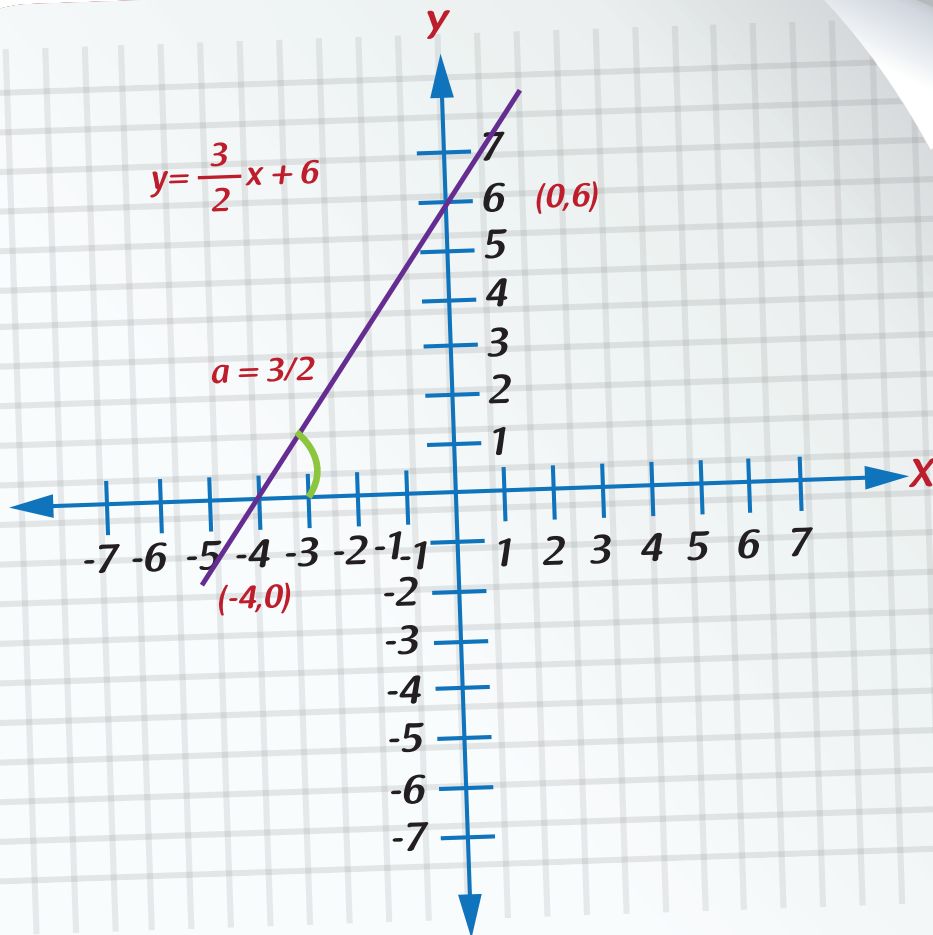


Guía 3



Sigamos aprendiendo de las funciones lineales y afines

Indicadores de desempeño

Conceptual

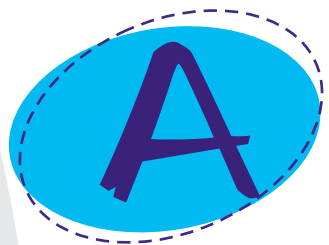
- Define las características algebraicas y gráficas de la familia de funciones lineales y afines.

Procedimental

- Utiliza diferentes registros para analizar las transformaciones de las funciones lineales y afines.

Actitudinal

- Reconoce la riqueza comunicativa que ofrece la matemática para dar a conocer los resultados de una situación.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Represento las siguientes funciones de forma tabular y gráfica:

- ✓ $y = 2x$
- ✓ $y = -3x$
- ✓ $y = 0.5x$
- ✓ $y = 8x$
- ✓ $y = 4x$

TRABAJO EN PAREJAS

2. Comparamos las respuestas anteriores y sacamos una conclusión para compartirla en plenaria.



Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

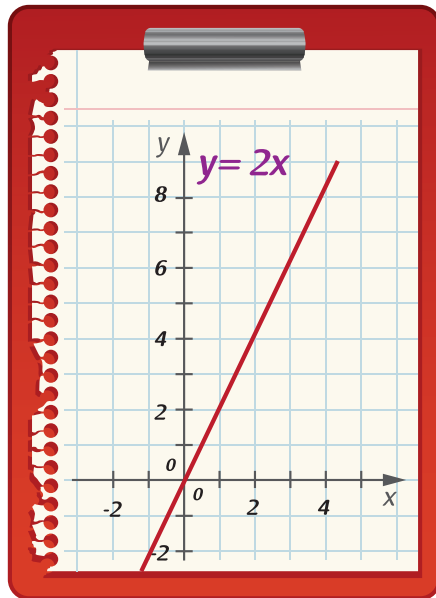
1. Leemos con mucha atención sobre las funciones lineales y afines. Asignamos los roles de mesa que consideremos necesarios para el buen desarrollo de la actividad y consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes de la lectura. Existen algunas palabras que pueden ser desconocidas, buscamos el significado en el diccionario para aclarar nuestras dudas:

Funciones lineales

Son las funciones que relacionan magnitudes directamente proporcionales y su ecuación es de la forma:

$$y = mx$$

Su representación gráfica es siempre una línea recta que pasa por el origen. La pendiente, m , es la constante de proporcionalidad:



2. Realizamos las siguientes gráficas de funciones en el mismo plano cartesiano y analizamos qué sucede en cada caso:

- ✓ $y = 2x$
- ✓ $y = 3x$
- ✓ $y = 4x$

- a. ¿Cómo son las pendientes de esas funciones?
- b. ¿Qué sucede en la gráfica cada vez que aumenta el valor de la pendiente?

3. Ahora realizamos las siguientes gráficas en el mismo plano cartesiano y analizamos qué sucede en cada caso con la inclinación de la recta:

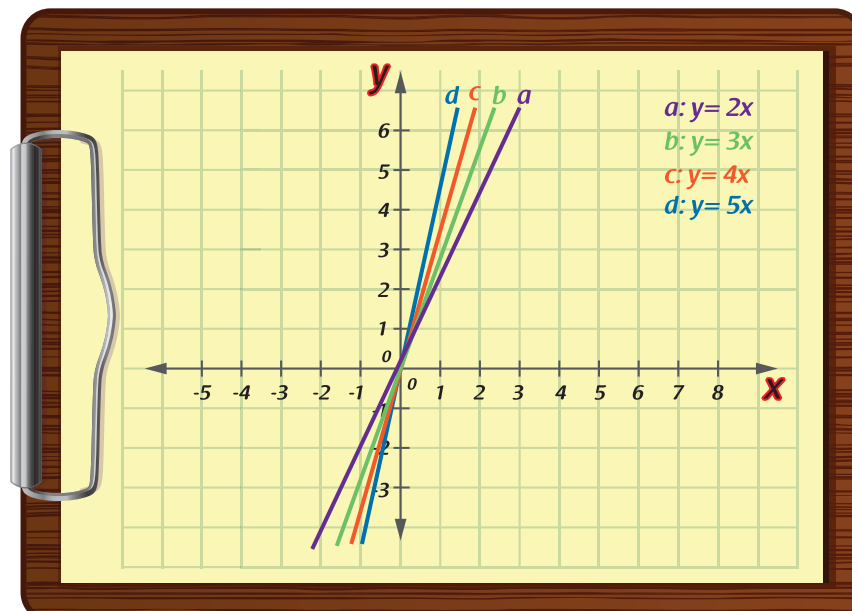
- ✓ $y = -2x$
- ✓ $y = -3x$
- ✓ $y = -4x$

- a. ¿Cómo son las pendientes de esas funciones?

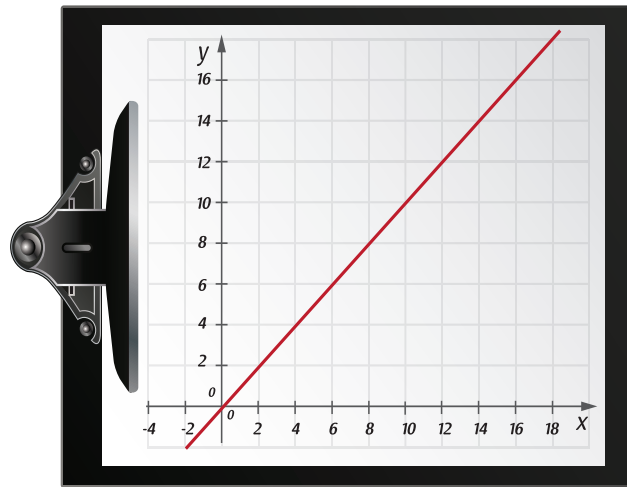


- b. ¿Qué sucede en la gráfica cada vez que aumenta el valor de la pendiente?
- c. ¿Qué relación encontramos con las gráficas realizadas en el punto 2?
4. Continuamos realizando gráficas en el mismo plano cartesiano y analizamos qué sucede en cada caso:
- ✓ $y = -\frac{2}{3}x$
 - ✓ $y = \frac{1}{2}x$
 - ✓ $y = 0,4x$
- a. ¿Cómo son las pendientes de esas funciones?
- b. ¿Qué sucede en la gráfica cada vez que aumenta el valor de la pendiente?
5. Analizamos los tres casos anteriores y observamos que cuando la pendiente oscila entre unos valores, la inclinación de la recta es distinta, así como su dirección.

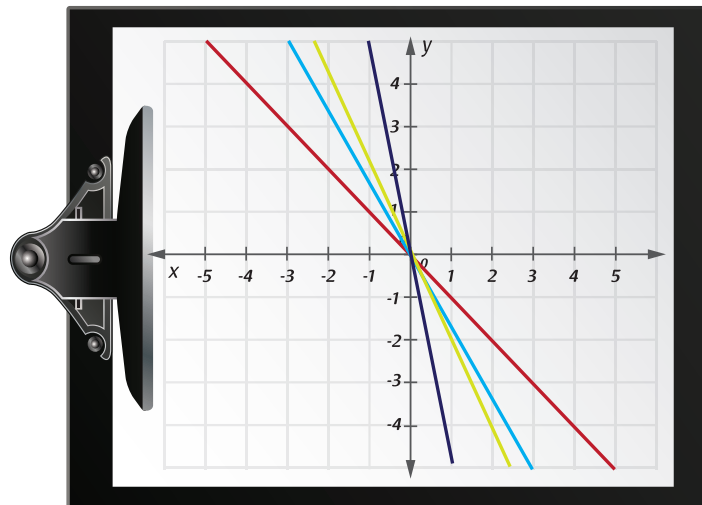
En un primer caso, si la pendiente es mayor a uno, las gráficas tienden a ser más inclinadas y se acercan más al eje “y” por el lado derecho, tal como se observa en la imagen que aparece a continuación:



En cambio, si la pendiente es igual a uno, la gráfica es simétrica con respecto al eje “x” y al eje “y”, tal como lo vemos en la siguiente gráfica:



Si la pendiente es menor a -1 , las gráficas tienden a tener más inclinación y se acercan al eje y , por el lado izquierdo:



6. Realizo un bosquejo de cómo quedarían en un plano las siguientes gráficas de funciones lineales:

$$✓ y = 7x$$

$$✓ y = \frac{1}{2}x$$

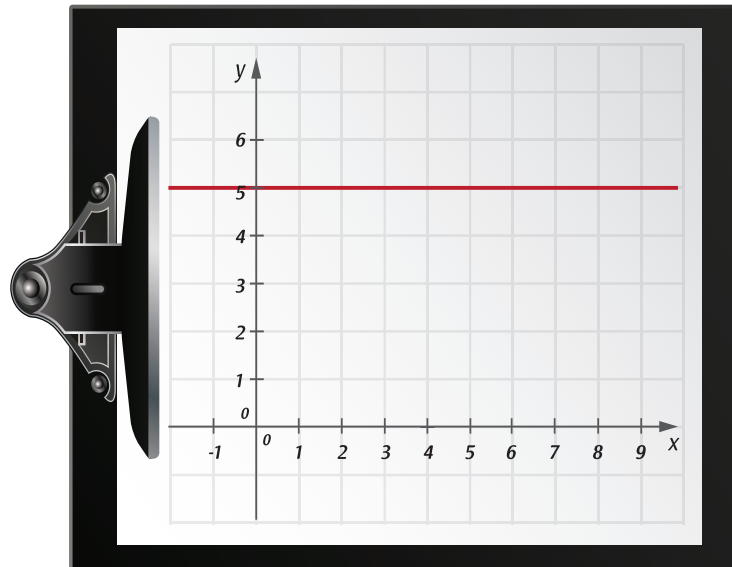
$$✓ y = -7x$$

- ¿Cuál es la gráfica que está menos inclinada?
- ¿Cuál es la gráfica que está más inclinada?

Cuando tenemos funciones lineales con pendientes igual a cero, su gráfica corresponde a una recta horizontal y es perpendicular al eje “ y ” en el punto que indica la función.

Si tenemos la función $y = 5$

La gráfica correspondiente sería:



7. Continuamos con la lectura, no olvidemos consignar en el cuaderno:

Funciones afines

Una **función afín a una función lineal** quiere decir que son funciones que tienen la misma pendiente pero no pasan por el origen. Es por ello que su expresión algebraica es $y = mx + b$, que es la ecuación canónica de la función afín, donde m es la pendiente y b es el punto de corte de la función en el eje "y", por eso su nombre de ordenada, cuyas coordenadas son **(0,b)**.

Ejemplos:

- Si $y = 2x - 3$ es una función afín a la función lineal $y = 2x$
- Si $y = -x + 4$ es una función afín a la función lineal $y = -x$

Las características que se establecen a la función afín son:

- Su gráfica es una línea recta que no pasa por el origen.
- La función afín siempre estará asociada a una función lineal y por tener las mismas pendientes siempre serán paralelas.

La expresión $Ax + By + C = 0$ es la ecuación general de la función afín.

Donde **A**, **B** y **C** son números cualquiera en donde al menos **A** ó **B** deben ser diferentes de cero.

- Si **B=0** se trata de una recta de ecuación $x = -\frac{C}{A}$.

- Si $B \neq 0$, la pendiente es $-\frac{A}{B}$. por que $Ax + By + c = 0$

$$By = -c - Ax$$

$$y = \frac{-c - Ax}{B}$$

Para determinar la ecuación de la recta, se requiere:

1. Dos puntos de la recta.
2. Un punto y la pendiente.

En el primer caso se tiene dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ y con estos se determina la pendiente y con uno de ellos la ecuación.

Para hallar la pendiente se utiliza:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Y la ecuación:

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

Despejando y:

$$m(x - x_1) + y_1 = y$$

Ejemplo:

Sean los puntos $P_1(-2,3)$ y $P_2(5, 6)$, se determina la pendiente:

$$m = \frac{6 - 3}{5 - (-2)} = \frac{3}{5 + 2} = \frac{3}{7}$$

La ecuación sería con $m = \frac{3}{7}$ y un punto puede ser $P_1(-2,3)$.

Luego la ecuación sería:

$$\frac{3}{7} = \frac{x - 3}{y - (-2)}$$

$$3(y - (-2)) = 7(x - 3)$$

$$3(y + 2) = 7(x - 3)$$

$$3y + 6 = 7x - 21$$

$$3y = 7x - 21 - 6$$

$$3y = 7x - 27$$

$$y = \frac{7x - 27}{3}$$

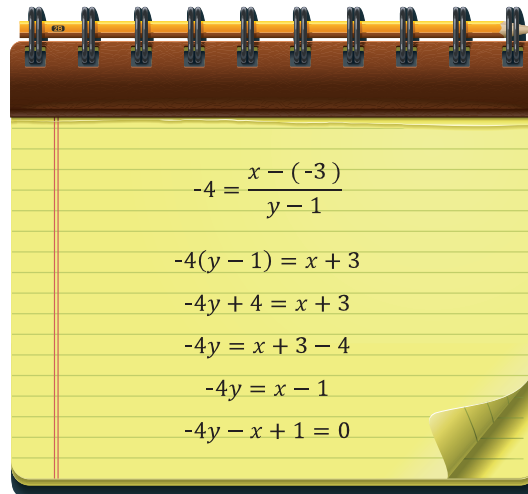


$$y = \frac{7x}{3} - 9$$

En el segundo caso se tiene la pendiente y un punto cualquiera de la recta.

Ejemplo:

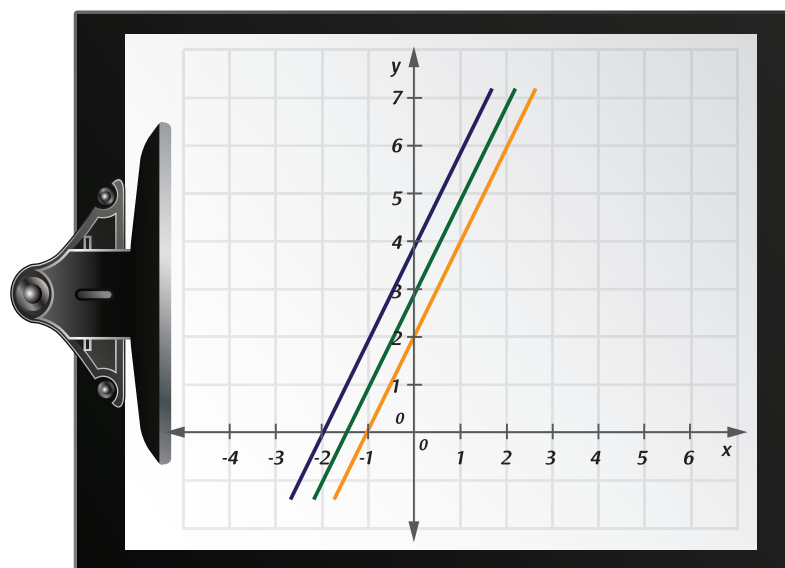
Sea $m = -4$ y punto $P_1(-3, 1)$, luego la ecuación es:



The notebook page shows the following steps to find the equation of a line with slope $m = -4$ passing through the point $P_1(-3, 1)$:

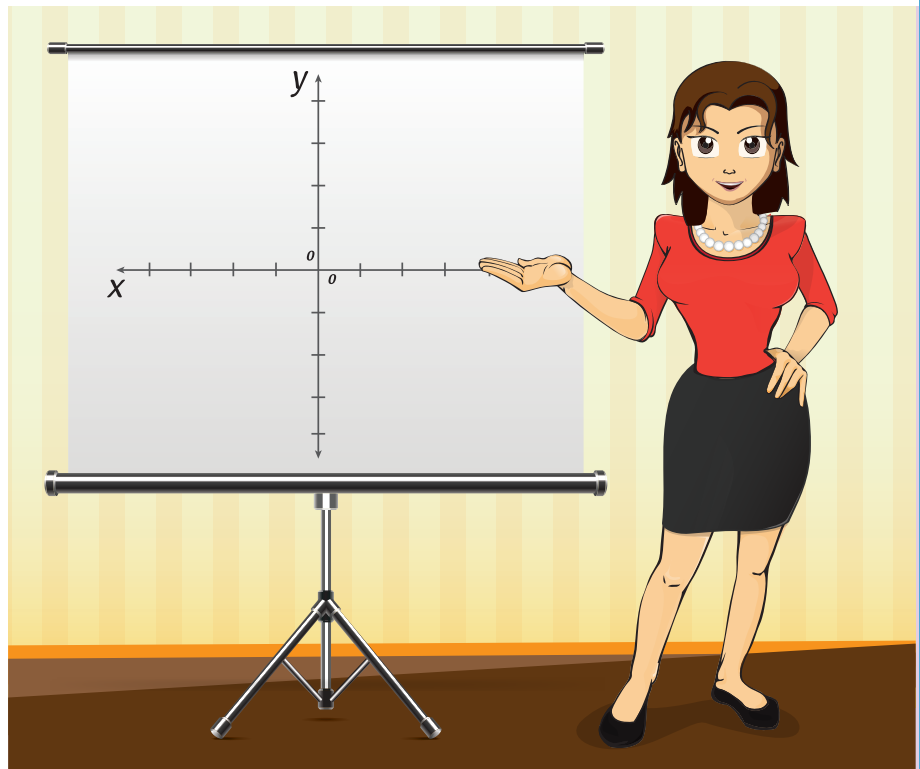
$$-4 = \frac{x - (-3)}{y - 1}$$
$$-4(y - 1) = x + 3$$
$$-4y + 4 = x + 3$$
$$-4y = x + 3 - 4$$
$$-4y = x - 1$$
$$-4y - x + 1 = 0$$

8. Así como se realizó el análisis de la pendiente en las funciones lineales, es necesario estudiar las funciones afines.
- ¿Sucedre lo mismo con la inclinación de la pendiente, si esta es negativa, positiva o cero? Justificamos la respuesta.
 - ¿Qué sucede en la gráfica si se cambia el valor de la **b** y se deja fijo el valor de la pendiente? Justificamos la respuesta.
9. Analizamos la siguiente gráfica que muestra una alteración de **b**:



- a. ¿Todas las rectas son paralelas?
 - b. ¿Cuál es el valor de la pendiente de las rectas?
 - c. Escribimos las expresiones algebraicas de las rectas afines que se graficaron.
 - d. ¿Cuando cambia el valor de b la gráfica si se mueve alrededor del eje y ?
10. Cada función afín tiene una función lineal correspondiente. En los siguientes ejercicios determinamos la función lineal y graficamos en planos distintos cada pareja de funciones:
- a. $y = -x + 3$
 - b. $y = 2x - 4$
 - c. $y = x - 1$
 - d. $y = 2x + 5$
 - e. $y = x + 2$
11. Respondemos: ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre funciones lineales y funciones afines?
12. Resuelvo los siguientes ejercicios y los consigno en el cuaderno:
- a. Graficamos la ecuación de la recta $4x + 2y + 1 = 0$
 - b. Graficamos la ecuación de la recta $2x + 3y = 8$
 - c. Graficamos la ecuación de la recta $14x - 7y + 21 = 0$
13. Hallamos la ecuación de la recta que pasa por cada una de las parejas de puntos:

- a. $(2, 1)$ y $(2, 3)$.
- b. $(6, 1)$ y $(-2, 7)$.
- c. $(1, 1130)$ y $(2, 1110)$.
- d. $(-2, 7)$ y $(3, 8)$.
- e. $(-2, 6)$ y $(-1, 3)$.



14. Resolvemos las siguientes situaciones aplicando lo anterior:
- Hallamos la ecuación de la recta que pasa por $P(-8, -5)$ y de pendiente $m = \frac{2}{7}$
 - Hallamos la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-4, 3)$ con pendiente $m = -1$.
 - Hallamos la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -3)$ con pendiente $m = 2$.
 - Hallamos la ecuación de la recta que pasa por $(2, -9)$ con pendiente $m = \frac{1}{2}$
15. Presentamos al profesor las actividades realizadas para que valore el aprendizaje logrado.

D Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

- Leemos con cuidado, resolvemos y consignamos en el cuaderno los siguientes interrogantes:
 - Determinamos si las relaciones entre las siguientes parejas de magnitudes son lineales o no, escribiendo para ello la expresión algebraica que las relaciona:
 - ✓ Un banco ofrece la siguiente campaña: Si usted ahorra un dinero y no lo mueve durante un año, este incrementa en un valor del 5% junto a una comisión igual a lo depositado.
 - ✓ Relación entre la cantidad invertida en un negocio y los intereses recibidos.
 - ✓ Relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.
 - Hallamos la expresión algebraica de la función que describe la siguiente



frase: “Un automóvil está a 3 km de mí y se acerca a 2 km/h”.

- c. Hallamos la expresión algebraica de la función que describe la siguiente frase: “Un automóvil está a mi lado durante 1 hora y luego se aleja a 2 km/h”.
- d. En su taxi Juan cobra las siguientes tarifas: 500 pesos por bajada de bandera y 400 pesos por kilómetro recorrido. Buscamos una función sobre el precio p del viaje en función del número x de kilómetros recorridos.



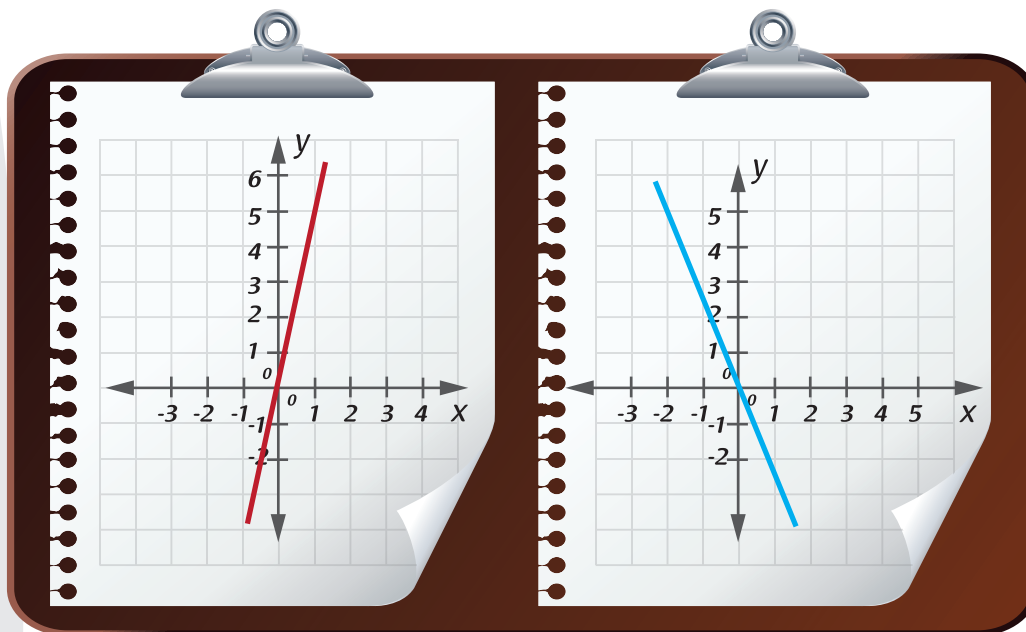
- e. Una represa, cuya capacidad es de 1 500 millones de litros de agua, tiene una filtración. Desde el primer día del mes pierde agua de manera uniforme, a razón de 10 millones de litros diarios.



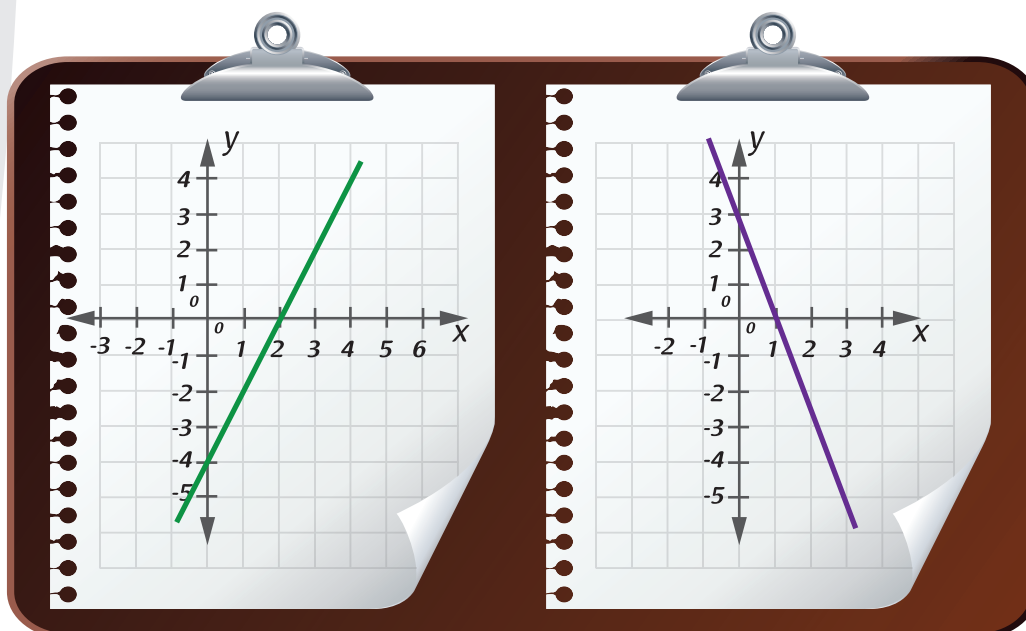
- ✓ Hallamos la fórmula de la función que describe la cantidad de agua que permanece en la represa cada día.
- ✓ Graficamos la función.

TRABAJO INDIVIDUAL

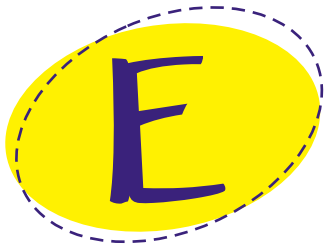
2. Determino la expresión algebraica de las funciones lineales cuyas gráficas son:



3. Determino la expresión algebraica de las funciones afines cuyas gráficas son:



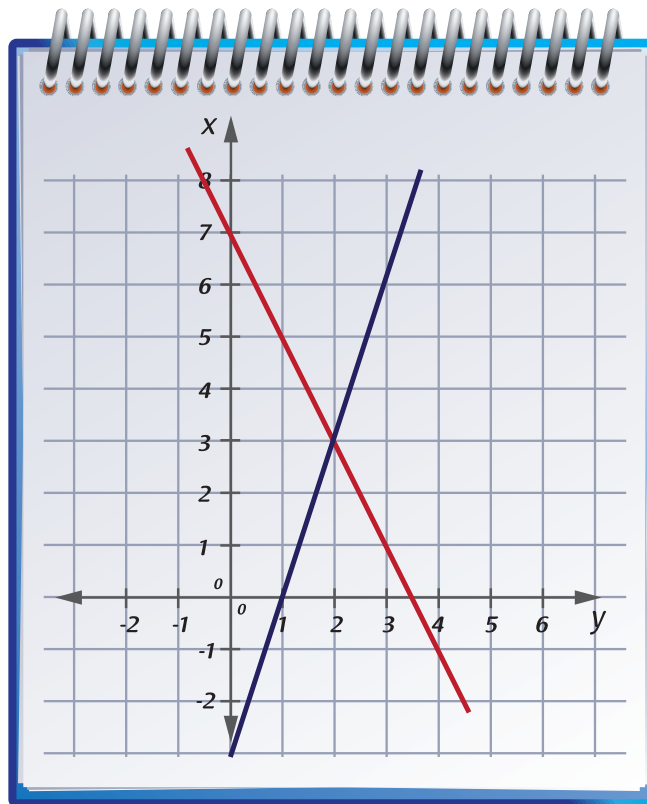
4. Compartimos con nuestros compañeros y profesor las actividades realizadas. Solicitamos a nuestro profesor que aclare nuestras inquietudes y evalúe nuestro desempeño durante este momento.



Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

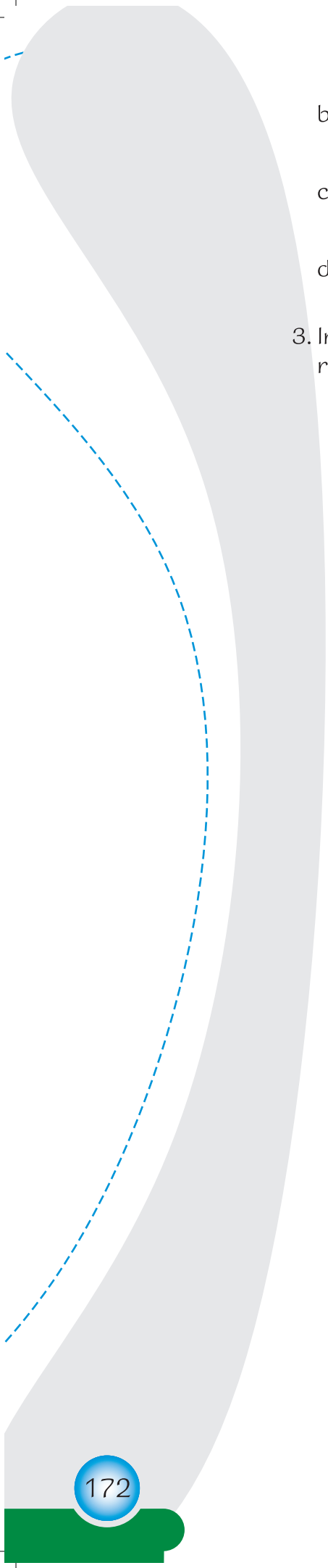
1. Observamos las siguientes gráficas de dos rectas afines:



- Determinamos las ecuaciones de las rectas que están representadas en el mismo plano.
- Determinamos las coordenadas del punto que es la intersección de las dos rectas.

Las rectas pueden interceptarse en un punto, todos o ninguno. Una de las formas de averiguar la intersección de dos rectas es a través de sus gráficas en el mismo plano.

- Determinamos si existe intersección entre las siguientes rectas. En caso que sea posible escribo su coordenada:
 - $y = 3x - 1$ y $y = 4x - 1$

- 
- b. Encontramos una ecuación de la recta en la forma punto-pendiente con pendiente 3 e intercepción en y (0, -2).
 - c. Buscamos una ecuación de la recta en la forma punto-pendiente con intercepción en y (0, 4) y pasando a través del punto (2, 9).
 - d. Graficamos $y = -2x + 3$.
3. Invitamos al profesor a la mesa y le presentamos los ejercicios realizados, si tenemos algunas dudas, le solicitamos que nos las aclare.

Evaluación por competencias

1. La gráfica de la función lineal $f(x) = 3x + 5$ no pasa por el:

- A. III cuadrante.
- B. IV cuadrante.
- C. II cuadrante.
- D. I cuadrante .

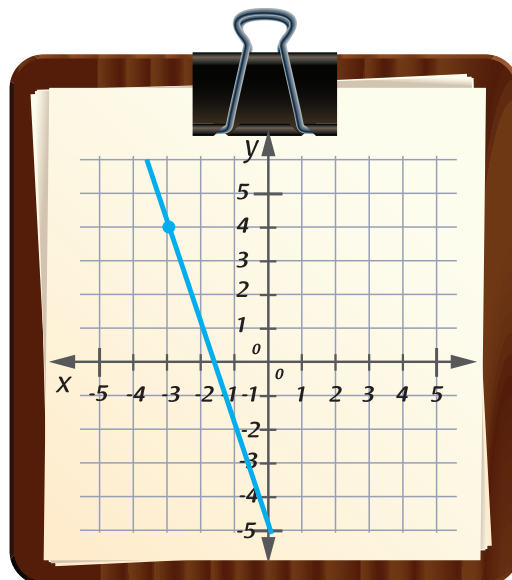
1

2. Sea la función lineal $f(x) = mx + b$ cuyos pares ordenados son (5,12) y (2,3); hallo $f(-1)$:

- A. -9
- B. -6
- C. -3
- D. 0

2

3. La pendiente y la ordenada en el origen de la recta que aparece en la imagen es:



A. $m = -3; b = -5$

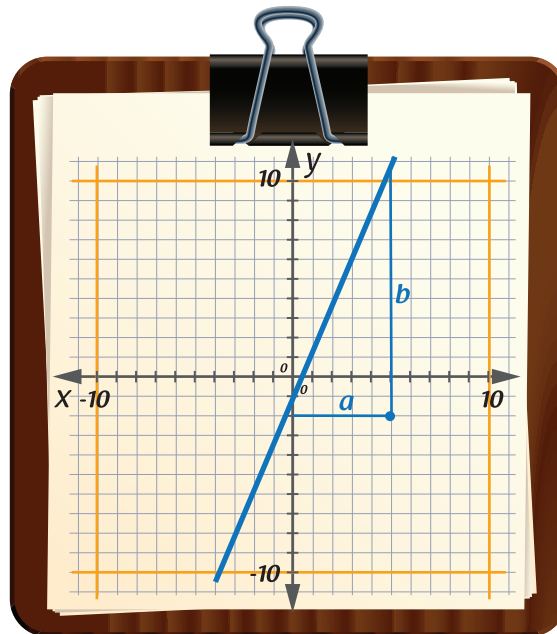
B. $m = -3; b = 5$

C. $m = 3; b = -5$

D. $m = 3; b = 5$

3

4. La ecuación de la recta es:



A. $y = \frac{13}{5}x - 1$

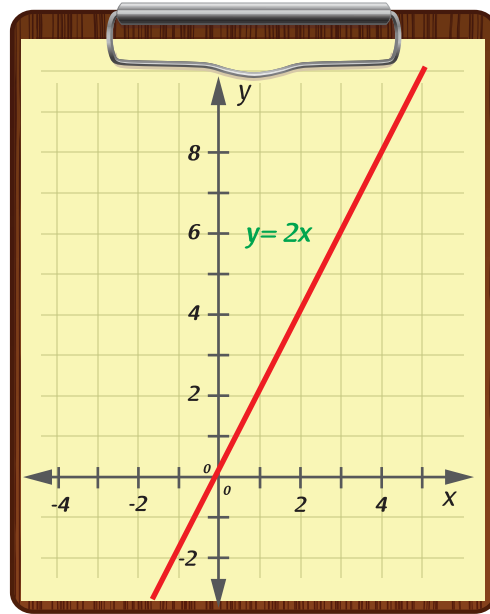
B. $y = \frac{5}{13}x - 2$

C. $y = \frac{13}{5}x - 2$

D. $y = \frac{13}{5}x + 2$

4

5. La siguiente gráfica corresponde a una función lineal, ¿por qué?:



- A. Porque tiene pendiente.
- B. Porque no tiene pendiente.
- C. Porque la pendiente es una constante de proporcionalidad.
- D. Porque es una línea recta que pasa por el origen.

5

Glosario

- **Ecuación de la recta:** Es el nombre de la función que determina una recta dada.
- **Función afín:** Es una función que es paralela a una función lineal.
- **Función lineal:** Es una relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio es constante entre los valores de las variables.
- **Movimiento en un plano de la recta:** Existen movimientos como la traslación o rotación en las rectas que se determinan en su ecuación.
- **Ordenada de la recta:** Es el valor que le corresponde al valor $x=0$
- **Pendiente de la recta:** Es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas y corresponde a la constante de proporcionalidad entre las variables involucradas en una función lineal o afín.