

Guía 2



Comprendiendo elementos
y características de las funciones

Indicadores de desempeño

Conceptual

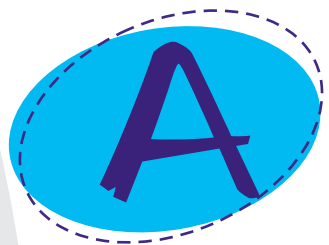
- Identifica las características de las funciones lineales.

Procedimental

- Maneja las diferentes representaciones de las funciones lineales.

Actitudinal

- Resuelve distintas situaciones cotidianas que involucran funciones lineales.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes situaciones, teniendo en cuenta consignarlas y desarrollarlas en el cuaderno:
 - a. Manuel está enfermo, su mamá le toma la temperatura en varias ocasiones y obtiene las siguientes mediciones:

A las 10 horas la temperatura fue de 37°C y dos horas después la temperatura fue de 39°C . A las 14 horas tenía 38°C de temperatura y continuó así hasta las 16 horas. A las 18 horas tenía 36°C y a las 20 horas había subido en 2°C .



- ✓ Realizo una tabla que relacione las horas con las mediciones de temperatura.
- ✓ Represento esta situación en una gráfica.
- ✓ ¿A qué horas la temperatura de Manuel debió ser de 38°C ?
¿Cuánto tiempo estuvo Manuel con la misma temperatura?

- b. Un ciclista sale de su casa a dar un paseo desde las 8 a.m. hasta las 12 del día. Durante la primera hora lleva una velocidad constante de 30 Km/h y luego descansa una hora, después del descanso regresa a una velocidad de 15 Km/h .
- ✓ Realizo una gráfica en donde se represente esta situación.
- c. En la papelería “El Búho” venden lapiceros de colores por paquetes. El número de lapiceros de colores y el precio correspondiente aparecen en la siguiente tabla:

Número de lapiceros de colores por paquetes	4	8	10	12	14
Precio de cada paquete	4 200	6 000	7 200	10 000	14 700

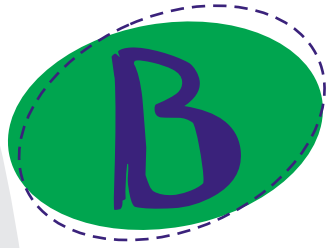
- ✓ Represento esta situación en una gráfica.
- ✓ Respondo: ¿Cuál paquete conviene más? ¿Por qué?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Comparamos las gráficas, tablas y respuestas que obtuvimos en el ejercicio 1.
3. De las situaciones anteriores, analizamos el tipo de variable y relación entre las variables y las ubicamos en una tabla, así:

EJERCICIO 1	VARIABLES INVOLUCRADAS EN LA SITUACIÓN	EXISTE RELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES	Determine si es función/relación
Situación a			
Situación b			
Situación c			

4. Socializamos con el profesor las respuestas a la tabla anterior, así como el concepto de función.



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. En grupos de tres estudiantes, distribuimos los roles correspondientes y hacemos la siguiente lectura:

Existen diferentes maneras de comprender el concepto de **función lineal**, a continuación explicaremos cada una de ellas:

a. Como la relación de correspondencia entre dominio y rango:

Ejemplo:



En la fiesta de grado de mi hermana, el fotógrafo quería tener los diferentes grupos para poder armar un álbum familiar en donde pudiera establecer la relación entre padres e hijos, suponiendo que cada padre sólo tenía un hijo. Para conocer las relaciones que existían entre los diferentes integrantes de la familia consultó a cada joven acerca de quién era su padre.

Obtuvo la siguiente información al respecto, la que registró en una tabla:

Joven (A)	Es hijo de (B)
José	Marcelo
María	Esteban
Luis	Alberto
Víctor	Juan
Elena	César

Como podemos ver, entre estos dos conjuntos de personas es posible establecer la relación “es hijo de”, en la que a cada joven le corresponde un padre. La relación “es hijo de” permite asociar a cada individuo del grupo de los jóvenes con un individuo del grupo de los mayores, que es su padre.

Este tipo de relaciones en la que cada individuo del primer conjunto (jóvenes) (denominado dominio: A) puede relacionarse con un individuo del segundo conjunto (mayores) (denominado imagen: B), recibe el nombre de función.

De acuerdo con lo anterior, **una función es:**

Se dice que f es una función de un conjunto A en otro conjunto B sí y sólo sí f es una relación entre A y B, tal que todo elemento de A tiene un único elemento correspondiente en B.

b. Una función como la proporcionalidad directa entre dos magnitudes

Se llama función de proporcionalidad directa o simplemente función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x, y) .

Ejemplo:

Si al comenzar un experimento una planta mide 0 cm y aumenta 15 cm su altura mensualmente, ¿cuánto medirá al cabo de 5 meses?

- Identificamos las variables:

La altura de la planta y el tiempo.

- ¿Cuál es la variable dependiente?

En este caso sería la altura de la planta, ya que depende del tiempo.

- ¿Cuál es la variable independiente?

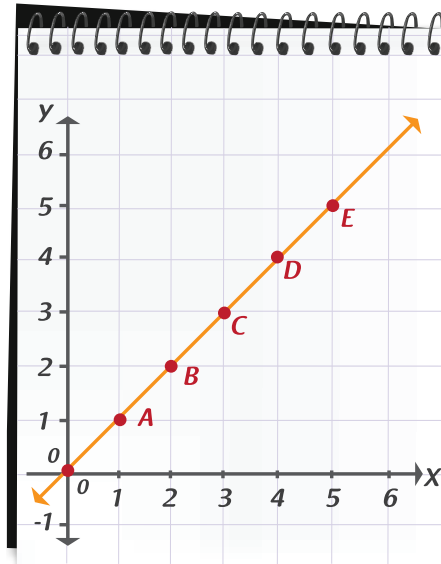
El tiempo, ya que este no depende del crecimiento de la planta.

c. La información se puede representar en una tabla:

Tiempo transcurrido (meses)	Altura de la planta (cm)
0	0 cm
1	15 cm
2	30 cm
3	45 cm
4	60 cm
5	65 cm
6	80 cm

d. La información se puede representar en una gráfica:

Ubicamos la variable independiente en el eje de las ordenadas o eje 'y' y la variable dependiente en el eje de las abscisas, es decir el eje 'x', así:



Como nos podemos dar cuenta, la representación gráfica corresponde con una línea recta que siempre pasa por el punto de origen, cuyas coordenadas son (0,0).

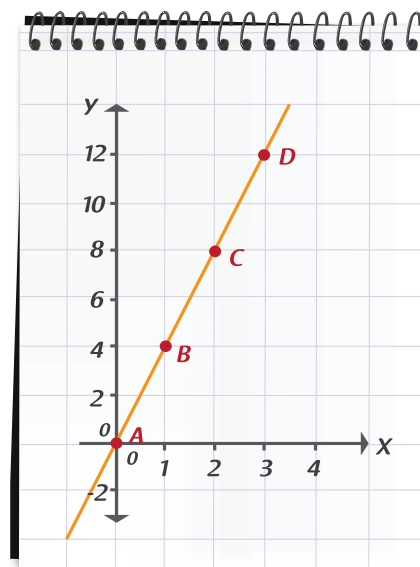
e. La función lineal como ecuación de la recta

Consideremos como variable "x" a las longitudes de los lados de diferentes cuadrados y como variable "y" a los perímetros de dichos cuadrados; se verifica que:

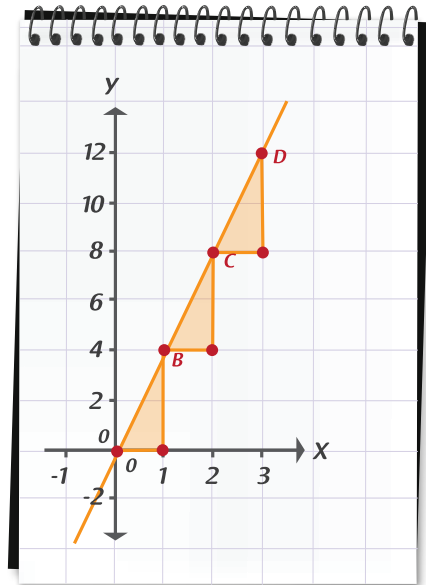
Un ciclista avanza 4 metros por cada minuto de recorrido.

Representamos los datos en una tabla y su correspondiente gráfica, así:

x	y
0	0
1	4
2	8
3	12



En la gráfica anterior consideramos los triángulos rectángulos formados en los puntos B, C y D por la recta y las paralelas a los ejes "x" e "y", que pasan por dichos puntos, tal como se observa en la siguiente gráfica:



Si nos damos cuenta, se forman triángulos rectángulos, y la pendiente corresponde a la hipotenusa.

Para hallar la pendiente en cada uno de los rectángulos se divide la ordenada y la abscisa, así:

Punto B (1,4) al dividir la ordenada y la abscisa $\frac{4}{1} = 4$

Punto C (2,8) al dividir la ordenada y la abscisa $\frac{8}{2} = 4$

Punto D (3,12) al dividir la ordenada y la abscisa $\frac{12}{3} = 4$

Encontramos la constante de proporcionalidad que corresponde a la pendiente o la inclinación de la recta y; en este caso es 4.

La función de proporcionalidad directa o **función lineal** relaciona dos magnitudes directamente proporcionales, de tal manera que su cociente es constante. Dicho cociente recibe el nombre de **constante de proporcionalidad**.

Al determinar la constante de proporcionalidad como pendiente, se deduce que la ecuación de la función lineal es:

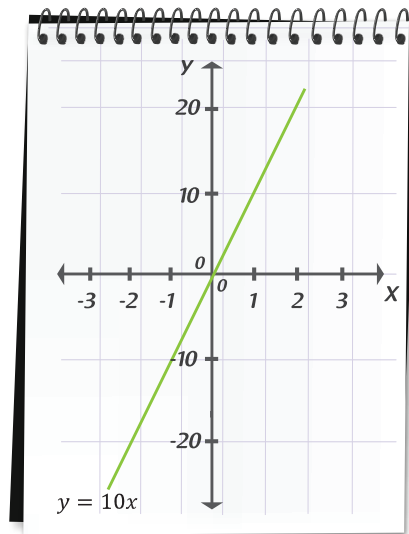
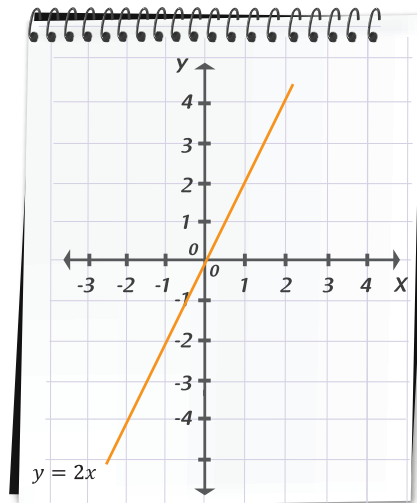
$$y = m \cdot x$$

Donde m es el valor de la pendiente.

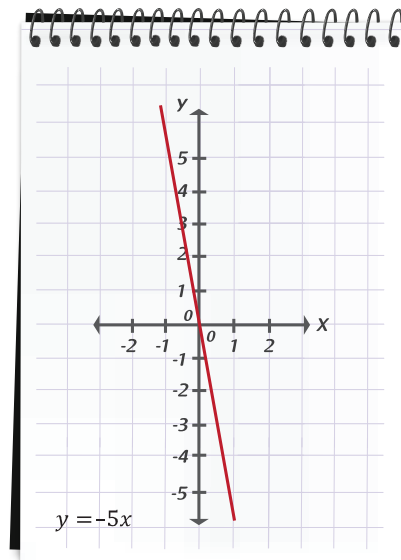
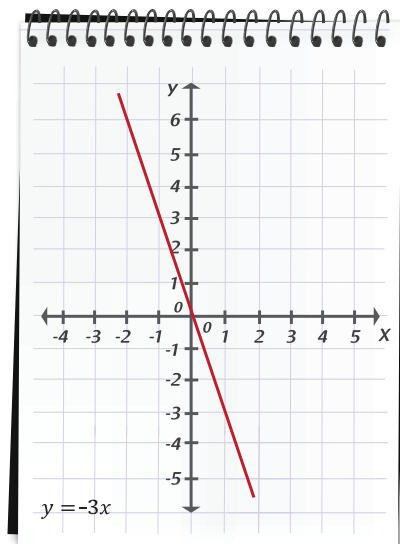
Para el caso de la situación anterior sobre el recorrido realizado por el ciclista, la ecuación es la siguiente:

$$y = 4x$$

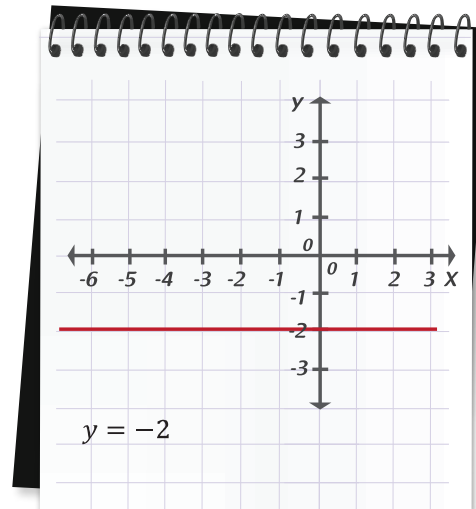
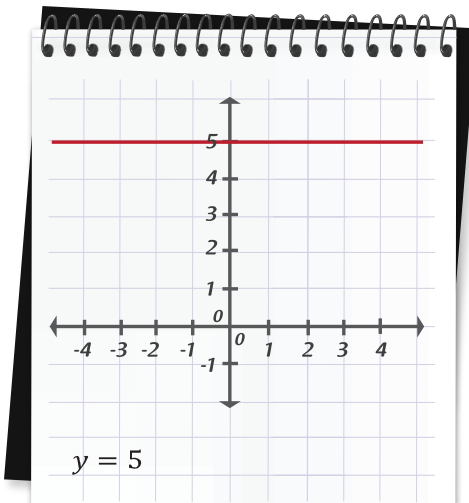
- Si la pendiente m es mayor que 0 entonces decimos que la función es creciente:



- Si la pendiente m es menor que 0 entonces decimos que la función es decreciente:



- Si la pendiente m es igual a cero entonces decimos que la función es constante:



f. Pendiente de una recta a través de las coordenadas de dos puntos

Sean $P(x_0, y_0)$ y $Q(x_1, y_1)$ dos puntos del plano. Para determinar la pendiente se realiza un cociente entre las coordenadas de “y” con respecto a las coordenadas de “x”, y se obtiene:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Ejemplo:

Hallar la pendiente que se determina por los puntos $P_1(1, 3)$, $P_2(6, 18)$.

Luego:

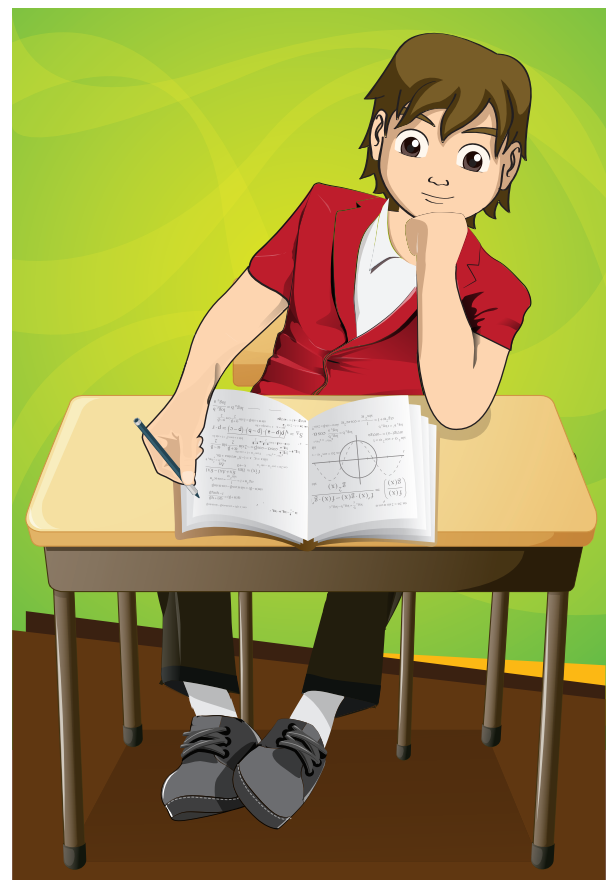
$$m = \frac{18-3}{6-1} = \frac{15}{5} = 3$$

Para determinar la ecuación se establece con la ecuación de la misma pendiente, sólo que se tiene en cuenta uno de los puntos:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

Con el dato de $m = 3$ y el punto $P_2(6, 18)$ se tiene:

$$3 = \frac{y - 18}{x - 6}$$



Despejando a “y” se tiene:

$$3(x - 6) = y - 18$$

$$3x - 18 = y - 18$$

$$3x - 18 + 18 = y$$

$$3x = y$$

Luego la función es $y = 3x$

TRABAJO EN PAREJAS

2. Leemos atentamente la siguiente información que nos permite comprender otros aspectos de las funciones afines y lineales, y consignamos los datos más importantes:

Las posiciones de las rectas

Son 3 las posibles posiciones con las rectas:

- 1) Ambas sean paralelas.
- 2) Sean perpendiculares.
- 3) Se intercepten.

Para que sean paralelas se tiene que cumplir que las dos ecuaciones de la recta tengan las mismas pendientes.

Si $m_1 = m_2$ las rectas son paralelas.

Ejemplo: $Y_1 = 5x$ es la misma recta $y_2 = 5x$

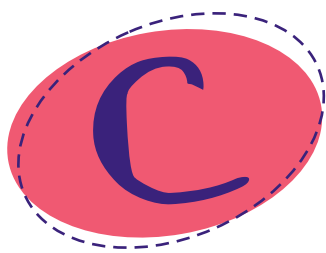
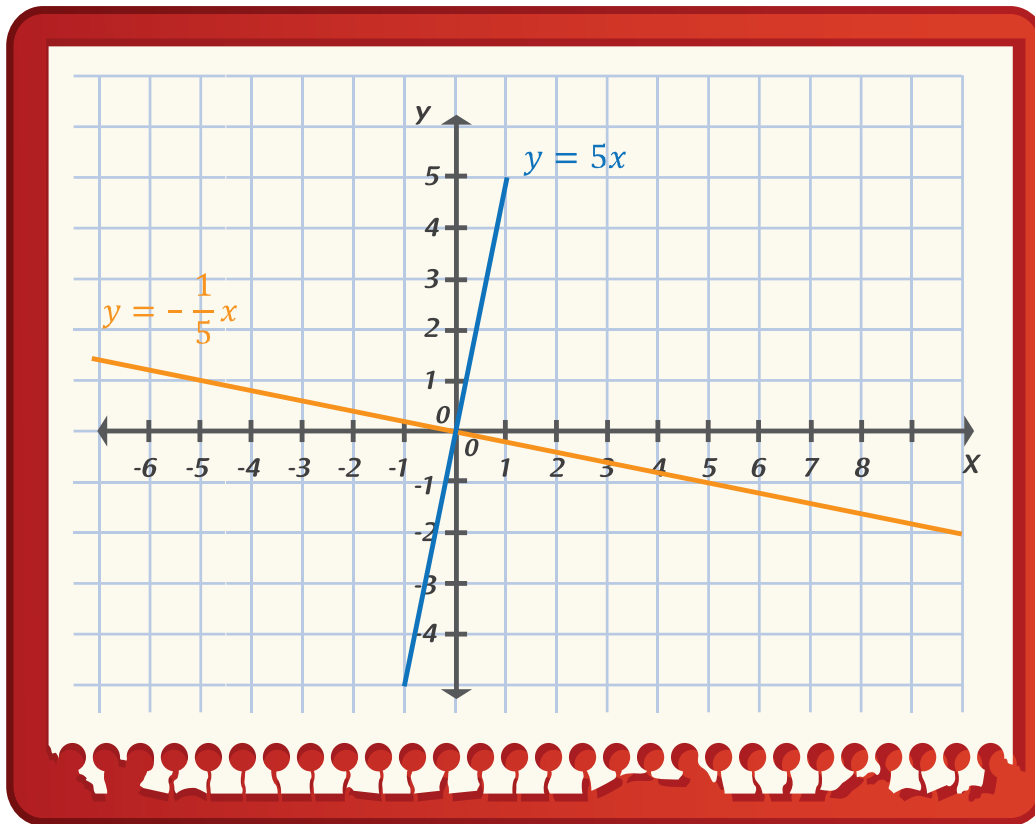
Para que sean perpendiculares se tiene que cumplir que una pendiente sea el inverso multiplicativo de la otra y opuesto; ya que al multiplicar los valores de las pendientes el producto es -1.

Si $m_1 * m_2 = -1$ las rectas son perpendiculares.



Ejemplo:

Si se tiene que $Y_1 = 5x$ y $Y_2 = -\frac{1}{5}x$ entonces comprobamos que el producto de las pendientes es de -1. Luego se tiene que $(5)\left(-\frac{1}{5}\right) = -1$

**Ejercitación****TRABAJO EN PAREJAS**

1. Determinamos si en las siguientes situaciones se presenta una función lineal o no:
 - a. Relación entre el precio con la cantidad de zapatos comprados teniendo en cuenta que por cada dos pares se tiene un descuento del 10%.
 - b. Relación entre el peso y el volumen de un material en condiciones constantes de presión y temperatura.

c. Relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

d. En una función de proporcionalidad directa, cuando x vale 3, y vale 12.

2. Graficamos las funciones según los datos de cada tabla y analizamos si son funciones lineales:

a.

x	y
0	9
2	8
4	7
6	6
8	5
10	4

b.

x	y
-4	16
-2	4
0	0
4	16
7	49
13	169

3. Realizamos la gráfica de las siguientes funciones:

✓ $y = 3x$

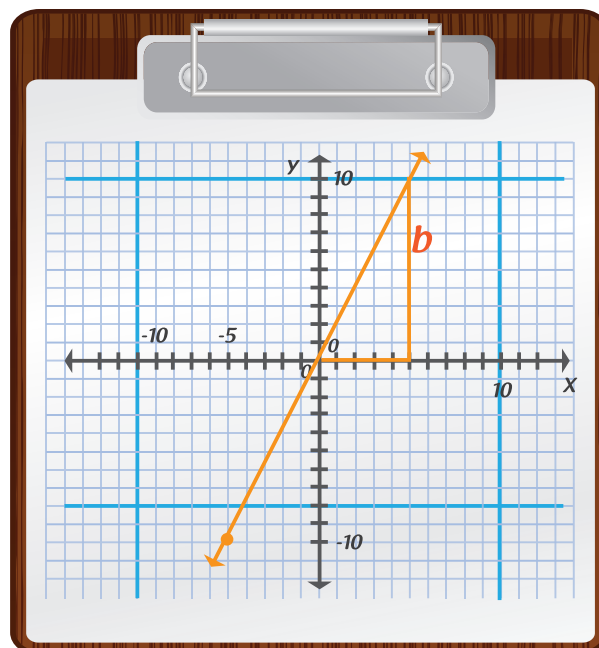
✓ $y = \frac{1}{2}x$

✓ $s = 5t$

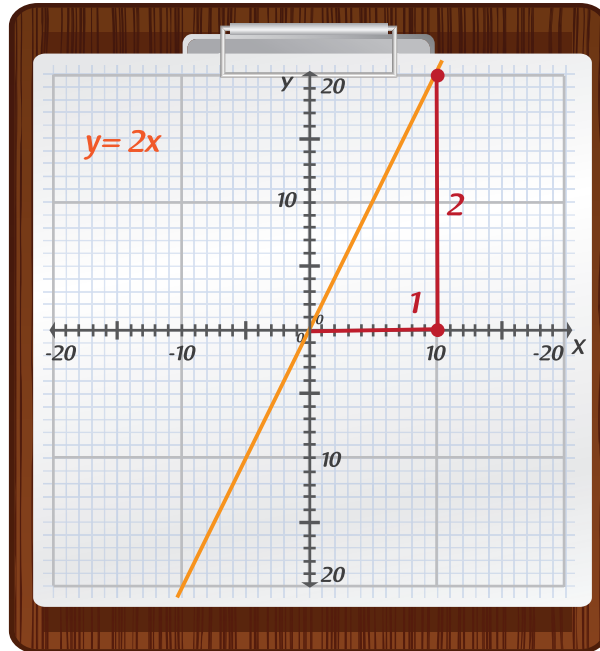
✓ $y = 2x + 8$

4. Hallamos la ecuación de la recta:

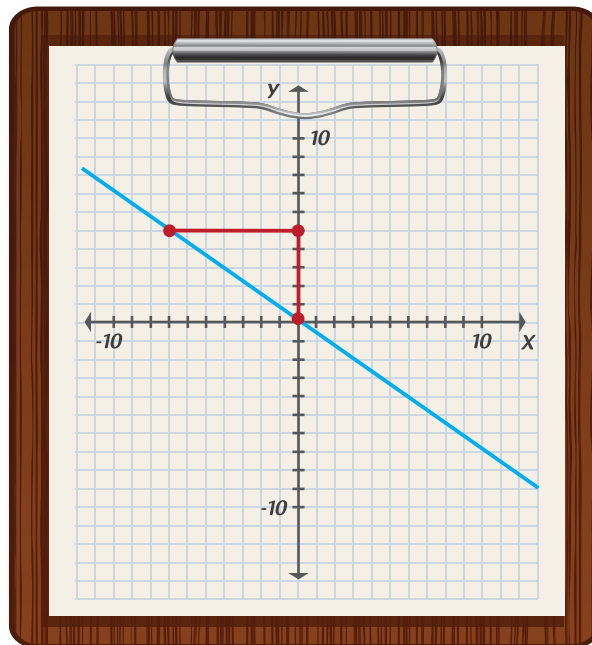
a.



- b. Calculamos la forma general de la ecuación de la recta que pasa por el punto P1 (3,-2) y P2 (0,0).
- c. Determinamos la pendiente en la siguiente gráfica:



- d. Determinamos la ecuación y la pendiente a partir de la siguiente gráfica:



- e. Determinamos la ecuación de la recta perpendicular a partir de la gráfica anterior.

5. Hallamos la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados. Determinamos cuáles son funciones lineales:

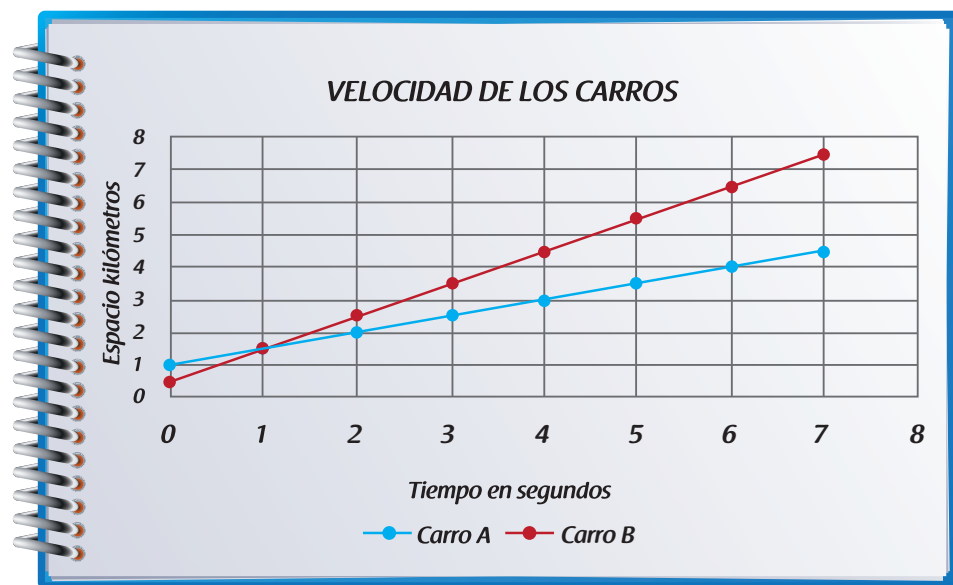
- a. P (5,-9) y Q (6,8).
- b. P (7,4) y Q (-3,-1).
- c. P (3,-2) y Q (-2,-1).
- d. P (2,-2) y Q (-8,3).
- e. P (6,5) y Q (6,-2).

D Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Resolvemos las siguientes situaciones:

a. Dos carros se mueven como se indica en la siguiente gráfica:



- ✓ Se desea saber si en el $t = 3$, la velocidad del carro A es menor o igual a la velocidad del carro B. Argumentamos la respuesta.

- ✓ En el $t = 6$, ¿la velocidad del carro A es menor o igual que la velocidad del carro B? Argumentamos la respuesta.
 - ✓ Describimos las características de las dos gráficas con respecto al movimiento de los carros.
 - ✓ Explicamos por qué se pueden llamar funciones.
- b. Daniela va en su bicicleta y realiza el siguiente recorrido:
- Va por un terreno llano, sube una montaña, baja una montaña y luego vuelve a pasar por un terreno llano.
- ✓ Dibujamos una gráfica que represente lo realizado por Daniela en su excursión.
 - ✓ Identificamos las variables.
 - ✓ Determinamos si es una función lineal o no.
- c. De acuerdo con la siguiente fórmula: $y = x$
- ✓ Elaboramos una tabla que pueda corresponder con los datos anteriores.
 - ✓ Elaboramos una gráfica que represente la función anterior.
 - ✓ Pensamos en alguna situación que corresponda con la fórmula de esta función.
 - ✓ Argumentamos si corresponde a una función lineal o no.

TRABAJO INDIVIDUAL

2. Determino si las relaciones entre las siguientes parejas de magnitudes son funciones lineales, escribiendo para ello la ecuación que las relaciona, si es el caso.
- a. Relación entre el precio inicial y el precio rebajado con un 10%.
 - b. Relación entre el peso y el volumen de un material en condiciones constantes de presión y temperatura.
 - c. Relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

3. Halla la ecuación de la función que describe la siguiente frase:

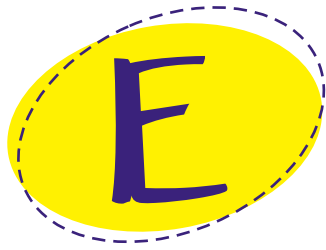
- a. “Un automóvil está a mi lado durante 1 hora y luego se aleja a 2 Km/h manteniendo en velocidad constante”.
- b. “Un automóvil está disminuyendo cada hora 2 Km/h ”.



4. Leemos y desarrollamos la siguiente situación:

Una piscina es llenada por una manguera en forma constante de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 20 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de 1.2 m , ¿cuál es la ecuación de la función que determina la altura (h) del agua después de transcurrida $t \text{ horas}$?





Complementación

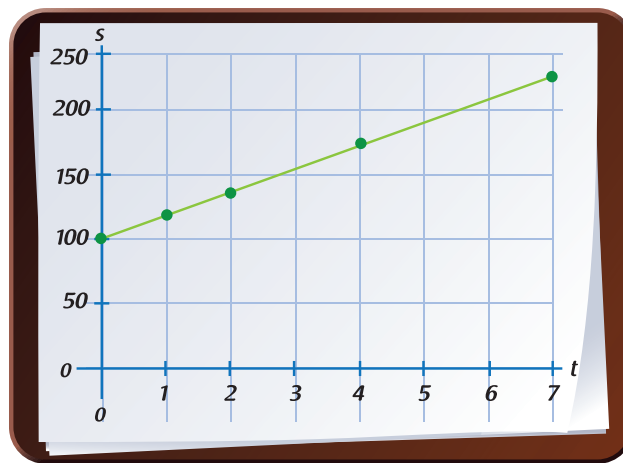
TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos con atención y consignamos en el cuaderno:

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es uno de los conceptos de la física en los que se aplica el concepto de función, veamos:

Es el movimiento más sencillo. Un movimiento es rectilíneo si su trayectoria es una recta y es uniforme cuando su velocidad es siempre la misma, no varía durante el trayecto. En el movimiento rectilíneo uniforme la velocidad media y la velocidad instantánea tienen el mismo valor, porque se recorren espacios iguales en tiempos iguales.

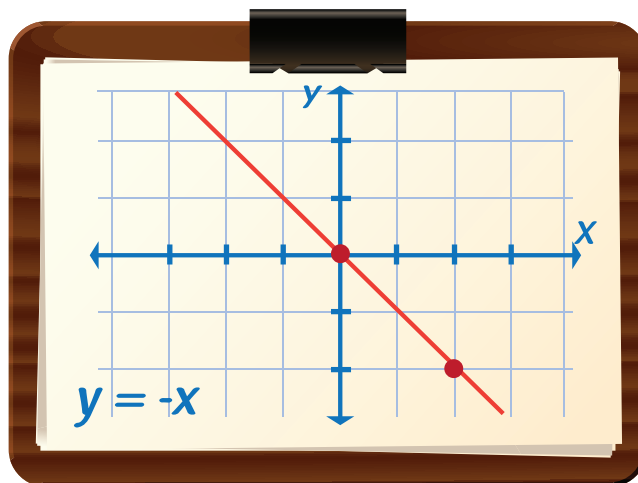
Ejemplo:



Un automóvil está en el instante inicial en la posición 100 m y se mueve con una velocidad uniforme de 20 m/s.

Evaluación por competencias

1. ¿Qué tipo de función se representa en la siguiente gráfica?:



- A. Lineal.
- B. Afín.
- C. Lineal y afín.
- D. Cuadrática.

1

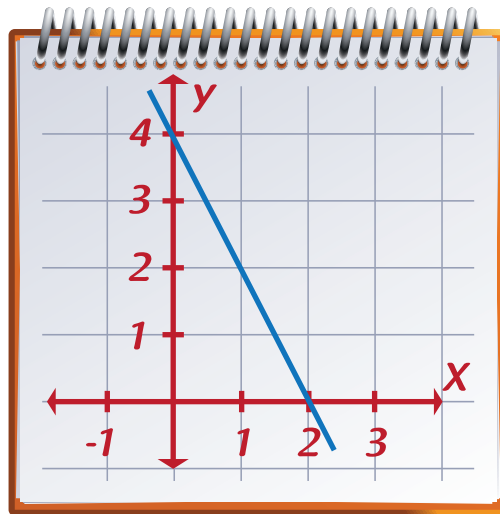
2. ¿Cuál es la función que representa los datos de la tabla?:

X	0	1	2	3	4	5
Y	2	5	8	11	14	17

- A. $y = x + 2$
- B. $y = 2x + 2$
- C. $y = 3x + 2$
- D. $y = x + 4$

2

3. ¿Cuál es la función que representa la gráfica?:



- A. $y = \frac{1}{2}x$
- B. $y = \frac{1}{4}x$
- C. $y = x - 2$
- D. $y = -2x + 4$

3

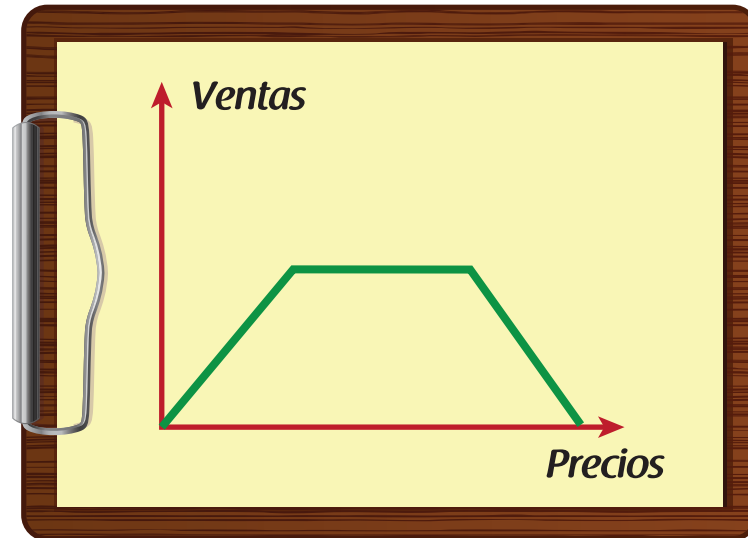
4. Respondo Falso (F) ó Verdadero (V). Justifico la respuesta:

- A. f es una función proporción directa si depende de x . ()
- B. En una función lineal una cantidad depende de otra. ()
- C. Una función lineal es de la forma $y = mx$ ()
- D. Una función proporción directa es de la forma $y = mx + b$ ()

4

5. En un almacén de calzado se hizo el inventario de fin de año de las ventas que tuvieron en el mes de diciembre.

La siguiente gráfica representa el comportamiento de las ventas:



- A. Cuando se aumentó el precio se subieron las ventas pero luego bajaron.
- B. A mayor precio mayores fueron las ventas.
- C. Las ventas iban subiendo pero hubo un tiempo en donde se suspendieron.
- D. Si se suben los precios de un producto, se pueden bajar las ventas.

5

6. Si tengo las siguientes parejas ordenadas: $(0,0)$; $(1,1)$; $(-1, -1)$, la función que contiene esos puntos es:

- A. $y = 1$
- B. $y = 2x$
- C. $y = x + 1$
- D. $y = x$

6

Glosario

- **Ecuación canónica:** Es una representación algebraica que muestra las características de las funciones. En el caso de la función lineal es $y = mx$.
- **Ecuación general:** Es una representación algebraica donde uno de sus lados es el cero. En el caso de la función lineal es $y - mx = 0$.
- **Función:** Es una relación entre dos cantidades matemáticas, una de ellas se denomina la variable dependiente y y la otra la variable independiente x , donde y depende exclusivamente de x .
- **Función continua:** Una función es continua si su gráfica puede dibujarse sin necesidad de levantar el lápiz del papel en ningún momento. Su dominio son todos los números reales.
- **Función lineal:** Es una función polinómica de primer grado; es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta que pasa por el punto del origen.
- **Línea recta:** Se describe como la sucesión continua e indefinida de puntos en una sola dimensión, es decir, no posee principio ni fin.
- **Pendiente:** Es la constante de proporcionalidad y se representa con la letra m .
- **Rectas paralelas:** Son aquellas rectas que se encuentran en un mismo plano, presentan la misma pendiente y no presentan ningún punto en común, esto significa que no se cruzan, ni tocan y ni siquiera se van a cruzar sus prolongaciones. Uno de los ejemplos más populares es el de las vías de un tren.
- **Rectas perpendiculares:** Dos rectas que se encuentran en el mismo plano son perpendiculares cuando forman cuatro ángulos rectos.
- **Velocidad constante:** Representa la cantidad de distancia que recorre en tiempos iguales un móvil. Por ejemplo: Si se tiene como velocidad $\frac{4 \text{ km}}{h}$ significa que recorre 4 Km cada hora.

