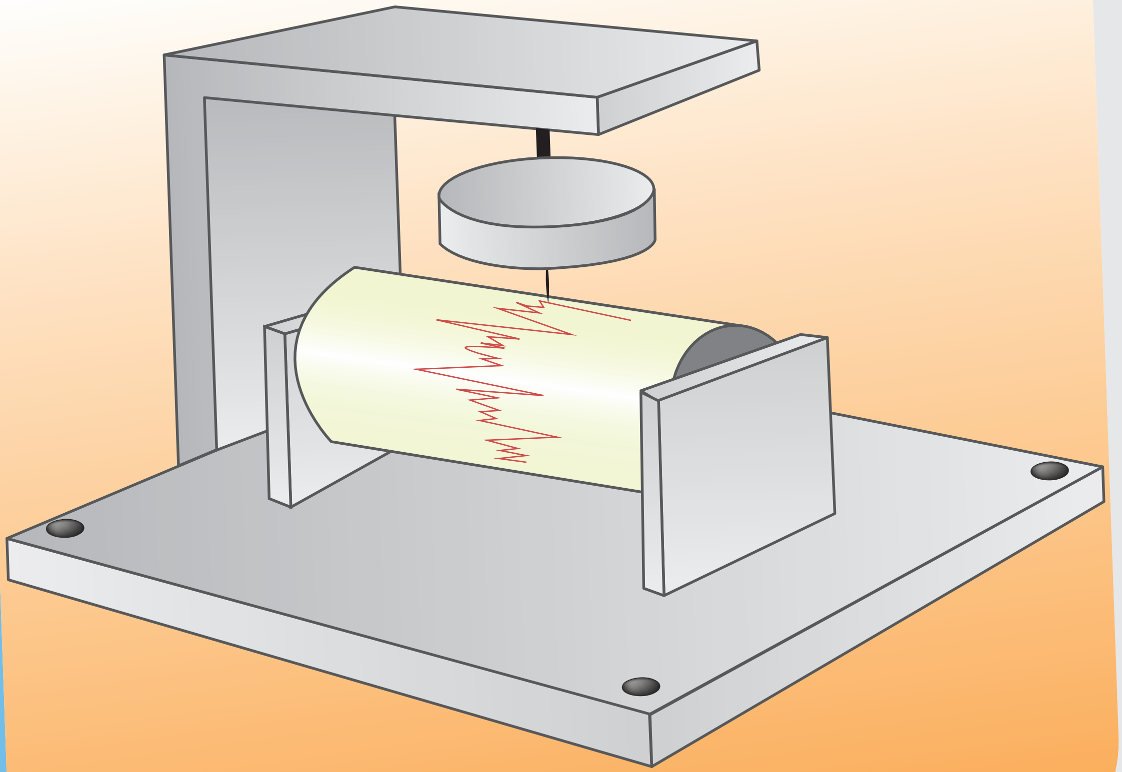
Guía 2

Conozcamos las funciones exponenciales y logarítmicas



Indicadores de Desempeño:

Conceptual

- Comprende las características de las funciones logarítmicas y exponenciales.

Procedimental

- Utiliza los diferentes registros de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Actitudinal

- Promueve el trabajo en equipo para llegar a solucionar situaciones matemáticas.

A Vivencia

TRABAJO EN PAREJAS

1. Dibujamos en nuestros cuadernos las figuras que se indican en cada pregunta y realizamos la operación correspondiente. Justificamos nuestras respuestas:

   a. ¿Qué longitud tiene el lado de un cuadrado cuya área es de 15 cm^2?

   b. ¿Cuál es el área de un cuadrado en el que cada lado mide 7 cm?

   c. ¿Qué valor se obtiene al realizar la operación $\log_3 81$?

2. Aplicamos las propiedades de la potenciación para resolver los siguientes ejercicios:

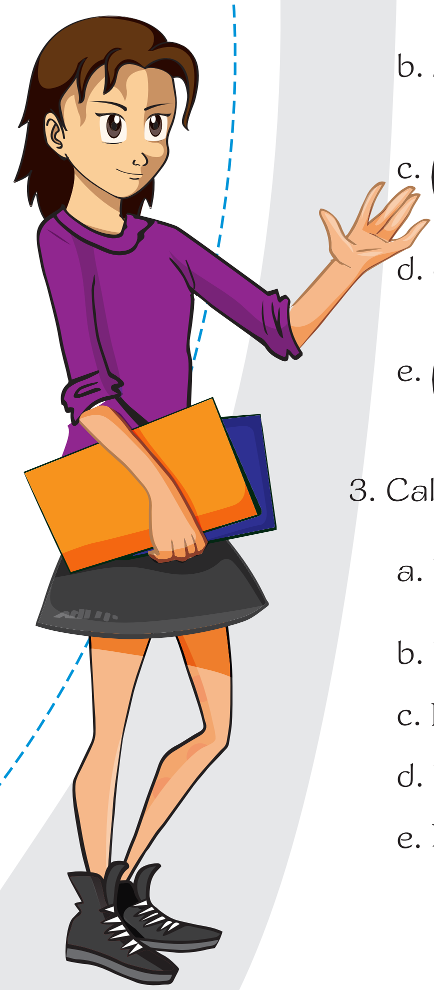
   a. $(-2)^3 \cdot 2^5$

   b. $\frac{7^2}{7^5} \cdot 7^{11}$

   c. $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot (5) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

   d. $(-5)^3\ x\ (5)^6\ x\ (5)^8 (-x)(5)^2$

   e. $\left(-\frac{1}{10}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \left(\frac{1}{5}\right)^2$



3. Calculamos los valores de los logaritmos que se indican a continuación:

   a. $\log_3(27)$

   b. $\log_4(16 \cdot 128)$

   c. $\log_x(x^6)$

   d. $\log_{x^2y^3}(x^{34}y^{42})$

   e. $\log_{x-1}(x-1)^5$

   f. $\log_2\left(\frac{4^x}{16^y}\right)$

   g. $\log_{xy}(x^4y^4)$

   h. $\log_x(1)$

   i. $\log_2(2^x 2^y)$

TRABAJO EN EQUIPO

4. Discutimos con nuestros compañeros y profesor el trabajo realizado de manera individual y establecemos acuerdos sobre cuáles son las respuestas más comunes entre todos y las razones por las cuales se coincide.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Asignamos los diferentes roles al interior del equipo y le solicitamos respetuosamente al compañero indicado realizar la siguiente lectura. Cada uno de nosotros escribirá en su cuaderno los conceptos más relevantes:

Función Exponencial

Es una función cuya variable independiente es el exponente y la base es un número real positivo diferente de 1. Se representa así:

Si $a > 0$ y $a \neq 0$, entonces una función exponencial es de la forma

$$\boldsymbol{y = a^x}$$

El número a se denomina **base** y $\boldsymbol{x}$ se denomina **exponente**.

El dominio de una función exponencial es el conjunto de los números reales y el rango depende del valor de la base.

Ejemplo 1:

Para hallar los valores de la función $f(x) = 4^x$, realizamos una tabla con números enteros como exponentes y hacemos los cálculos, así:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0.015625	0.0625	0.25	1	4	16	64

$$f(-3) = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64} = 0.015625$$

$$f(-2) = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} = 0.0625$$

$$f(-1) = 4^{-1} = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$f(0) = 4^0 = 1$$

$$f(1) = 4^1 = 4$$

$$f(2) = 4^2 = 16$$

$$f(3) = 4^3 = 64$$

Además, es posible que los exponentes sean números racionales. Para realizar los cálculos se hace uso de la calculadora:

x	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$f(x)$	0.03125	0.125	0.5

$$f\left(\frac{-5}{2}\right) = 4^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4^5}} = \frac{1}{\sqrt[2]{(2^2)^5}} = \frac{1}{\sqrt[2]{2^{10}}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0.03125$$

$$f\left(\frac{-3}{2}\right) = 4^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4^3}} = \frac{1}{\sqrt[2]{(2^2)^3}} = \frac{1}{\sqrt[2]{2^6}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4^1}} = \frac{1}{\sqrt[2]{(2^2)^1}} = \frac{1}{\sqrt[2]{2^2}} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

También es posible que los exponentes sean números irracionales. Los cálculos se realizan haciendo uso de la calculadora:

x	$\sqrt[2]{3}$	$\sqrt[3]{3}$	$\sqrt[2]{2}$	$\sqrt[3]{2}$
$f(x)$	11.035664	7.384494	7.1029933	5.735193

Ya que los radicales se pueden expresar como potencia de números de exponentes racionales, se realiza el cambio o se utiliza una calculadora que tenga dicha función:

$$f(\sqrt[2]{3}) = 4^{\sqrt[2]{3}} = 4^{3^{1/2}} = 11.035664$$

$$f(\sqrt[3]{3}) = 4^{\sqrt[3]{3}} = 4^{3^{1/3}} = 7.384494$$

$$f(\sqrt[2]{2}) = 4^{\sqrt[2]{2}} = 4^{2^{1/2}} = 7.1029933$$

$$f(\sqrt[3]{2}) = 4^{\sqrt[3]{2}} = 4^{2^{1/3}} = 5.735193$$

Leyes de los exponentes

Recordemos algunas propiedades importantes que cumplen las potencias, como:

- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $(ab)^x = a^x b^x$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

2. En cada caso, completamos la tabla respectiva. Utilizamos una calculadora del CRA para hallar los valores y aproximamos a una cifra decimal:

a. $f(x) = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

b. $f(x) = 3^x$

x	-2	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}$	4
$f(x)$								

c. $f(x) = 5^x$

x	$\sqrt[2]{5}$	$\sqrt[2]{3}$	$\sqrt[2]{2}$	1	0	$-(3^{1/2})$
$f(x)$						

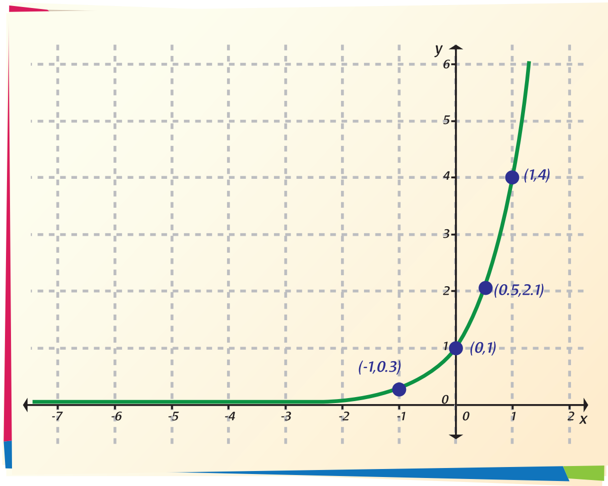
3. Solicitamos al profesor que nos aclare las dudas y revise nuestros ejercicios.

4. Continuamos con la lectura:

La dirección de las gráficas de la función exponencial depende de la base, teniendo entonces cuatro casos diferentes:

Caso 1: $a > 1$

El caso de la función $f(x) = 4^x$ se puede representar en una gráfica con los datos de las tablas, así:

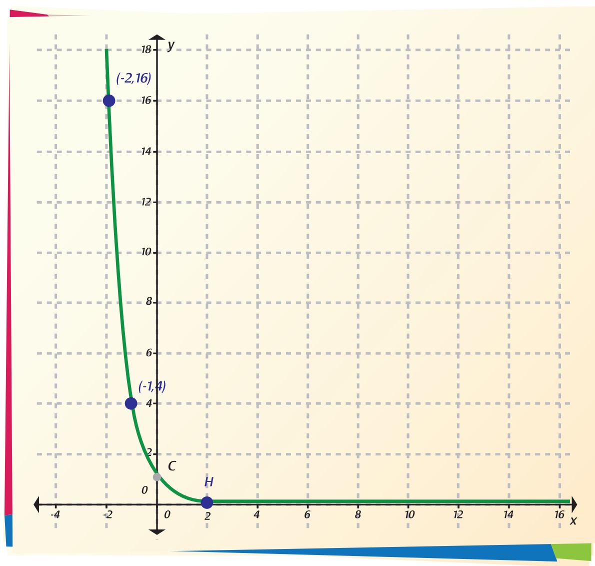


Caso 2: $0 < a < 1$

En el caso que la función sea $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, esta se puede expresar también como $f(x) = (4^{-1})^x = 4^{-x}$ por una propiedad de los exponentes. Al colocar en una tabla algunos valores, se tiene que:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$4^{-(-3)}=4^3=64$	$4^{-(-2)}=4^2=16$	$4^{-(-1)}=4^1=4$	$4^{-(0)}=4^0=1$	$4^{-(1)}=4^{-1}=\frac{1}{4}$	$4^{-(2)}=4^2=\frac{1}{16}$

Ahora, elaboramos la gráfica con estos valores:



No está permitido realizar una función exponencial con la base negativa, lo que sí es posible es definir la función precedida del signo menos (-) en la base, como se observa en los siguientes casos:

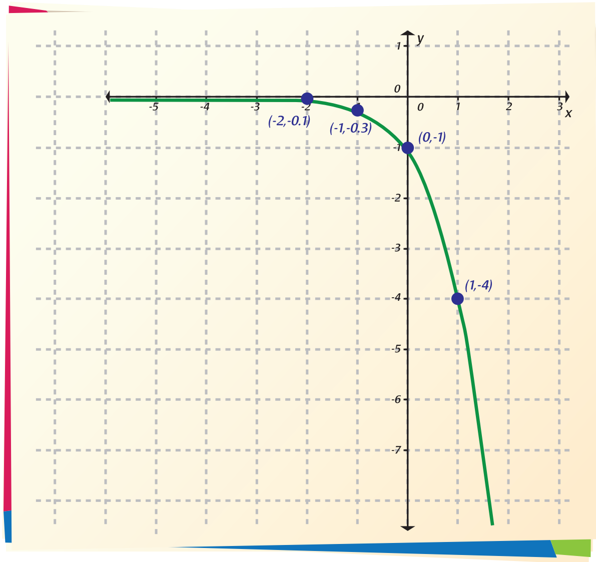
Caso 3: $f(x) = -a^x$

$$f(x) = -(4)^x = -4^x$$

Para realizar la gráfica, elaboramos una tabla con algunos valores:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\frac{-1}{64}$	$\frac{-1}{16}$	$\frac{-1}{4}$	-1	-4	-16

Y la representamos:



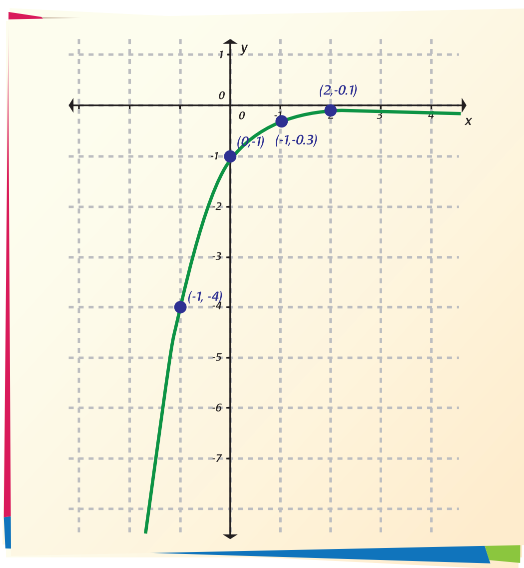
Caso 4: $f(x) = -a^{-x}$

$$f(x) = -(4)^{-x} = -4^{-x}$$

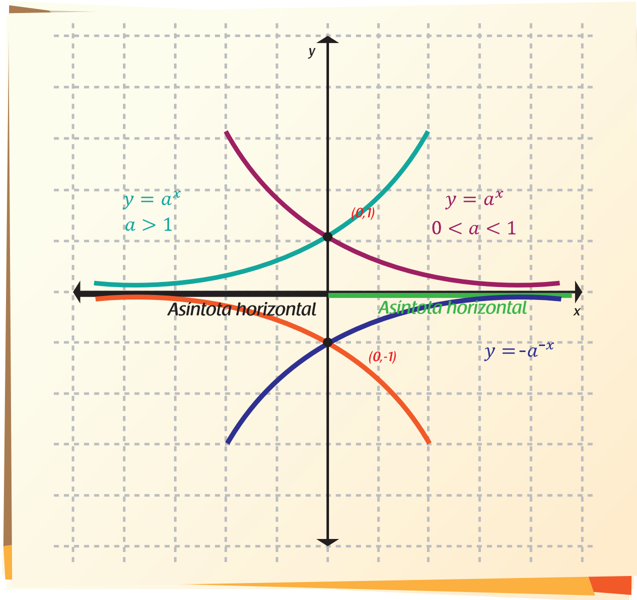
Para realizar la gráfica, elaboramos una tabla con algunos valores:

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-64	-16	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{16}$

Y la representamos:



En las funciones exponenciales siempre aparece una asíntota horizontal cuya ecuación es $y = 0$. Entonces, las gráficas que podemos construir a partir de ellas tienen las siguientes formas:



Además, en las funciones exponenciales se cumplen las siguientes propiedades:

- El dominio es el conjunto de los números reales.
- El rango es el conjunto de los números reales positivos $(0, \infty)$ cuando $a > 1$ y $0 > a < 1$. En caso de tener la base positiva o el exponente x precedido de un signo menos, el rango es el conjunto de los números reales negativos $(-\infty, 0)$.
- La intersección de la función exponencial con el eje y está en (0,1) o en (0,-1). Nunca tendrá intersección con el eje x.
- La función f es creciente para $a > 0$ y $-a$ con exponente $-x$; y es decreciente para $0 < a < 1$ o $-a$ con exponente x.
- En todos los casos de todas las funciones exponenciales, el eje x siempre es asíntota horizontal $y = 0$.
- La función exponencial es continua.
- La función exponencial es uno en uno.

5. Dibujamos las siguientes gráficas en papel milimetrado. Buscamos el curvígrafo en el CRA que nos permitirá elaborar las curvas de las funciones potenciales. Determinamos si la función es creciente o decreciente:

a. $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

b. $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

c. $h(x) = -(3)^x$

d. $i(x) = -(2)^{-x}$

e. $j(x) = (2)^x$

f. $k(x) = (2)^{x-1}$

g. $l(x) = -3^x$

h. $m(x) = -3 - (2)^x$

6. Continuamos con la lectura sobre la función logarítmica:

Función logarítmica

La función exponencial tiene una función inversa que es la función logarítmica. Esta busca el valor de los exponentes a partir de la base y el resultado de la potencia. Simbólicamente:

$f(x) = log_a\, x$ o $y = log_a\, x$, donde se lee "y es el logaritmo en base a de x". Siempre a > 0 y $a \neq 1$ y se establece la relación $x = a^y$. Además, no existe un número real donde a sea cero o negativo. Esto quiere decir que el dominio de una **función logarítmica siempre va ser los reales positivos mayores de cero.**

Ejemplo 2:

Observamos la relación de equivalencia que existe entre la forma logarítmica y la forma exponencial:

Forma logarítmica	Forma exponencial
$\log_2 64 = 6$	$2^6 = 64$
$\log_3 81 = 4$	$3^4 = 81$
$\log_2 \frac{1}{8} = -3$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
$\log_m 11 = 5$	$m^5 = 11$

Gráficas de la función

La función "**log**" en una gráfica o calculadora científica es una clave que permite trabajar con logaritmos. Los logaritmos son maneras de averiguar los exponentes que se necesitan para multiplicar a un número específico. Por ejemplo, utilizando la función "**log**" en el número 10 revela que hay que multiplicar el número de base de 10 por si mismo solo una vez para igualar el número 10. La función "**log**" de todas las calculadoras funciona esencialmente de la misma manera.

Ejemplo 3:

Graficamos la función $y = \log_2 x$

Paso 1: Encontramos algunos valores:

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1	2	4
y	-1	-3	0	1	2

A continuación se indica cómo se encuentran estos valores:

- $y = \log_2 {}^1\!/_2 \Leftrightarrow 2^y = \frac{1}{2}$, entonces $y =$ -1. Aunque algunos valores son fáciles de conseguir, para ello tenemos que resolver la ecuación exponencial de la siguiente manera:

$$2^y = \frac{1}{2}$$

Aplicamos el logaritmo a ambos lados de la igualdad:

$$log\ 2^y = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

Existe una propiedad de los logaritmos que me permite bajar el exponente, entonces la ecuación queda de esta manera:

$$y \cdot log2 = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

Despejamos:

$$y = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{log2} = \frac{-0.30102999\ldots}{0.30102999\ldots} = -1$$

Aquí es donde utilizamos la calculadora.

Por lo tanto $\log_2 {}^1\!/_2 = -1, entonces\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

- $y = \log_2 {}^1\!/_8 \Leftrightarrow 2^y = \frac{1}{8}$, entonces $y =$ -3. Al resolver la ecuación, se tiene que:

$$\log 2^y = log\,\frac{1}{8}$$

$$y \cdot log2 = \log\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$y = \frac{\log\left(\frac{1}{8}\right)}{log2} = \frac{-0.9030\ldots}{0.3010\ldots} = -3$$

Por lo tanto $\log_2 {}^1\!/_8 = -3, entonces\ f\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

- $y = \log_2 1 \Leftrightarrow 2^y = 1$, entonces $y = 0$. Al resolver la ecuación, sucede:

$$\log 2^y = log1$$

$$y \cdot log2 = \log 1$$

$$y = \frac{\log 1}{log2} = \frac{0}{0.3010\ldots} = 0$$

Por lo tanto $\log_2 1 = 0$, entonces $f(1) = 0$.

- $y = \log_2 2 \Leftrightarrow 2^y = 2$ entonces $y = 1$. Al resolver la ecuación, se tiene que:

$$\log 2^y = log2$$
$$y \cdot log2 = \log 2$$
$$y = \frac{\log 2}{log2} = \frac{0.3010\ldots}{0.3010\ldots} = 1$$

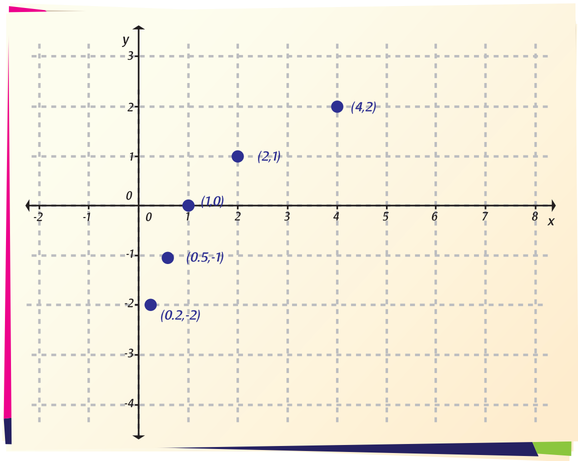
Por lo tanto $\log_2 2 = 1, entonces\ f(2) = 1$.

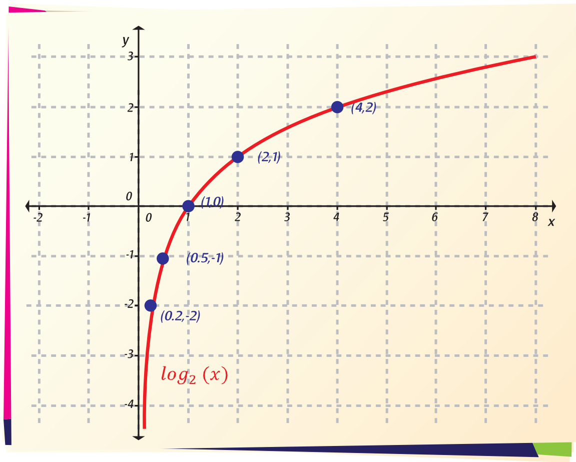
- $y = \log_2 4 \Leftrightarrow 2^y = 4$, entonces $y = 2$. Al resolver la ecuación, sucede:

$$\log 2^y = \log 4$$
$$y \cdot log2 = \log 4$$
$$y = \frac{\log 4}{log2} = \frac{0.6020\ldots}{0.3010\ldots} = 2$$

Por lo tanto $\log_2 4 = 2, entonces\ f(4) = 2$.

Paso 2: Representamos los puntos y realizamos la curva:





7. Escribimos la expresión exponencial en cada caso:

a. $\log_2 256 = 8$

b. $\log_3 729 = 6$

c. $\log_4 1048576 = 10$

d. $\log_5 625 = 4$

e. $\log_{10} 0.001 = -3$

f. $\log_2 \frac{1}{16} = -4$

g. $\log_3 \frac{1}{243} = -5$

h. $\log_4 0\ 15625 = -3$

i. $\log_5 0.04 = -2$

j. $\log_6 0.0277 \ldots. = -2$

8. Determinamos el valor exacto de los siguientes logaritmos, para esto utilizamos la calculadora del CRA:

a. $\log_{10} 0.00000000001$

b. $\log_9 \frac{1}{3}$

c. $\log_8 \frac{1}{4}$

d. $\log_4 1024$

e. $\log_3 \frac{1}{2187}$

f. $\log_7 2401$

g. $\log_{31} 24791$

h. $\log_2 0.0009765625$

9. Trazamos las siguientes gráficas en papel milimetrado:

a. $f(x) = \log_3 x$

b. $g(x) = \log_4 x$

c. $h(x) = -\log_3 x$

d. $i(x) = -\log_4 x$

e. $j(x) = \log_{10} x$

f. $k(x) = \log_6 x$

10. Continuamos con la lectura:

Leyes de los logaritmos

Estas provienen de las leyes de los exponentes. Por tanto, son las siguientes:

Para cualquier base $a > 0$ y $a \neq 1$, y números enteros positivos L y M:

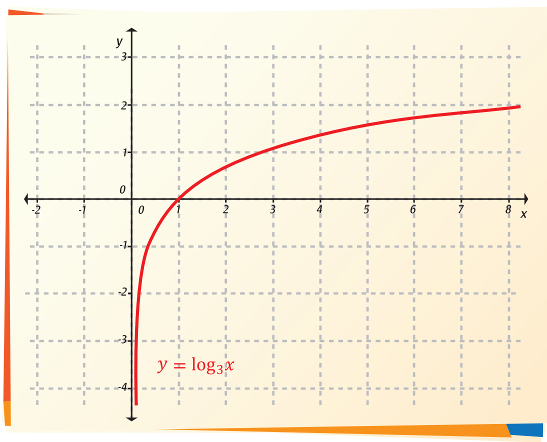
1) $\log_a(L \cdot M) = (\log_a L) + (\log_a M)$

2) $\log_a \left(\frac{L}{M}\right) = (\log_a L) - (\log_a M)$

3) $\log_a L^t = t \cdot \log_a L$

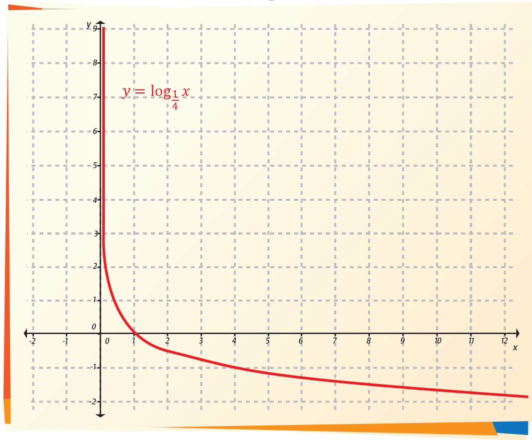
La dirección de las gráficas de la función logarítmica depende de la base, teniendo cuatro casos diferentes:

Caso 1: $a > 1$
En el caso de la función $f(x) = \log_3 x$ obtenemos una función creciente:



Caso 2: $0 < a < 1$

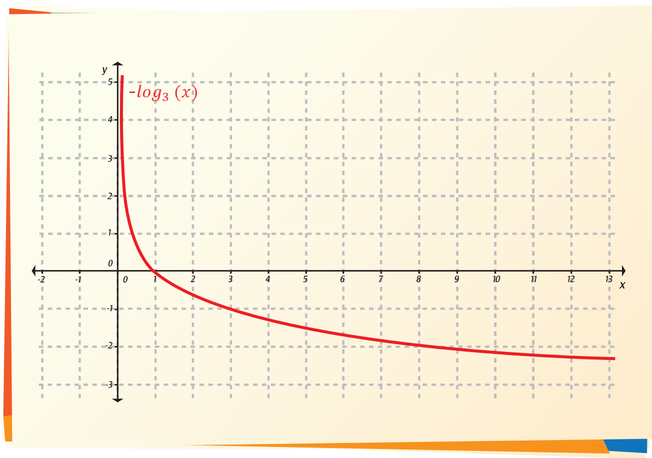
En el caso que la función sea $f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$, obtenemos una función decreciente:



No está permitido realizar una función logarítmica con la base negativa, lo que sí es posible es definir la función precedida del signo menos (-). Como en los siguientes casos:

Caso 3: $f(x) = -\log_a x$

Al graficar $f(x) = -\log_3 x$ se tiene una gráfica decreciente:



Nota aclaratoria: Dado un número real x, un logaritmo de x es una función matemática cuyo resultado es el valor al que hay que elevar una cierta base para obtener ese x.

$\log_b x = n$

Los logaritmos tienen la siguiente estructura: donde "**log**" es el logaritmo, b es la base, x el valor al que aplicamos el logaritmo y n el resultado. para que un logaritmo sea válido, por definición debe de cumplirse que su base, b en nuestro caso, tiene que ser siempre positiva y distinta de 1.

11. Elaboramos un resumen de los tres casos de las gráficas de las funciones logarítmicas.

12. Continuamos con la lectura de las propiedades de las funciones logarítmicas:

- El dominio de la función logarítmica es el conjunto de los números reales positivos menos el cero.
- El rango de la función logarítmica es el conjunto de los números reales positivos (-∞, ∞).
- La intersección de la función logarítmica con el eje x está en (1, o) o en (-1,0). Nunca tendrá intersección con el eje y.
- La función f es creciente para $a > 0$ y - a con exponente -x; y es decreciente para $0 < a < 1$ o - a con exponente x.
- En todos los casos de todas las funciones logarítmicas, el eje y siempre es asíntota vertical $x = 0$.
- La función logarítmica es continua.
- La función logarítmica es uno en uno.

13. Solicitamos a nuestro profesor que aclare nuestras inquietudes y que valore nuestro desempeño durante la guía.

D Aplicación

TRABAJO EN FAMILIA

1. Un modelo exponencial para el número de bacterias en un cultivo de café, según cada t segundos, está dado por la fórmula $B(t) = B_o \cdot e^{2t}$, donde $B_o = 3$, lo que representa la población inicial de bacterias y 2 es la constante de crecimiento:

a. Después de 2 horas, ¿cuántas bacterias hay en el cultivo?

b. Después de 3 horas, ¿cuántas bacterias hay en el cultivo?

c. Si se entiende que 20 bacterias dañan el cultivo de 1 metro cuadrado, ¿cuántas bacterias dañarían 3 metros cuadrados?

d. Si se observa que al utilizar fertilizantes y control de plagas el número de bacterias se reduce a la mitad cada segundo, ¿cuántas bacterias se eliminarían en tres horas?

2. En el plano judicial se realizó una fórmula para determinar la cantidad de personas que violan algún derecho de un ciudadano en Colombia. Esta se formuló así:

$$D(x) = \frac{2000}{1 + 1999 \cdot 10^{-0.507x}}$$

De acuerdo a la fórmula, resuelvo:

a. ¿Cuántas denuncias se tendrían en 5 días?

b. ¿En cuánto tiempo se podrían tener denuncias por la vulnerabilidad de los derechos que correspondieran a la mitad de la población de Colombia?

c. Elaboramos una lista de los derechos que han sido más vulnerados en mi municipio.

TRABAJO EN EQUIPO

d. Comparamos los resultados de los problemas anteriores.

e. Realizamos una lista de los derechos que han sido más vulnerados y elaboramos una campaña relacionada al respeto y cumplimiento de los mismos.

f. Presentamos nuestras tareas al profesor para su valoración.

E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

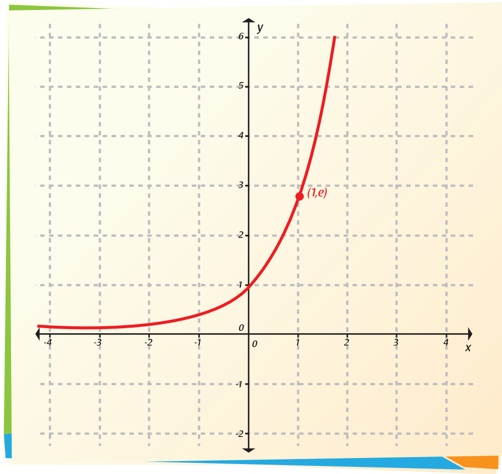
1. Realizamos la siguiente lectura y escribimos la información que complemente lo que hemos visto sobre funciones racionales:

La función exponencial natural

Existe una función exponencial cuya base es la e, que corresponde al número de Euler cuyo valor es aproximadamente de 2.71828...
Su dominio es el conjunto de los números reales y se simboliza así:

$$f(x) = e^x$$

Y su gráfica corresponde a:

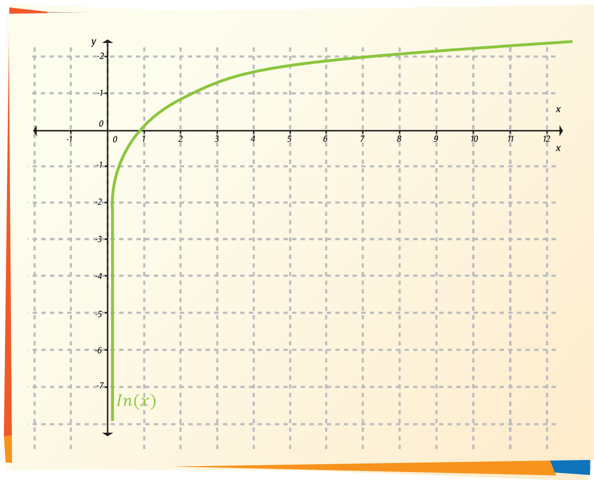


La función logaritmo natural

La función inversa de la función exponencial natural es la función logaritmo natural. Estos logaritmos naturales tienen como base al número e. Simbólicamente se representa:

$$\log_e x = \ln x$$

Cuya gráfica es:



2. Completamos las siguientes tablas:

x	-2	-1	0	1	2	3
e^x						

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5
$\ln x$							

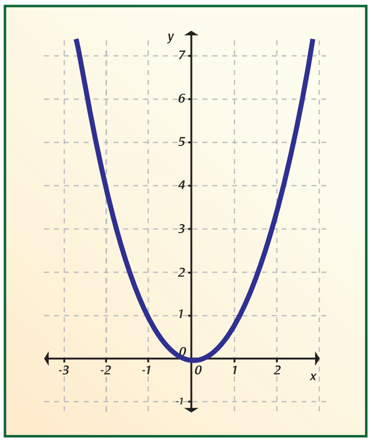
3. Averiguamos algunas aplicaciones que tienen estas funciones y las anotamos en el cuaderno.

4. Presentamos a nuestro profesor un informe en el cuaderno sobre lo visto con referencia a las funciones exponenciales y logarítmicas.

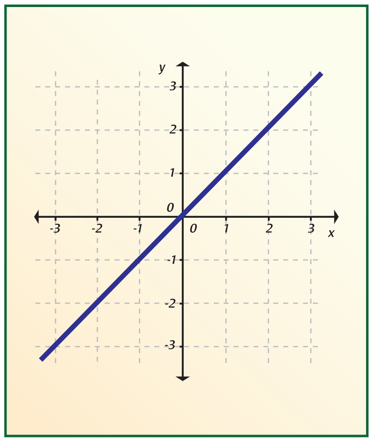
Evaluación por competencias

1. La gráfica que representa una función logarítmica es:

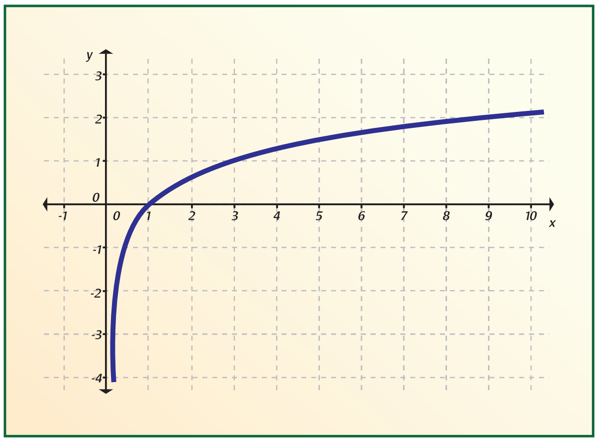
A.



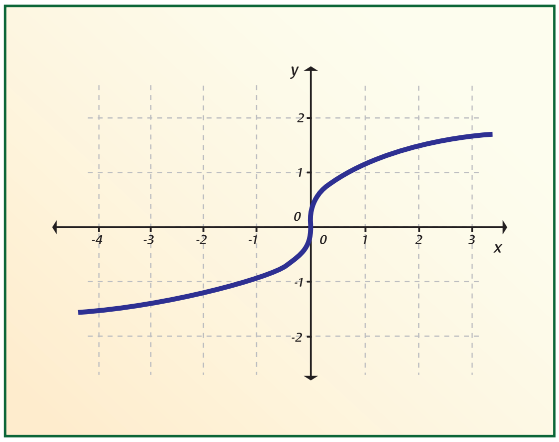
B.



C.



D.



2. Una función exponencial es creciente si el valor de la base:

A. Es mayor a 0 y diferente de 1.

B. Está entre 0 y 1.

C. Es positiva.

D. Es mayor a 1.

2

3. Se sabe que la superficie cubierta por una cobertera en un lago se duplica cada día, creciendo gradualmente durante todo el día. Si en el momento de empezar el estudio la cobertera ocupa una superficie de 1 m^2, ¿qué superficie ocupará dentro de 5 días?

A. 32

B. 10

C. 1

D. -4

3

4. El aprendizaje humano y la memoria han sido estudiados con materiales verbales (como listas de palabras o relatos) o mediante tareas que implicaban habilidades motoras (como aprender a escribir a máquina o a tocar un instrumento). Estos estudios han resaltado la caída progresiva en la curva del aprendizaje (curva semejante a una función logarítmica, con gran rendimiento al comienzo que después se va haciendo más y más lento), y también la caída progresiva del olvido (se olvida más justo después del aprendizaje, con el tiempo se olvida menos).

   ¿Por qué es posible modelar el aprendizaje humano con la función logarítmica?

5. La escala de Richter es una función logarítmica que se usa para medir la magnitud de los terremotos. La magnitud de un terremoto se relaciona con cuánta energía libera. Los instrumentos llamados sismógrafos detectan el movimiento de la Tierra; hasta el movimiento más pequeño puede ser detectado.

   De aquí se encuentra que R es la medida en la escala de Richter de la magnitud del terremoto, usando la siguiente fórmula:

$$R = log\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

   Donde:
   A – Es la medida de la amplitud de la onda del terremoto.
   A_0 – Es la amplitud de la onda más pequeña detectable (u onda estándar).

   Un terremoto se mide con una amplitud 502 veces más grande que A_0. ¿Cuál es la magnitud de este terremoto usando la escala Richter?

Glosario

- **Asíntota horizontal:** Es una línea recta horizontal, que prolongada indefinidamente, se acerca de continuo a una curva, sin nunca llegar a tocarla.
- **Asíntota vertical:** Es una línea recta vertical, que prolongada indefinidamente, se acerca de continuo a una curva, sin nunca llegar a tocarla.
- **Función exponencial:** Es una función en la cual el exponente es la variable independiente y la variable dependiente es el resultado de la potencia.
- **Función exponencial natural:** Es una función cuya base es el número de Euler.
- **Función logarítmica:** Es aquella que genéricamente se expresa como $f(x)= \log_a x$, siendo (a) la base de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1
- **Función logaritmo natural:** Es una función cuya base es el número de Euler.
- **Número e:** Es conocido como número Euler o número Napier. El primero en usarlo en el algoritmo fue el escocés John Napier. El número e es un irracional y trascendental, su valor aproximado es 2.718284590452330...