Guía 4

Modelos geométricos en la cotidianidad

Indicadores de desempeño

Conceptual

- Analiza como variaciones algunos hechos geométricos.

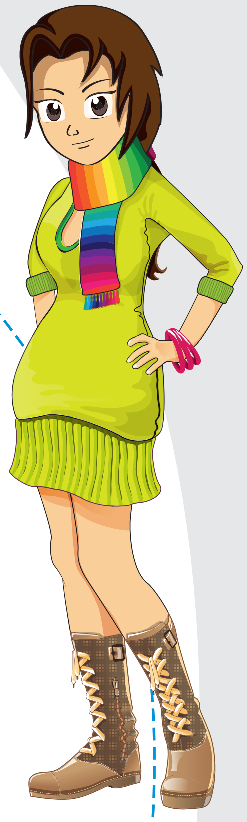
Procedimental

- Emplea diferentes representaciones para determinar un modelo matemático.

Actitudinal

- Emplea modelos geométricos para resolver problemas de su entorno.

A Vivencia



TRABAJO INDIVIDUAL

Resuelvo las siguientes situaciones, teniendo en cuenta consignarlas y desarrollarlas en el cuaderno:

1. Calculo el número de baldosas cuadradas que hay en un salón rectangular de 6 m de largo y 4.5 m de ancho, si cada baldosa mide 30 cm de lado.

2. Lucía está haciendo una bufanda de rayas transversales de muchos colores. La bufanda mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho y cada franja mide 8 cm de ancho.

   a. ¿Cuántas rayas de colores tiene la bufanda?

   b. Calculo el área de cada franja y el área total de la bufanda.

3. La señora García quiere cambiar las puertas de su casa. Las nuevas puertas miden **2** m de alto, **80** cm de ancho y **4** cm de espesor. Necesita cambiar 8 puertas; el carpintero le cobra 200 mil pesos por instalar cada una de ellas, 6 mil pesos por m^2 en concepto de barnizado, más el costo de la madera, que es de trescientos mil pesos cada metro cúbico.

   a. Calculo el costo de la madera de cada puerta más su instalación.

   b. Averiguo el costo del barnizado de cada puerta, si sólo se cobra metro cuadrado de las dos caras principales.

4. Calculo el área total de los prismas regulares cuyas dimensiones son las siguientes:

   a. Base: Cuadrado de 6 cm de lado. Altura: 1.5 dm

   b. Base: Octógono de 6 cm de lado y 7.25 cm de apotema. Altura: 1.8 dm

5. Las dimensiones de una papelera cilíndrica son: 20 cm de diámetro y 31 cm de altura. Hallo la superficie de material que se ha necesitado para fabricarla.

6. Encuentro el área total y el volumen de los siguientes cuerpos.

   a. Cilindro: Diámetro 8 cm y altura 12 cm.

   b. Cono: Diámetro 6 cm y altura 4 cm.

   c. Esfera: Diámetro 20 cm.

TRABAJO EN PAREJAS

7. Confrontamos las respuestas de los ejercicios anteriores con un compañero.

8. Invitamos al profesor para que revise los ejercicios realizados.

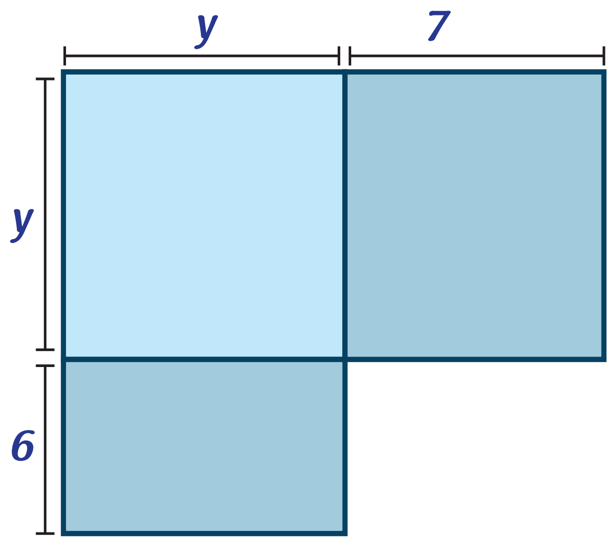
BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Por subgrupos de tres estudiantes, realizamos la siguiente lectura y hacemos un resumen de los aspectos más importantes:

Las representaciones geométricas nos permiten comprender fórmulas algebraicas, tal como las que aparecen a continuación:

En primer lugar, hallamos el área de la siguiente figura:



Sabemos que en esta hay un cuadrado y dos rectángulos.

Por lo tanto el área del cuadrado es: $A = y \cdot y = y^2$

El área del primer rectángulo es: $A = b \cdot h = y \cdot 6 = 6y$

El área del segundo rectángulo es: $A = b \cdot h = y \cdot 7 = 7y$

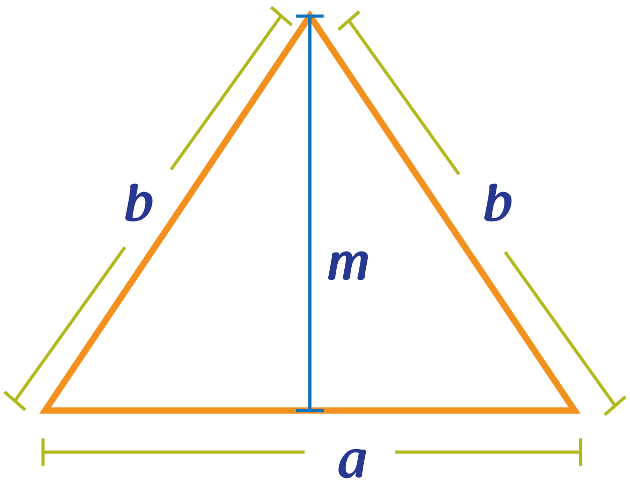
Sumando las tres áreas para obtener el área total, tenemos:

$$A = y^2 + 6y + 7y$$

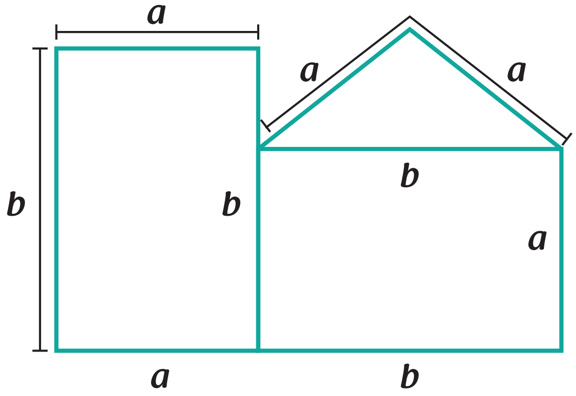
$$A = y^2 + 13y$$

2. Aplicamos lo comprendido en los siguientes ejercicios y expresamos, en forma algebraica, el área y el perímetro de las siguientes figuras:

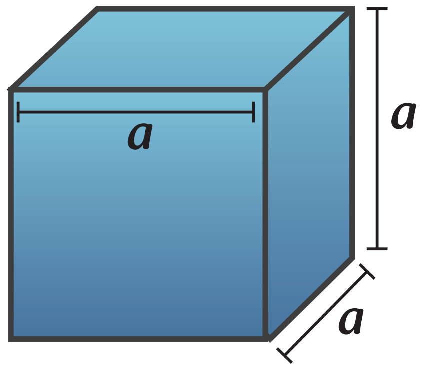
a.



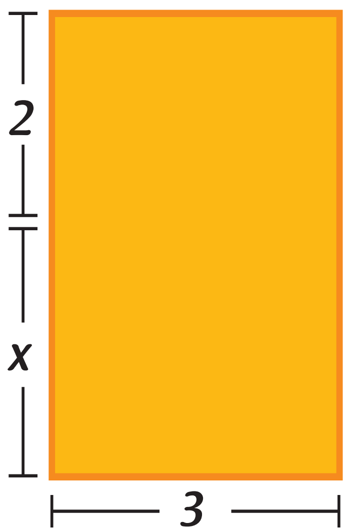
b.



c. Representamos en forma algebraica el volumen de este cubo:

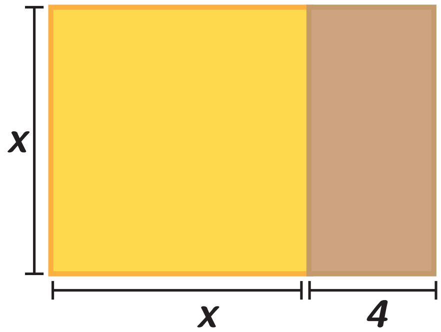


d. Hallamos la expresión algebraica que representa el área y el perímetro de la siguiente figura:



3. Continuando con el tema, realizamos la lectura y los ejercicios desarrollados, consignando en el cuaderno:

Se requiere encontrar el área de la siguiente figura:



Podemos considerar la figura como un objeto compuesto por dos figuras; un rectángulo y un cuadrado. Sin embargo se pretende que encontremos su área como un todo.

Veamos,

El área de la figura como un todo, corresponde a un rectángulo, entonces tenemos que:

$$A = b \cdot h$$

La base es $(x + 4)$ y la altura es x. Reemplazando:

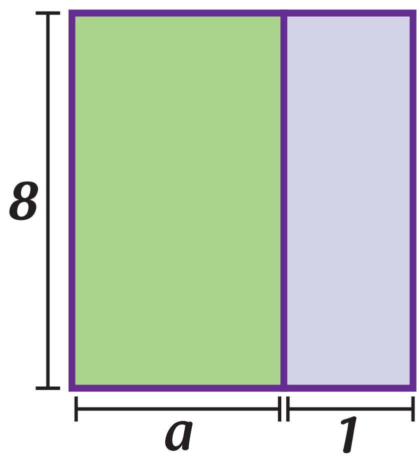
$$A = (x + 4) \cdot x$$

Realizamos la multiplicación y obtenemos:

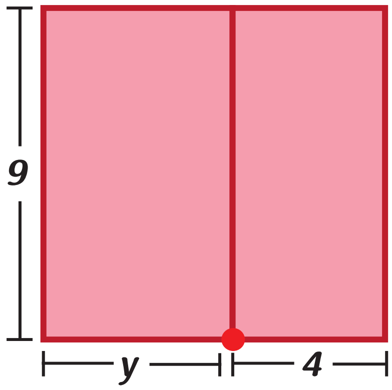
$$x^2 + 4x$$

4. Apliquemos lo anterior:

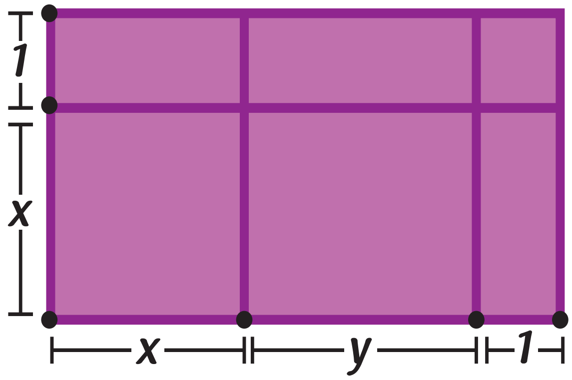
a. Identificamos el área de cada región y luego el área de la figura compuesta:



b. Hallamos el área del siguiente rectángulo:



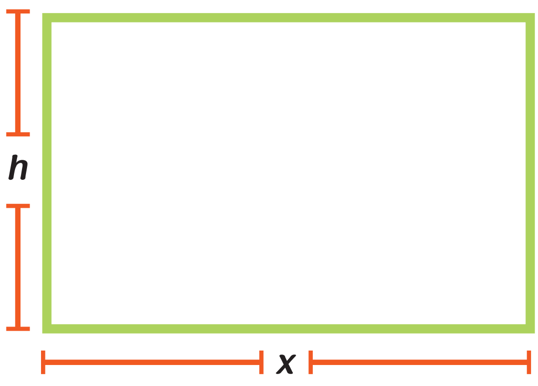
c. Encontramos el área:



5. Continuemos aprendiendo un poco más acerca de los modelos geométricos:

- Supongamos que una región rectangular tiene un perímetro de 200 m, ¿cómo expresaríamos el área de la región como función de la longitud de uno de sus lados?

Lo primero que debemos hacer es elaborar el rectángulo, teniendo en cuenta que no conocemos la medida de sus lados y asignamos una letra a cada uno de ellos, así:



Como se dice que el área del rectángulo es el producto de la base por la altura, entonces la expresión algebraica que la determina es:

$$A = x \cdot h$$

En tanto que el perímetro es la suma de sus lados, entonces tenemos:

$$P = 2x + 2h$$

En donde según los datos:

$$P = 200$$

Entonces,

$$2x + 2h = 200$$

Lo que es igual a decir:

$$x + h = 100$$

Tenemos entonces dos ecuaciones:

$$A = x \cdot h$$

$$x + h = 100$$

Despejamos h en la ecuación:

$$x + h = 100$$

Entonces, queda:

$$h = 100 - x$$

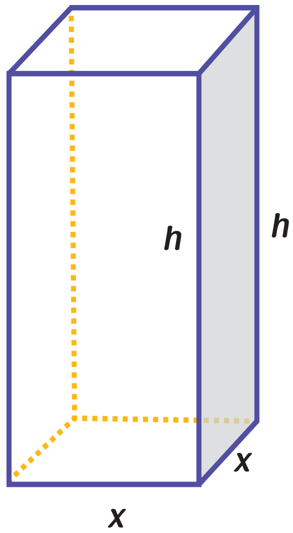
El área en función de la longitud de sus lados es:

$$A(x) = x \cdot h$$

$$A(x) = x\,(100 - x)$$

$$A = 100x - x^2$$

- Una caja de caras laterales rectangulares sin tapa tiene su base cuadrada y un volumen de $2m^3$. Expresamos el área de la caja como función de uno de los lados de la base:



Tenemos los siguientes datos:

A= Área de las bases + área de las caras laterales

$$2x^2 + 4xh$$

$V = x^2h = 2m^3$, es decir, se sabe que $x^2h = 2$

Entonces tenemos;

Una ecuación, $A = 2x^2 + 4xh$

Y otra, $x^2h = 2$

Ahora, dado que se quiere expresar A como función de x, despejamos h de la ecuación, para luego sustituirla en la función:

$$h = \frac{2}{x^2}$$

Sustituyendo en la función obtenemos:

$$A = 2x^2 + 4x\left(\frac{2}{x^2}\right)$$

$$A = 2x^2 + \frac{8x}{x^2}$$

$$A = 2x^2 + \frac{8}{x}$$

6. Realizamos las representaciones de cada una de las figuras y determinamos el valor de las medidas según las indicaciones de cada enunciado:

   a. Una región rectangular tiene un área de 160 m^2. Expresar su perímetro en función de la longitud de uno de sus lados.

   b. Expresamos el área de un triángulo equilátero como función de la longitud x de uno de sus lados.

   c. Una caja de caras laterales rectangulares con base y tapa cuadradas tiene un área total de 1 200 cm^2. Expresamos el volumen de la caja como función de uno de los lados de la base.

7. Ahora representamos geométricamente las siguientes expresiones algebraicas:

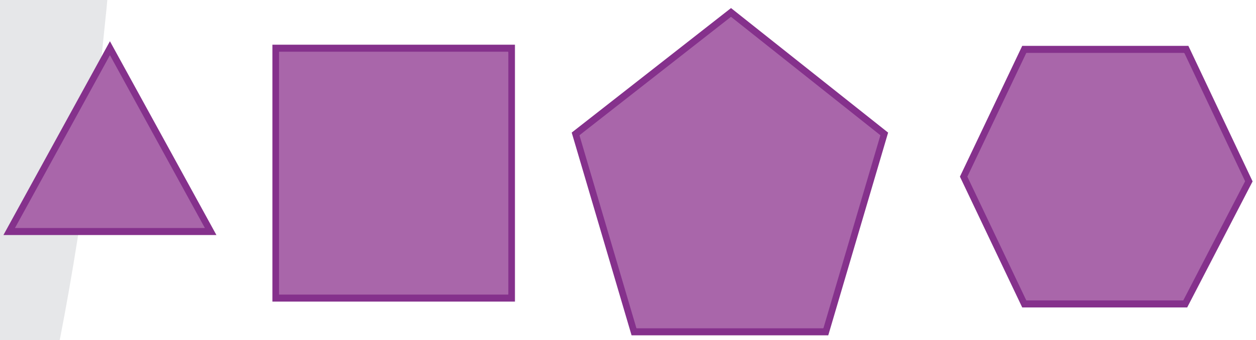
   a. $2x\,(2x+1)$

   b. $(x+3)3x$

   c. $(3x+2)^2$

Otra de las relaciones entre la geometría y el álgebra es la modelación de establecer a través de una formula el valor de una propiedad.

8. Determinamos la suma de los ángulos internos de cada uno de los polígonos regulares que se dibujan, utilizando el transportador que se encuentra en el CRA:



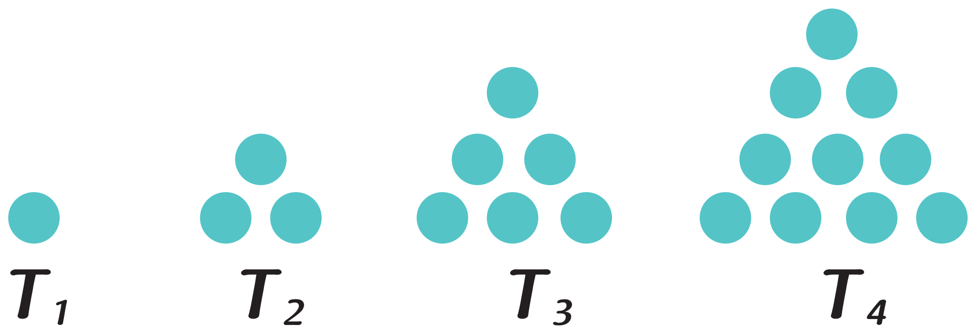
   a. Escribimos en la tabla el valor que nos dio en cada uno de ellos:

Polígono	Triángulo	Cuadrado	Pentágono	Hexágono	Heptágono
Valor de la suma					

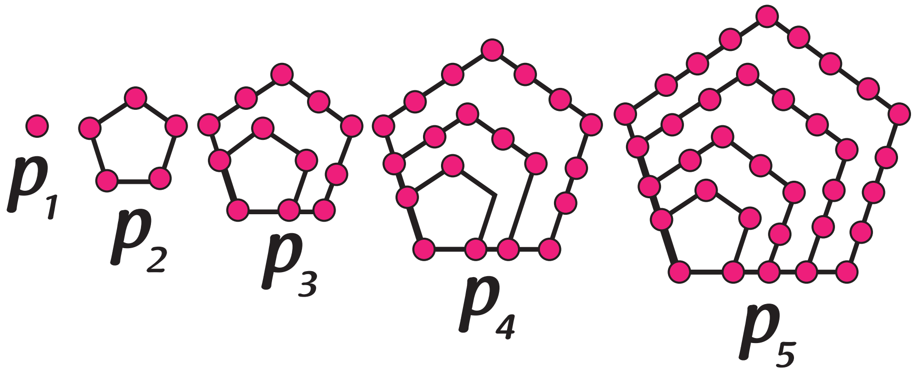
b. ¿Cuál es el valor de la suma del polígono siguiente?
c. ¿Cuál es el valor de la suma del polígono eneágono?
d. ¿Es posible determinar una fórmula para calcular la suma de los ángulos internos de un polígono cualquiera? Justificamos la respuesta.
e. Determinamos si es esta fórmula $y = (n - 2)180$ la que sirve para calcular la suma de ángulos internos de un polígono.
f. Utilizamos la fórmula empleada para determinar el valor de la suma de un polígono de diez lados y lo verificamos con el dibujo de un polígono de diez lados.

9. Determinamos la fórmula que permite calcular la cantidad de puntos que hay en cada posición. Analizamos cada uno de los patrones:

a.



b.



10. Determinamos la fórmula del número de segmentos que se pueden trazar con cada uno de los puntos. Analizamos cada uno de los patrones.

11. Invitamos al profesor, le mostramos los ejercicios resueltos y le solicitamos valorar la actividad.

D Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

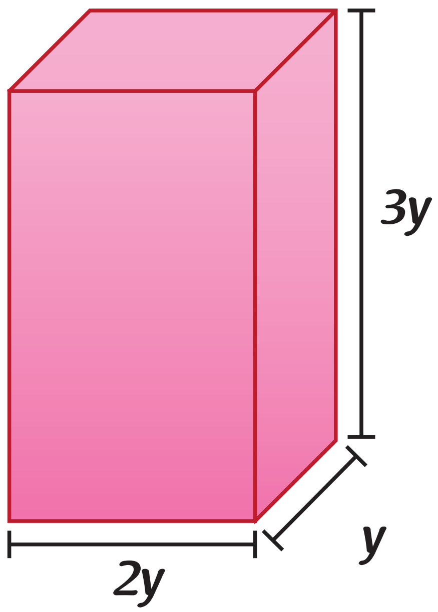
1. Resolvemos las siguientes situaciones, dibujando la figura correspondiente y resolviendo el modelo geométrico:

   a. El perímetro de un cuadrado debe ser P cm. Expresamos el área A del cuadrado en función de la longitud de sus lados.

   b. Las dimensiones de un paralelepípedo (caja con caras laterales rectangulares) pueden variar, pero no su volumen, que debe ser igual a V m^3. La caja tiene base cuadrada con lado de longitud igual a x m; expresamos el área A de la superficie total del paralelepípedo en función de x.

   c. Una caja con base y tapa cuadradas tiene una superficie de área A. Expresamos el volumen V de la caja en función de la longitud de uno de sus lados.

   d. Calculamos el área del siguiente sólido:



E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

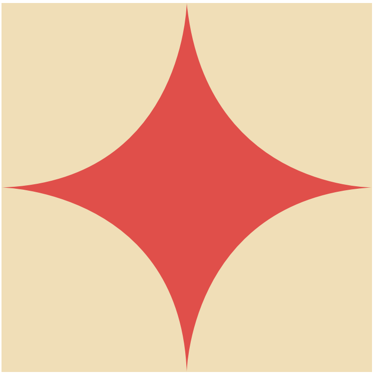
1. Leemos atentamente la siguiente información, que nos permite comprender otros aspectos del área de figuras planas y el volumen de solidos geométricos. Consignamos los datos más importantes:

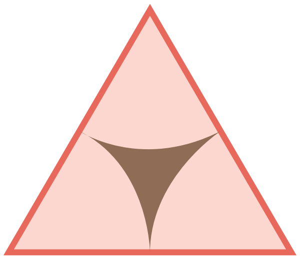
Cálculo de áreas de figuras sombreadas

El cálculo de áreas de figuras geométricas se hace útil cuando debemos determinar el área de una región no convencional; es decir, regiones cuya forma no es geométricamente tradicional como los cuadriláteros, triángulos, círculos y polígonos en general.

A veces debemos determinar el área para calcular otras variables como la cantidad y el costo de los materiales con los cuales se construye algo como un edificio (pisos, paredes, ventanas, etc.), o contenedores (cartón, acrílico, madera, entre otros).

2. Determinamos el área de la parte oscura de cada uno de los terrenos que tienen esa forma. Imaginamos que el radio de la circunferencia es de 5 m:





3. En un terreno rectangular se quiere realizar el cultivo de 4 productos y control de las plagas con cuatro métodos. ¿De cuántas maneras distintas y cuáles se pueden establecer? ¿Cuál elegiríamos para que los costos fueran menores?

TRABAJO INDIVIDUAL

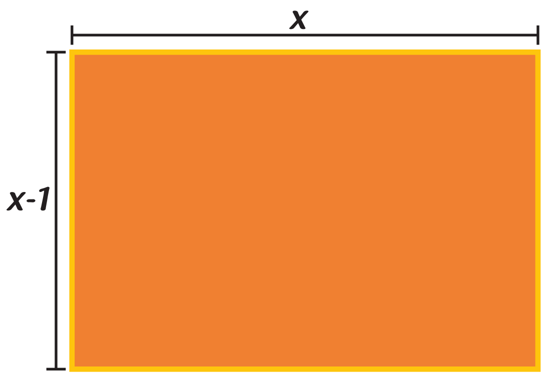
4. Determino las figuras geométricas que pueden modelar la siguiente situación de proliferación de plagas en los cultivos. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Mes	1	2	3	4	5	6
Número de plagas	2	5	10	17	26	37

5. Escribo la fórmula que me permite determinar el número de plagas que existe en cualquier mes.

Evaluación por competencias

1. El patio del colegio es de forma rectangular y tiene un área de 72 cm^2, sus lados miden x centímetros y $x - 1$ cm:



¿Cuánto mide el lado de menor longitud?

A. 2 cm.

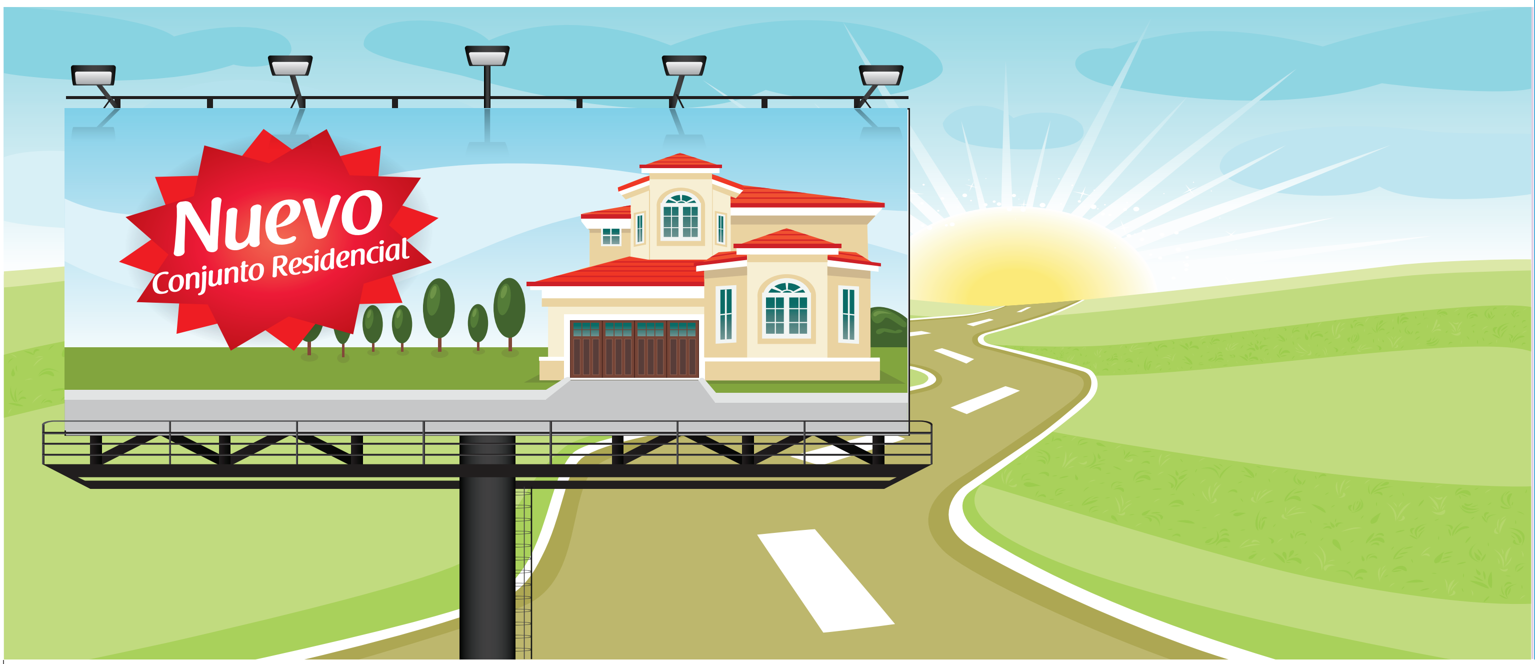
B. 6 cm.

C. 8 cm.

D. 12 cm.

1

2. En mi barrio se desea construir un conjunto residencial de interés social en un terreno de forma rectangular con un área de 3 000 m^2, ¿cuáles son las medidas de los lados?:



A. 100 m y 30 m.

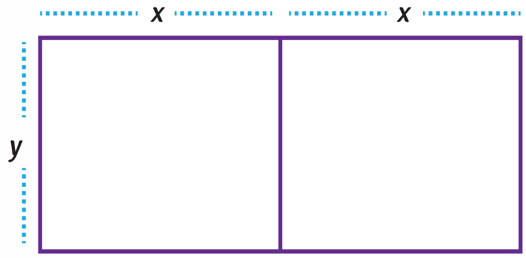
B. 100 m y 200 m.

C. 1 000 m y 2 000 m.

D. 1 500 m y 1 500 m.

2

3. Un granjero dispone de 200 m de valla para cercar dos corrales adyacentes. El área en función de x es:



A. $A(x) = \frac{2x\,(200-4x)}{3}$

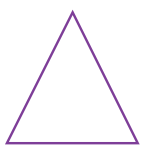
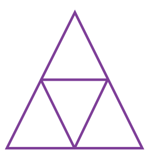
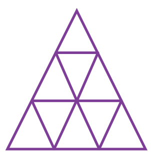
B. $A(x) = \frac{1600x}{3}$

C. $A(x) = \frac{-2x\,(200)}{3}$

D. $A(x) = \frac{8x}{3}$

3

4. Observo la siguiente secuencia:

Longitud del lado	1	2	3
Figura que lo representa			
El área es	1	4	9

¿Cuál es el área de un triángulo equilátero cuya longitud es de 20?:

A. 120.

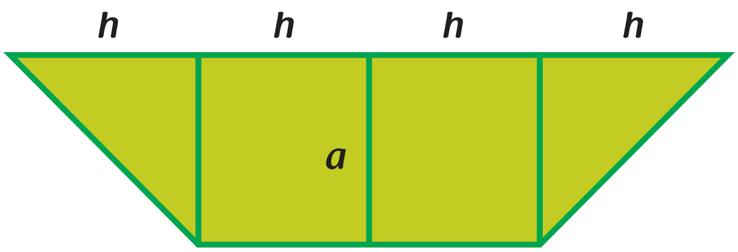
B. 400.

C. 200.

D. 80.

4

5. El área total de la siguiente figura es 3ah:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la más acertada?:

A. Multiplicamos base por altura, imaginamos que es un rectángulo y le restamos h.a, que equivale al área de un cuadrado.

B. Unimos los dos triángulos y nos queda un cuadrado, sacamos el área del triángulo y lo dividimos entre dos.

C. Sumamos el área de los tres cuadrados que resultan de los dos que hay y de unir los dos triángulos.

D. Al separar cada una de las figuras, se halla el área y luego se suma.

5

Glosario

- **Área:** Es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie.

- **Figura plana:** Es una superficie llana que se extiende indefinidamente, es decir, tiene una longitud y una anchura infinitas, pero no espesor. Es una superficie tal que una línea recta que une dos puntos cualquiera dentro de él se encuentran totalmente dentro de su superficie. La superficie de una hoja de vidrio, un lago tranquilo o un escritorio plano pueden ayudar a visualizar un plano.

- **Fórmula:** Es una expresión algebraica que relaciona variables y cantidades.

- **Modelación:** Es un modelo matemático que permite representar situaciones reales en términos matemáticos o geométricos.

- **Patrón geométrico:** Las secuencias que utilizan figuras geométricas y movimientos, que nos permiten el reconocimiento de patrones o regularidades que se presentan en la construcción de una secuencia.

- **Patrón numérico:** Es una lista de números que siguen una cierta secuencia o patrón.

- **Polígono regular:** Es un polígono en el que todos los lados tienen la misma longitud y todos los ángulos interiores son de la misma medida.

- **Sólido:** Es una región cerrada del espacio limitada por ciertas superficies que pueden ser planas o curvas.

- **Volumen:** Es una magnitud escalar definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio.