Matemáticas

8°
Octavo

Escuela Nueva - Escuela Activa

Módulo de

Matemáticas

UNIDADES
3 - 4

Presentación

La alianza por la Educación Rural de Antioquia ERA tiene el propósito de fortalecer la educación rural en todos los niveles, aportando en términos de cobertura, calidad y pertinencia, con el fin de contribuir significativamente al desarrollo social y económico de las comunidades en sus territorios. Para lograrlo, está implementando un programa de acompañamiento a las instituciones y sus sedes educativas, basado en los principios de las pedagogías activas, que articula todos los niveles educativos hasta llegar a la Universidad en el Campo.

Los principios de las pedagogías activas parten del ser: la persona como centro de un aprendizaje activo y significativo. Pretenden brindar una educación que facilite al individuo desempeñarse en los diferentes aspectos de la vida, ser feliz, proyectarse y ser útil a su comunidad.

El material de interaprendizaje es fundamental para el desarrollo de las pedagogías activas. Este centra el aprendizaje en el estudiante, responde de manera significativa a cada uno de los principios y favorece sustancialmente el desarrollo de competencias. Está compuesto por módulos que contienen guías con las que los estudiantes interactúan, dialogan, y en las que se promueven diferentes formas de trabajo como: trabajo individual, en equipo o en grupo. El trabajo con guías de interaprendizaje propicia la reflexión, el trabajo colaborativo y el desarrollo de la autonomía, a través de momentos que se relacionan y dan significado a los aprendizajes.

Además, los módulos son herramientas que le facilitan al docente su labor como mediador en el proceso de aprendizaje y posibilitan el trabajo en aulas multigrado (varios grados en una misma aula), donde el maestro debe acompañar las diferentes áreas del currículo.

Agradecemos al área de educación del Comité de Cafeteros de Caldas por compartir con las comunidades de Antioquia su experiencia y el material desarrollado; un material diseñado teniendo en cuenta las pautas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional y las necesidades del contexto rural.

Este material no pretende remplazar al maestro y, por el contrario, es una oportunidad para fortalecer su rol dentro del aula de clase y en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Invitamos a los directivos docentes, maestros y estudiantes a utilizar de manera responsable este material, a adoptarlo y adaptarlo como apoyo al desarrollo del plan curricular. Hacerlo, dará mayores oportunidades al desarrollo rural de nuestra región.

era
EDUCACIÓN RURAL
PARA ANTIOQUIA

PRESENTACIÓN

Uno de los insumos importantes del programa Escuela Nueva – Escuela Activa lo constituyen los materiales de interaprendizaje para estudiantes. El valor pedagógico que tienen las guías o módulos en la aplicación de los principios de la Escuela Nueva – Escuela Activa, se asocia con el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, laborales y demás competencias necesarias para el buen desempeño social de los estudiantes; además, la estructura metodológica del material, favorece el trabajo colaborativo y en equipo, la participación, la autonomía, las relaciones escuela – comunidad- escuela, la creatividad y el pensamiento lógico, a la vez que forma a los estudiantes en las diferentes disciplinas del conocimiento.

El presente módulo de interaprendizaje de Matemáticas para grado 8° fue construido en el marco de una Alianza de amplia trayectoria, constituida por el Comité de Cafeteros de Caldas y la Fundación Luker, y hace parte de las estrategias del Plan de Mejoramiento al Desempeño propuesto por estas dos instituciones, cuyo propósito fundamental es intervenir en la calidad de la educación básica de establecimientos educativos rurales y urbanos vinculados al programa Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

El diseño de este módulo se realizó en concordancia con el modelo pedagógico activo y responde a los lineamientos de política del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a los estándares curriculares y el enfoque de formación por competencias, además, introduce un componente de apoyo en la evaluación, que había sido ampliamente demandado por los docentes de Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

Invitamos a los maestros y estudiantes a asumir este material como uno de los recursos que apoya el desarrollo del plan curricular. Su aprovechamiento eficaz, requiere por tanto, de la mediación permanente del maestro y en ningún caso pretende reemplazar su importante labor en el aula de clase.

La Fundación Luker y el Comité de Cafeteros de Caldas resaltan y agradecen a todas aquellas personas e instituciones que colaboraron en la construcción de esta nueva versión de Módulos, con la que esperamos contribuir para que los niños, niñas y jóvenes de Caldas y de Colombia, puedan tener una mejor educación como una condición de equidad, que les dará mayores posibilidades de alcanzar un proyecto de vida digno, donde todos y todas tengan igual oportunidad.

Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Manizales, agosto de 2014

CRÉDITOS MÓDULOS MATEMÁTICAS GRADO OCTAVO

COMITÉ DIRECTIVO

Elsa Inés Ramírez Murcia
Coordinadora Desarrollo Social
Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Pablo Jaramillo Villegas
Gerente Educación Fundación Luker

Santiago Isaza Arango
Director Educación Fundación Luker

COORDINACIÓN

Alexander Ossa Calvo
Comité de Cafeteros de Caldas

Paola Andrea Vallejo Aristizábal
Comité de Cafeteros de Caldas

EQUIPO TÉCNICO

María Piedad Marín Gutiérrez
Consultora Fase de Planeación

Diego Villada Osorio
Consultor Mallas Curriculares

Bibiana Yaneth Pérez Alcalde
Revisión Metodológica

CORPOEDUCACIÓN

Liz Stefany López Ospina
Coordinadora
Luz Alexandra Oicatá Ojeda
Revisión Disciplinar

AUTORES

Ligia Inés García Castro
Néstor Jaime Ríos Zuluaga
Leonardo López Orozco

ELABORACIÓN DE MALLAS CURRICULARES

Yolanda de Las Mercedes Beltrán de Covaleda, (Universidad de Antioquia-Acompañamiento Técnico), Jhoana Alexandra Muñoz Nieto, Carlos Alberto Bastos Sánchez, Jhon Fredy Ossa Calvo, Francisco Vallejo García, María Rubiela Castrillón Hurtado, Gonzalo Alarcón Cortez, Manuel Andrés Correa Gallego, Viviana Marcela Vásquez Osorio, Ligia Inés García.

VALIDACIÓN

Humberto Marín Mazo, Valentina Osorio Morales, Marta Jhanet Mondragón Valencia, Diego Alberto Toro Ortiz, Jhoiner Alfonso Mejía Castañeda, Paula Marcela Castrillón, Carlos Andrés Zuluaga, Jhon Jairo Quintero.

DISEÑO PROYECTO GRÁFICO Y DIAGRAMACIÓN

Editorial Blanecolor S.A.S.

IMPRESIÓN

Carvajal Soluciones de Comunicación S.A.S. Mayo 2019

ISBN: 978-958-8702-66-7

CONTENIDO

Unidad 3

Resolvamos situaciones con los números reales

Estándares

- Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas, y para resolver problemas.
- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando las propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

- Conjeturo y verifico propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.

- Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).

- Comparo resultados de experimentos aleatorios con los que han sido previstos por un modelo matemático probabilístico.

Competencias

Matemáticas:

- Resuelvo diversas operaciones haciendo uso de la potenciación, radicación, logaritmación y las fracciones algebraicas. Además, establezco relaciones entre semejanza y congruencia y tomo decisiones a partir de cálculos estadísticos en el contexto de diversas situaciones.

Ciudadanas:

- Participo o lidero iniciativas democráticas en mi medio escolar o en mi comunidad, con criterios de justicia, solidaridad y equidad, y en defensa de los derechos civiles y políticos.

Guía 1

Operando con los números reales

Indicadores de desempeño

Conceptual

- Identifica las propiedades de las operaciones de potenciación, radicación y logaritmación.

Procedimental

- Ejercita las operaciones de potenciación, radicación y logaritmación.

Actitudinal

- Promueve el trabajo en equipo para llegar a solucionar situaciones matemáticas.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Dibujo en mi cuaderno las figuras que se indican en cada pregunta y realizo la operación correspondiente:

   a. ¿Qué longitud tiene el lado de un cuadrado cuya área es de 9 cm^2?

   b. ¿Cuál es el área de un cuadrado en el que cada lado mide 2 cm?

   c. ¿Qué valor se obtiene al realizar la operación $\log_4 16$?

2. Tengo en cuenta lo aprendido hasta el momento sobre las operaciones de potenciación y radicación para resolver los siguientes ejercicios:

   a. $(-2)^3$

   b. 7^2

   c. $\left(\frac{5}{3}\right)^3$

   d. $(-5)^3$

   e. $\left(-\frac{1}{10}\right)^5$

   f. $\sqrt[5]{-32}$

   g. $\sqrt[6]{64}$

   h. $\sqrt[3]{-27}$

   i. $\sqrt[4]{625}$

   j. $\sqrt[2]{64}$

3. Resuelvo en mi cuaderno los siguientes problemas aplicando las propiedades de la potenciación:

   a. Una granja tiene los siguientes animales: Gato, perro, toro, caballo, cerdo y gallo. Cada animal tiene su respectiva hembra y cada pareja procrea un par de su misma especie cada mes. ¿Cuántos animales hay en la granja en un mes?

b. Una casa tiene dos pisos, en cada piso hay dos habitaciones y cada habitación es cuadrada y cada uno de sus lados mide 3 m. ¿Qué área ocupan las habitaciones de la casa?

TRABAJO EN EQUIPO

4. Discutimos con nuestros compañeros y profesor el trabajo realizado de manera individual y establecemos acuerdos sobre cuáles son las respuestas más comunes entre todos y por qué.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

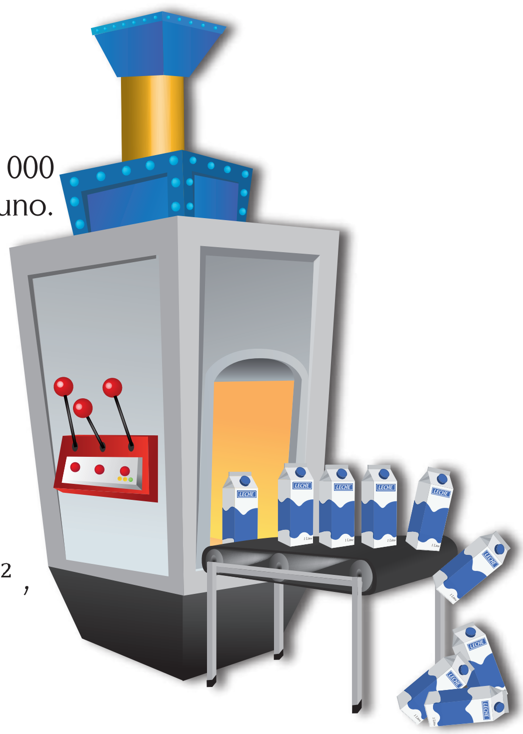
TRABAJO EN EQUIPO

1. Realizamos la distribución de roles correspondiente y le solicitamos respetuosamente al compañero indicado realizar la siguiente lectura y tomamos nota en nuestro cuaderno de lo más importante:

Para encontrar la solución de algunos problemas cotidianos es necesario realizar las operaciones de potenciación, radicación y logaritmación, además de aplicar sus propiedades adecuadamente. A continuación se presenta cada una de estas operaciones en una situación para reconocer su aplicación:

Potenciación

En una planta procesadora de leche se reciben en una semana 1 000 camiones que llevan 100 envases de 10 litros de leche cada uno. ¿Cuántos litros de leche ingresan a la planta en una semana?



Para hallar la solución de este problema, multiplicamos las cantidades involucradas:

$$1\,000 \times 100 \times 10$$

Agrupando los últimos valores $100 \times 10 = 1\,000$

Entonces la multiplicación queda así: $1\,000 \times 1\,000 = 1\,000^2$, es decir

$$1\ 000^2 = 1\ 000\ 000$$

Por tanto, en la planta ingresan 1 000 000 de litros de leche cada semana.

Como se observa en la situación anterior,

$$1\ 000^2 = 1\ 000 \ \times 1\ 000 = 1\ 000\ 000$$

En este caso 1 000 recibe el nombre de **base**, 2 es el **exponente** y el número 1 000 000 es la **potencia**.

Propiedades de la potenciación

La operación de potenciación cumple además con las siguientes propiedades:

- **Multiplicación de potencias de igual base**

  Cuando se multiplican dos potencias que tienen la misma base, su resultado es igual a la base elevada a la suma de los exponentes:

$$y^a \times y^b = y^{a+b}$$

Ejemplo:

$$4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 1\ 024$$

- **Cociente de potencias de igual base**

  El cociente de potencias de igual base es igual a la base elevada a la resta de los exponentes, donde el signo menos se antepone al exponente del denominador:

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

- **Potencia de una potencia**

  Al calcular la potencia de una potencia ya calculada, se debe ubicar la base original elevada al producto de los exponentes:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

- **Potencia de un producto**

  La potencia de un producto es igual a la multiplicación de cada base elevada al mismo exponente:

$$(x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a$$

- **Potencia de un cociente**

  La potencia de un cociente es igual al cociente de cada número elevado al exponente indicado:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

- **Potencias de exponente 1**

Todo número real que tenga exponente 1 es igual a él mismo:

$$x^1 = x$$

- **Potencia de exponente 0**

Todo número real distinto de cero, que tenga exponente cero es igual a 1. Se considera la potencia 0^0 como una indeterminación:

$$x^0 = 1$$

- **Potencias con exponente negativo**

Una potencia que incluya un exponente negativo es igual a elevar el inverso multiplicativo de la base al exponente positivo. Para que se cumpla esta propiedad la base debe ser distinta de cero:

$$x^{-a} = \left(\frac{1}{x}\right)^a = \frac{1}{x^a}$$

- **Exponente racional**

Cuando se presenta un exponente racional, el denominador del exponente actúa como un radical, mientras que el numerador sigue siendo exponente:

$$x^{1/b} = \sqrt[b]{x}$$

2. Aplicamos las propiedades anteriores para resolver los siguientes ejercicios:

a. $(-5x)^3 \cdot (-5x)$

b. $\left(\frac{1}{-3}x\right)^2 \div \left(\frac{1}{-3}x\right)$

c. $(x+1)^2 \cdot (x+1)^3$

d. $(x-7)^2 \cdot (x-7)^{1/2}$

e. $(27x)^{\frac{2}{3}} \cdot (27x)$

f. $(12a^4b^2)^{-3} \div (12a^4b^2)$

g. $(ab^{12})^{1/3}$

h. $(x-1)^3(x-1)^4$

i. $(x-3)^3 \div (x-3)^4$

j. $(3x^2-1)^3 \div (3x-1)^{1/2}$

k. $(50a^5b)^{-4} \div (\frac{2}{3}a^{-2}b^7)^2$

l. $a^x \div a^y$

m. $(x-1)^{\frac{-1}{2}} \cdot (x-1)^{\frac{2}{3}}$

n. $(x+2)^{\frac{7}{2}} \div (x+2)^{\frac{4}{5}}$

o. $(ab-10)^{\frac{-1}{6}} \div (ab-10)^{-4}$

3. Continuamos con la lectura y consignamos en el cuaderno los conceptos más importantes que nos permitan comprender el tema:

Radicación

Juan trabaja en una empresa empacadora de alimentos y necesita construir una caja de cartón para empacar latas de atún. Esta debe tener una capacidad de 8 000 cm^3, ¿cuánto debe medir cada lado si la caja debe ser cúbica?

Como dice el problema, la caja tiene forma cúbica, esto quiere decir que su largo, alto y profundidad miden lo mismo, o que sus tres dimensiones tienen la misma medida, entonces:

$$Largo \cdot alto \cdot profundidad = 8\,000\ cm^3$$

Y como el valor de la medida es igual, se le asigna la variable x,

$$x\ cm \cdot x\ cm \cdot x\ cm = 8\,000\ cm^3$$

Realizando los productos indicados en el lado izquierdo:

$$x^3 \cdot cm^3 = 8\,000\ cm^3$$

Esto indica que $x^3 = 8\,000$, o lo que es equivalente $x = \sqrt[3]{8\,000}$, entonces

$$x = \sqrt[3]{8\,000} = 20$$

Finalmente, cada lado de la caja debe medir 20 cm. En el ejemplo anterior se aplica la radicación; a continuación se muestran las propiedades de esta operación.

Propiedades de la radicación

- **Raíz de un producto**

  La raíz de un producto es igual a la multiplicación de las raíces de cada elemento, manteniendo el mismo índice radical:

$$\sqrt[a]{x \cdot y} = \sqrt[a]{x} \cdot \sqrt[a]{y}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$$

- **Raíz de un cociente**

  La raíz de un cociente es igual al cociente de cada raíz, manteniendo el índice radical:

$$\sqrt[a]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[a]{x}}{\sqrt[a]{y}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{5}{3}$$

- **Raíz de una raíz**

  Calcular la raíz de una raíz, es igual a calcular la raíz de la misma cantidad subradical y su índice es la multiplicación de los índices involucrados:

$$\sqrt[b]{\sqrt[a]{x}} = \sqrt[b\cdot a]{x}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3\cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

- **Potencia de una raíz**

  Esta propiedad es igual a la del exponente racional en la potenciación:

$$\left(\sqrt[b]{x}\right)^{a} = \sqrt[b]{x^{a}} = x^{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo:

$$\left(\sqrt[2]{8}\right)^{4} = \sqrt[2]{8^{4}} = 8^{\frac{4}{2}} = 64$$

4. Encontramos el valor de las operaciones indicadas a continuación, teniendo en cuenta las propiedades de la radicación:

   a. $\sqrt[4]{81}$

   b. $\sqrt[3]{-64x^{3}}$

   c. $\sqrt[5]{\frac{-243x^{5}}{(32-x)^{5}}}$

   d. $\sqrt[2]{\sqrt[2]{(x+3)^{6}}}$

   e. $\sqrt[8]{(x+2)^{9}(x+2)^{7}}$

   f. $\sqrt[6]{(x-1)^{2} \div (x+1)^{3}}$

   g. $2^{4}(a-1)\sqrt[5]{(2a-2)^{2}}$

   h. $3^{2}x^{3}\sqrt[4]{5x}$

   i. $\frac{4x}{(32-x)}\sqrt[5]{\frac{-1024x^{10}}{(32-x)^{5}}}$

   j. $4a\sqrt[3]{32a^{7}}$

   k. $\sqrt[5]{64x^{17}y^{11}z}$

   l. $x\sqrt[3]{5x^{2}}$

   m. $\sqrt[3]{(x-4)^{2}}$

5. Convocamos al profesor para que verifique los aprendizajes logrados o nos aclare dudas, si es necesario.

6. Continuamos con la lectura:

Logaritmación

Una máquina produce y empaca fideos. Esta empaca 32 de ellos en los empaques pequeños y 64 en los empaques grandes. Los fideos resultan de una masa hecha a base de harina y huevos que se enrolla y se dobla hasta tener la cantidad deseada. ¿Cuántas veces debe doblar la máquina para conseguir empaques pequeños?

Como los fideos se doblan, en cada paso se obtiene el doble del anterior, en este caso la base es 2, para los empaques pequeños se necesitan 32. Para encontrar el número de veces que se dobla se tiene que:

$$2^{a} = 32 \iff \log_2 32 = a$$

En este caso la respuesta es 5 porque $2^5 = 32$, indicando que la máquina debe doblar 5 veces para tener empaques pequeños.

7. Cuántas veces se debe doblar para conseguir los empaques grandes?

A continuación se presentan las propiedades más importantes con las que cuentan los logaritmos:

Propiedades de los logaritmos.

- **El logaritmo de su base es siempre 1**

  Teniendo en cuenta la definición, $\log_a a = x$ es equivalente a encontrar un número x tal que $a^x = a$, en este caso es 1, por ser el único valor que lo cumple para cualquier número real a:

$$\log_a a = 1$$

Ejemplo:

$$\log_6 6 = 1$$

- **El logaritmo de 1 siempre es cero**

  De nuevo, por la definición, $\log_a 1 = x$ equivale a encontrar un número x tal que $a^x = 1$, en este caso el único valor que lo cumple es el 0 para cualquier número real a:

$$\log_a 1 = 0$$

Ejemplo:

$$\log_5 1 = 0$$

- **Logaritmo de un producto**

  El logaritmo de un producto es igual la suma de los logaritmos. En este se debe ubicar la base original elevada al producto de los exponentes:

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

Ejemplo:

$$\log_2(128) = \log_2(8 \cdot 16)$$

$$\log_2(128) = \log_2(8) + \log_2(16)$$

$$\log_2(128) = 3 + 4 = 7$$

$$\log_2 \ 128 \ = 7$$

- **Logaritmo de un cociente**

  El logaritmo de un cociente es igual a la resta de los logaritmos en la que el signo menos se antepone al logaritmo del denominador:

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

Ejemplo:

$$\log_3\left(\frac{243}{81}\right) = \log_3(243) - \log_3(81)$$

$$= 5 - 4 = 1$$

- **Logaritmo de una potencia**

  Para calcular el logaritmo de una potencia se multiplica el exponente por el logaritmo de la base de la potencia:

$$\log_a(x^y) = y \log_a(x)$$

Ejemplo:

$$\log_5(25^3) = 3 \log_5(25) = 3 \cdot 2 = 6$$

- **Logaritmo de una raíz**

  El logaritmo de una raíz es igual al producto del inverso multiplicativo de índice radical por el logaritmo del subradical. Esta propiedad resulta al unir la propiedad anterior con la de la potencia racional:

$$\log_a\left(\sqrt[y]{x}\right) = \log_a\left(x^{\frac{1}{y}}\right) = \frac{1}{y}\log_a(x)$$

Ejemplo:

$$\log_3\left(\sqrt[2]{27}\right) = \log_3\left(27^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\log_3(27) = \frac{1}{2} \cdot (3) = \frac{3}{2}$$

8. Calculamos los valores de los siguientes logaritmos:

a. $\log_3(81)$

b. $\log_4(16 \cdot 64)$

c. $\log_2 \frac{512}{128}$

d. $\log_3 \sqrt[2]{6561}$

e. $\log_x(x^3)$

f. $\log_{x^3y^2}(x^6y^4)$

g. $\log_{x-1}(x-1)$

h. $\log_{(x-1)}((x-1)^2)$

i. $\log_{x+1}((x+1))$

j. $\log_4\left(\frac{4}{16^y}\right)$

k. $\log_{xy}(x^4y^4)$

l. $\log_x(1)$

m. $\log_2(2^x2^y)$

n. $\log_{x-3}\left(\frac{(x-3)^2}{(x-3)^3}\right)$

o. $\log_{x-1}((x-1)^6(x-1)^4)$

9. Revisamos con nuestros compañeros y profesor nuestras ideas acerca del trabajo realizado durante la fundamentación y ejercitación, para llegar a consensos sobre la temática, que nos permita aclarar las dudas que tengamos.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Observo cada situación e identifico el tipo de operación que corresponde y la resuelvo:

   a. En un bosque tropical ubicado en el municipio de Pensilvania en el departamento de Caldas, la cantidad de madera crece según la función $y = x \cdot 1{,}123^t$, donde $\boldsymbol{t}$ es el tiempo en años y $\boldsymbol{x}$ es la cantidad de madera inicial. Si en el año 2000 el bosque tiene 1 000 km^3 de madera, ¿cuánta madera tendrá en el año 2 100?

   b. Una población de algas en un lago cubre una superficie de 25 m^2. Si se reproducen a razón de 0,25 m^2 cada año, ¿cuántos metros cuadrados cubrirá al cabo de 30 años?

c. Una célula se reproduce por bipartición cada 5 horas. Si se parte inicialmente de 400 células, ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que haya 1 millón de células?

d. Se ha obtenido experimentalmente que la presión atmosférica viene dada por la función $p(x) = 0{,}9^x$, donde $\boldsymbol{x}$ es la altura sobre el nivel del mar. La altura se mide en kilómetros, y la presión en atmósferas.

✓ Hallo la presión en lo alto de una montaña de 3 500 m.

✓ Hallo la altura a la que hay que subir para que la presión sea de 0.8 atmósferas.

TRABAJO EN PAREJAS

2. Comparamos los resultados de los ejercicios que realizamos de manera individual.

3. Solicitamos a nuestro profesor que aclare todas nuestras inquietudes al respecto.

E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Las operaciones de potenciación, radicación y logaritmación también se encuentran en las ecuaciones; leemos con atención y consignamos los aspectos más importantes:

   a. A continuación, utilizamos los datos de la primera columna para completar la tabla:

x	2^x	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$
0	$2^0 = 1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$
1		
2		
3		
-1		
-2		
-3		

   b. Respondemos:

      ✓ ¿Qué podemos observar de los ejercicios anteriores?

2. Leemos atentamente:

En las ecuaciones exponenciales, la incógnita aparece expresada como logaritmo, para resolverlas aplicamos las propiedades de los logaritmos:

Ejemplo 1:

$$\log_2 x = 8$$

Una forma de resolverlo es aplicando la relación de los logaritmos con la potenciación, entonces tenemos:

$$\log_2 x = 8$$

$$x = 2^8$$

Ejemplo 2: $\log_5 x = -1$

Aplicamos la definición de logaritmo $\log_5 x = -1$; entonces $x = 5^{-1}$, donde

$$x = \frac{1}{5}$$

3. *Aplicando lo aprendido acerca de las ecuaciones logarítmicas, resolvemos:*

   a. $\log_7 \; x = 2$

   b. $\log_2 16 = y$

   c. $\log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 2$

   d. $\log_3 \log_5 x = -1$

   e. $\log_{10}(x-2) = 2$

4. *Continuamos con la lectura:*

En las ecuaciones exponenciales alguna de las incógnitas es el exponente en una potencia; para despejar la incógnita de un exponente se emplean las propiedades de los logaritmos, o se tienen en cuenta las propiedades de la potenciación.

Ejemplo 1:

$$\mathbf{7^{x-1} = 49}$$

Expresamos el 49 en forma de potencia, así: $49 = 7^2$, entonces:

$$7^{x-1} = 7^2$$

En este caso, la base es 7 y los exponentes son $x-1$ y 2, se aplica entonces el logaritmo en base 7 a ambos miembros de la igualdad, así:

$$\log_7 7^{x-1} = \log_7 7^2$$

Por las propiedades de los logaritmos, esto es equivalente a:

$$(\mathrm{x}-1) \cdot \log_7 7 = 2 \cdot \log_7 7$$

Y como $\log_7 7 = 1$, entonces:

$$x - 1 = 2$$

Despejando

$$x = 3$$

Ejemplo 2:

$$7^{3x-2} = 1,$$

Como la base es 7 y su exponente es $3x - 2$, se aplica otra vez el logaritmo en base 7 a ambos miembros de la igualdad, así:

$$\log_7 7^{3x-2} = \log_7 1$$

Por las propiedades del logaritmo, esto es equivalente a

$$(3x - 2) \cdot \log_7 7 = 0$$

Y como $\log_7 7 = 1$, entonces:

$$3x - 2 = 0$$

Despejando

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

5. Buscamos el valor de x en cada caso:

   a. $5^{3-x} = 125$

   b. $3^{1-x^2} = \frac{1}{27}$

   c. $3^x - 3^{1-x} = 2$

   d. $2^{2x} - 2^x = 12$

   e. $2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{1}{2}$

6. Compartimos con nuestros compañeros y profesor los resultados de la actividad y escribimos en nuestros cuadernos las respuestas correctas.

Evaluación por competencias

1. Asocio la expresión equivalente a la potencia:

A. $x^{\frac{1}{2}}$	1. $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$	( )
B. $5^{-1/3}$	2. $\sqrt[4]{a^3}$	( )
C. $a^{\frac{3}{4}}$	3. $\frac{1}{\sqrt[5]{7^4}}$	( )
D. $7^{-4/5}$	4. $\sqrt{x}$	( )

1

2. El valor de x en la expresión $3^x = \frac{1}{3}$ es:

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $x = \frac{1}{9}$

D. $x = \frac{1}{3}$

2

3. El valor de x de la expresión $3^{2x+1} - 5 = 22$ que verifica la igualdad es:

A. 2

B. 1

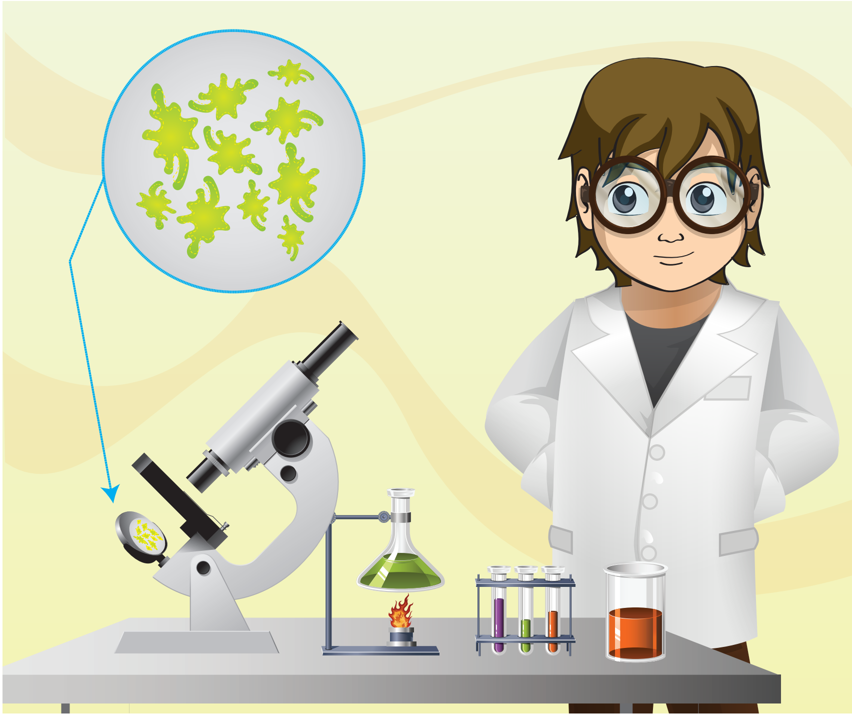
C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

3

4. Una ameba es un ser unicelular que se reproduce por bipartición. Si partimos de un cultivo de 2 000 amebas que se reproducen cada hora,

¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que tengamos 2 000 por 2 048 amebas?:



A. 10 horas.

B. 11 horas.

C. 12 horas.

D. 13 horas.

4

5. Una población crece según la función dada por $y = P \cdot 1.0025^{t}$ donde $\boldsymbol{t}$ es el tiempo en años. Si en el año 2 000 tenía un millón de habitantes, siendo $\boldsymbol{p}$ la población inicial, ¿cuántos habitantes habrá en el año 2 050 aproximadamente?:

A. 1 150 200 habitantes.

B. 1 132 972 habitantes.

C. 1 200 000 habitantes.

D. 1 500 000 habitantes.

5

Glosario

- **Ecuaciones exponenciales:** En las ecuaciones exponenciales alguna de las incógnitas es el exponente o la base de una potencia.

- **Ecuaciones logarítmicas:** En las ecuaciones logarítmicas alguna de las incógnitas aparece expresada bajo un logaritmo. Para resolverlas se aplican las propiedades de los logaritmos y de la potenciación.

- **Exponente negativo:** Corresponde a una potencia que posee un exponente entero negativo que es el equivalente al inverso multiplicativo.

- **Exponente racional:** Es el exponente numérico que se encuentra dentro del campo de los números racionales. Se utiliza para expresar un radical en forma de potencia.

- **Logaritmación:** Operación matemática que determina el exponente de una potencia.

- **Potenciación:** Operación matemática entre dos términos, uno "base" y otro "exponente", en la que el exponente indica el número de veces que se multiplica la base por sí misma.

- **Radicación:** Operación matemática inversa a la potenciación que determina la base de una potencia.