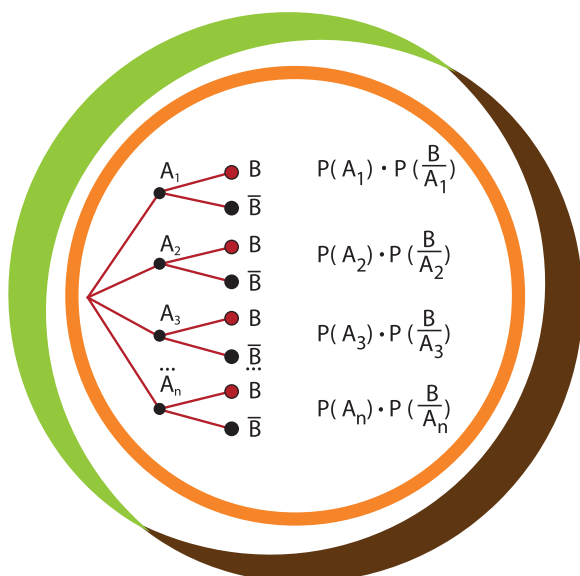
Existe una forma de determinar la probabilidad de que un evento B está relacionado con otros eventos A. Por tanto, se realiza la suma de cada una de las probabilidades, así:



Para determinar la probabilidad de que B es la suma de cada una de las probabilidades donde se involucra B:

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$$

Se recuerda que la probabilidad de cada uno de esos eventos es el producto, como se muestra en el siguiente diagrama:



Ejemplo:

Una fábrica de gaseosas produce 10 000 envases diarios. La máquina A produce 4000 de estos envases, de los que el 3% son defectuosos y la máquina B produce el resto de envases, de los que se sabe que el 5% son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso?

La probabilidad de que la máquina A produzca un envase defectuoso es:

$$P(A) \cdot P(A \cap D) = \frac{4\,000}{10\,000} \cdot 0.03 = 0.012$$

La probabilidad de que la máquina B produzca un envase defectuoso es:

$$P(B) \cdot P(B \cap D) = \frac{6\,000}{10\,000} \cdot 0.05 = 0.03$$

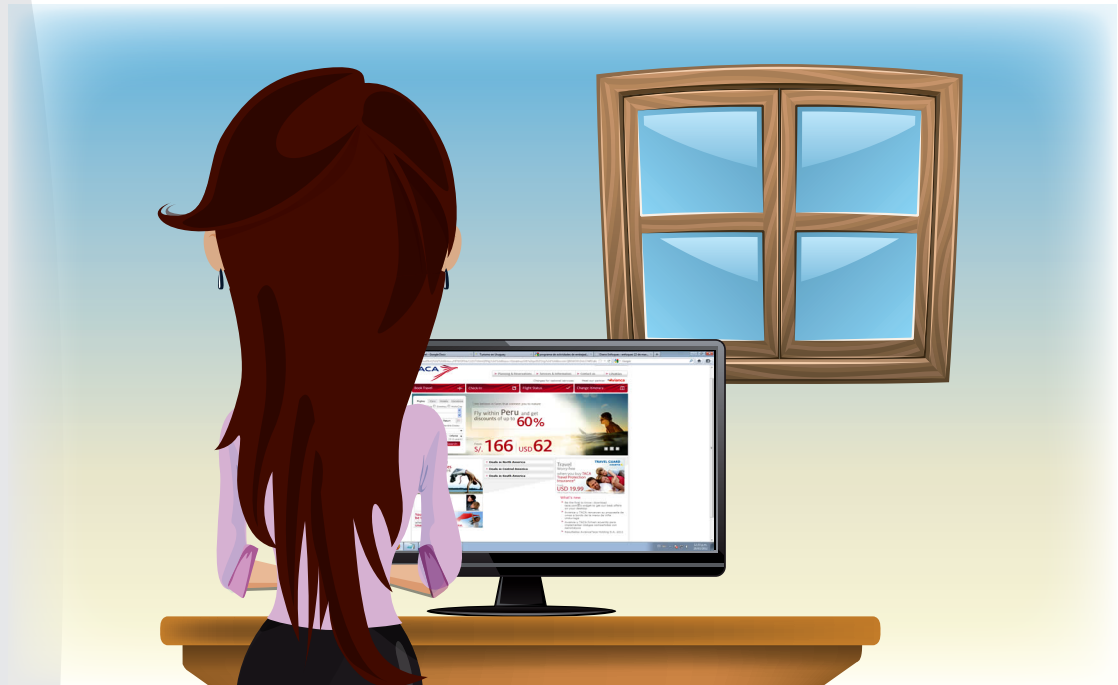
Entonces, la probabilidad de seleccionar un envase defectuoso es:

$$P(D) = P(A) \cdot P(A \cap D) + P(B) \cdot P(B \cap D) = \frac{4\,000}{10\,000} \cdot 0.03 + \frac{6\,000}{10\,000} \cdot 0.05 = 0.012 + 0.03 = 0.042$$

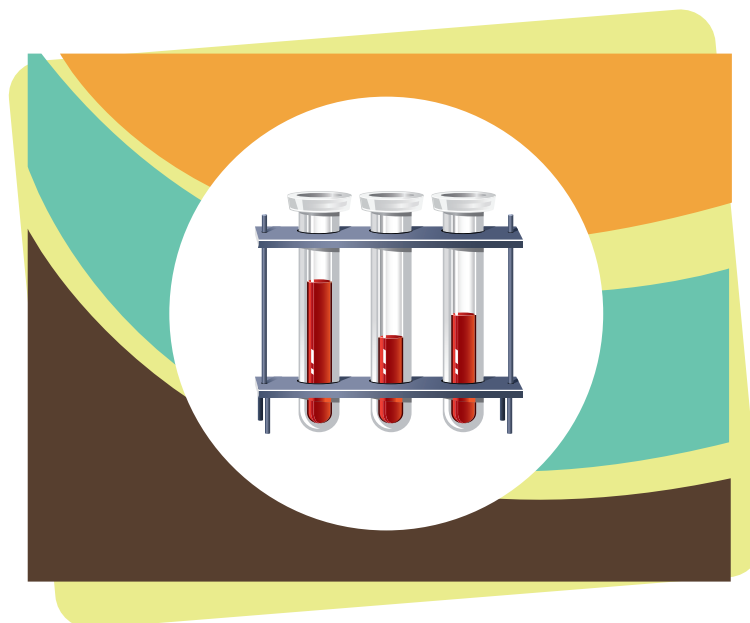


2. Resolvemos las siguientes situaciones:

- a. Una empresa realiza el 20% de compras a través de internet y el 30% compras a proveedores. Si de las de internet se reduce los costos en un 5% y de las de proveedores se realiza una reducción de costos de un 10%, ¿cuál es la probabilidad de reducción de costos?



- b. En un laboratorio se usan tres aparatos para analizar muestras de sangre: El primero se utiliza el 25%, el segundo el 30% y el tercero el 40%. Se sabe que los aparatos tienen una probabilidad de error del 2%, 4% y 3% respectivamente. Determinamos la probabilidad de error en los resultados de la muestra de sangre.



Evaluación por competencias

INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 1 a 5

En una población cada persona es clasificada si es o no portadora de HIV (Virus de Inmunodeficiencia Humana) y por lo tanto si pertenece o no a cierto grupo de riesgo que denominaremos R. La correspondiente tabla de probabilidades es:

	Portador HIV	No portador HIV
Pertenece a R	0.013	0.017
No pertenece a R	0.03	0.967

1. Dado que una persona seleccionada al azar pertenece al grupo de riesgo R, ¿cuál es la probabilidad de que sea portador?:

- A. 0.030
- B. 0.013
- C. 0.533
- D. 0.433

1

2. De acuerdo con la situación anterior, cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- A. Se puede afirmar que 433 de cada 1 000 individuos del grupo de riesgo R son “probablemente” portadores de HIV.
- B. Tanto los que pertenecen al grupo de riesgo R como los que no pertenecen, tienen un 16% de probabilidad de ser portadores de HIV.
- C. Existe un 15% de probabilidad que quienes pertenecen al grupo de riesgo R puedan ser portadores de HIV.
- D. El 15% de los individuos que no pertenecen al grupo riesgo R, probablemente pueden ser portadores de HIV.

2

3. Siguiendo con los datos anteriores, completo la siguiente información:

En esta población, la probabilidad de que sea portador y pertenezca al grupo de riesgo R es:

- A. 0.812
- B. 0.013
- C. 0.020
- D. 0.188

3

4. La probabilidad de que una persona sea portadora de HIV, dado que no pertenece al grupo de riesgo R es:

- A. 0.013
- B. 0.30
- C. 0.03
- D. 0.812

4

5. De acuerdo con la situación anterior, ¿qué puedo decir de esta enfermedad?:

- A. Es más probable que una persona que se encuentra en riesgo sea portadora del HIV.
- B. Es igual la probabilidad de ser portador del HIV, ya sea que pertenezca al grupo de riesgo o no.
- C. No hay una relación entre estar en riesgo o no y ser portador de HIV.
- D. Es menos probable que una persona que se encuentra en riesgo sea portadora del HIV.

5

Glosario

- **Espacio muestral:** Son todas las formas posibles en que puede suceder un experimento.
- **Evento:** Se define como la posibilidad de que ocurra un suceso de interés.
- **Probabilidad de eventos dependientes:** Dos sucesos son dependientes cuando la probabilidad de ocurrencia de A, depende de la probabilidad de ocurrencia de B.
- **Probabilidad de eventos independientes:** Dos sucesos son independientes cuando la probabilidad de que ocurra uno de ellos, no depende de la ocurrencia del otro.
- **Regla formal de la multiplicación:** Si A y B son sucesos independientes, $P(B/A)$ es en realidad lo mismo que $P(B)$.
- **Simulación:** Es un proceso que se comporta de la misma forma que el procedimiento sometido a consideración, de manera que produce resultados semejantes.
- **Tabla de contingencia:** Es una tabla de doble entrada que se emplea para registrar información de naturaleza cualitativa.

