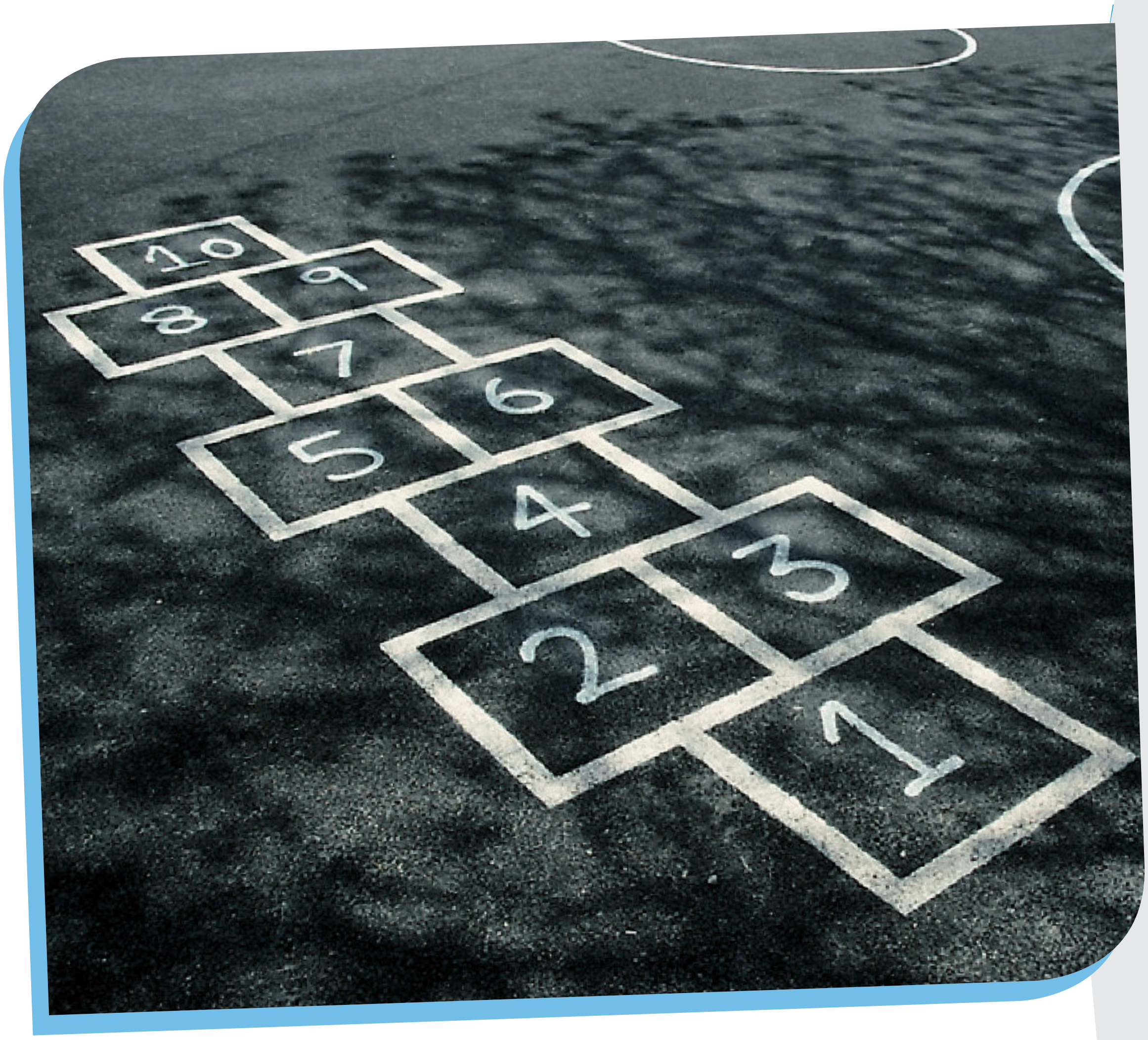
Unidad 4

Incrementemos la exploración de los números reales e imaginarios



Estándares

- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Utilizo la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes.
- Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Comparo resultados de experimentos aleatorios con aquellos previstos por un modelo matemático probabilístico.

Competencias:

Matemáticas:

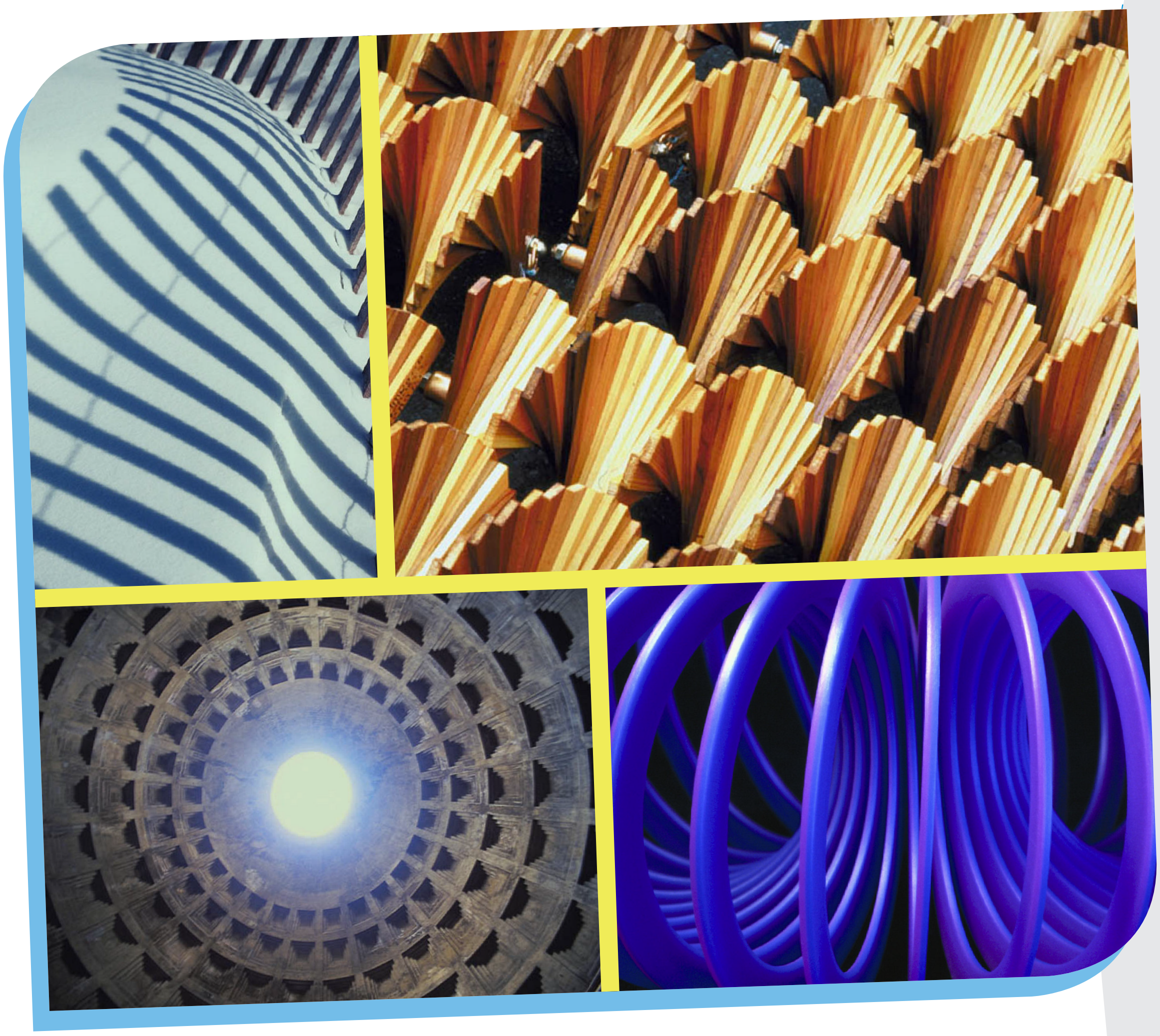
- *Analizo sucesiones y series que contribuyen a la inducción matemática y a los conceptos de correlación, regresión y prueba de hipótesis para manejar las tendencias de un conjunto de datos. También realizo operaciones con los números imaginarios como con la notación científica en diversos contextos.*

Ciudadanas:

- Rechazo las situaciones de discriminación y exclusión social en el país; comprendo sus posibles causas y las consecuencias negativas para la sociedad.

Guía 1

Conozcamos las sucesiones y series



Indicadores de desempeño

Conceptual:

- Identifica los diferentes elementos de las sucesiones y las series.

Procedimental:

- Comprende los procedimientos para el manejo de sucesiones y series.

Actitudinal:

- Valora la importancia de la generalización.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

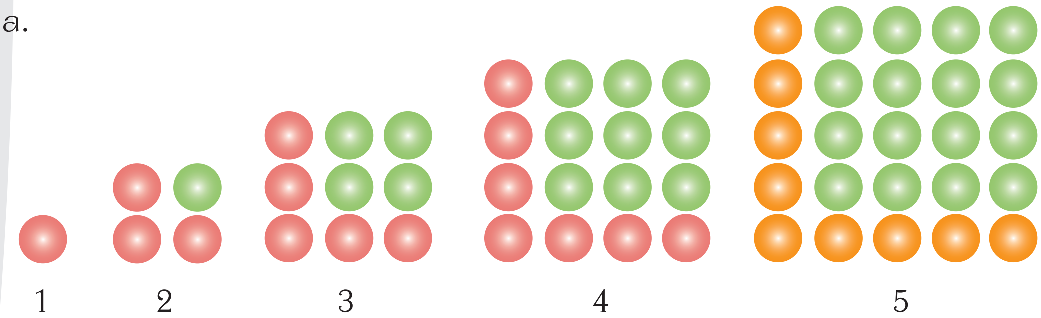
Esta actividad me permite recordar conceptos importantes abordados en la guía.

1. Encuentro los tres números siguientes en cada secuencia:

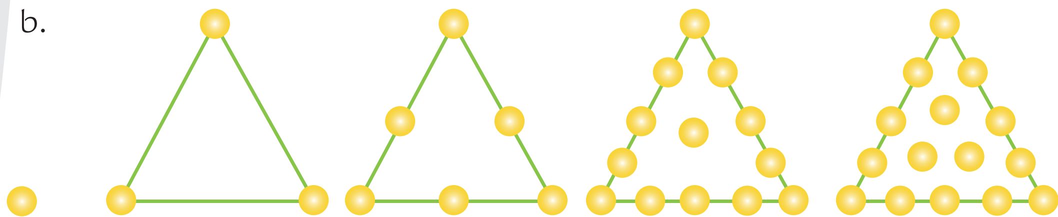
   a. 0, 4, 8, 12, 16,...
   b. 2, 6, 4, 8, 6, 10,...
   c. 1,4, 7,10, 13,...

2. Completo cada una de las secuencias con las tres figuras siguientes:

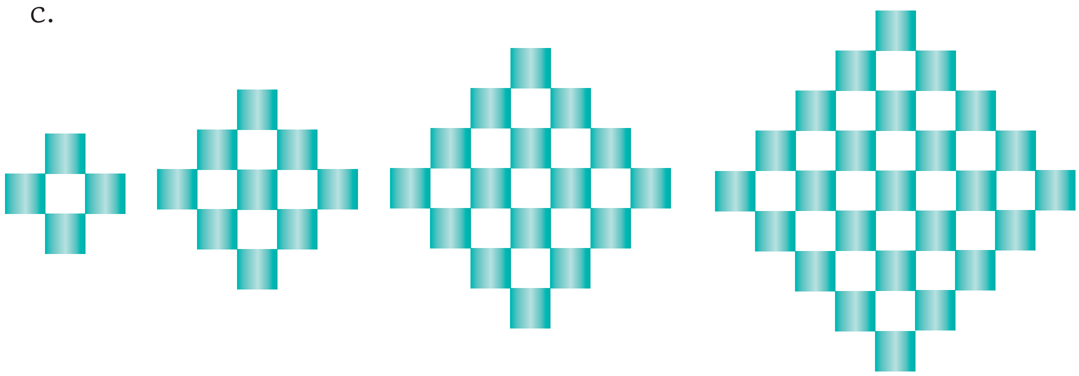
   a.



   b.



   c.



TRABAJO EN EQUIPO

3. Discutimos con nuestros compañeros y profesor el trabajo realizado de manera individual y establecemos acuerdos sobre cuáles son las respuestas más comunes entre todos y por qué.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Realizamos la distribución de roles correspondiente al interior del equipo, le solicitamos respetuosamente al compañero indicado realizar la siguiente lectura y consignamos lo más importante en el cuaderno:

Sucesión

Es una lista de objetos, números o acontecimientos que vienen uno después del otro, es decir, tiene un orden establecido.

Ejemplo 1:

- Los días de la semana tienen un orden:

$$s_n = \{\text{Lunes},\ \text{Martes},\ \text{Miércoles},\ \text{Jueves},\ \text{Viernes},\ \text{Sábado},\ \text{Domingo}\}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

- Los meses del año es una sucesión:

$$a_n = \{\text{Enero},\ \text{Febrero},\ \text{Marzo},\ \text{Abril},\ \dots,\ \text{Diciembre}\}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \qquad \quad \uparrow$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4\ ,\ \dots,\ 12$$

Cada uno de los objetos de la lista se llama **término de la sucesión**. Las listas del ejemplo 1 son **sucesiones finitas** porque se puede determinar la cantidad de términos que tienen. Sin embargo, existen también las **sucesiones infinitas**, donde se escriben los primeros términos y al final se colocan tres puntos seguidos que se llaman **elipsis** que indican que los términos siguientes siguen la misma pauta que la establecida por los ya dados.

Además, la sucesión se define como una función cuyo dominio es el conjunto de los números naturales.

Consideremos la sucesión 3, 6, 9, 12, 15,…
Entonces, el dominio y rango de la sucesión es:

$$\begin{array}{ll} \text{Dominio} & \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \dots, n, \dots\} \\ & \quad\downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow \qquad \downarrow \\ \text{Rango} & \{3,\ 6,\ 9,\ 12, \dots, 3n, \dots\} \end{array}$$

El término que expresamos como enésimo es el **término general**. Para hallar los términos de una sucesión es necesario reemplazar el valor de n por el natural que define la posición.

Para indicar una sucesión se utilizan las siguientes expresiones:

$$s_n = \{s_n\} = \{a, b, c, \dots, s_n\}$$

Ejemplo 2:

Hallamos los primeros cinco términos de la sucesión $a_n = \left\{\frac{1}{n+1}\right\}$

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

$$a_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$$

$$a_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$$

2. Enumeramos los primeros cinco términos de la sucesión dada:

a. $b_n = \{(-1)^{n+1} + n\}$

b. $s_n = \left\{\frac{n}{n+4}\right\}$

c. $r_n = \left\{\frac{1}{n}\right\}$

d. $t_n = \left\{\frac{1}{n^2+3}\right\}$

e. $u_n = \left\{\frac{(-1)^{n+1} + n^2}{n}\right\}$

f. $w_n = \{(-2)^n + 3n\}$

3. Continuamos con la lectura:

Existen situaciones donde sólo se da la lista de elementos pero es posible encontrar el enésimo término de la sucesión.

Ejemplo 3:

Hallamos el enésimo término de la sucesión $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots\right\}$

Si observamos, el primer término es: $\frac{1}{2}$

Si observamos, el segundo término es: $\frac{2}{3}$

Y vemos que el numerador coincide con el valor del orden del número, que equivale a n, y el denominador equivale al valor de n más uno. Por tanto, el enésimo término es: $\frac{n}{n+1}$

Comprobamos el enésimo término de la sucesión:

Para el tercer término es: $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$,sí coincide.

Para el cuarto término es: $\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$,sí coincide.

Para el quinto término es: $\frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$,sí coincide.

Por lo tanto, el término general de la sucesión es: $\frac{n}{n+1}$

4. Hallamos el enésimo término de cada sucesión:

a. $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots\right\}$

b. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \ldots\right\}$

c. $\{3, 3, 3, 3, \ldots\}$

d. $\{2, -2, 2, -2, \ldots\}$

e. $\{1, 15, 53, 127, \ldots\}$

f. $\{-2, 4, -6, 8, \ldots\}$

5. Continuamos con la lectura sobre algunas clases de sucesiones:

Sucesiones de recurrencia

Son aquellas en las que se indican los primeros términos y luego se expresa el término general a partir de uno o más de los términos anteriores.

Ejemplo 4:

Sea $a_1 = 2$ y $a_{n+1} = (n+3) \cdot a_n$. Hallamos los primeros cinco términos:

$$a_{1+1} = (1+3) \cdot a_1 \leftrightarrow a_2 = 4 \cdot 2 = 8$$
$$a_{2+1} = (2+3) \cdot a_2 \leftrightarrow a_3 = 5 \cdot 8 = 40$$
$$a_{3+1} = (3+3) \cdot a_3 \leftrightarrow a_4 = 6 \cdot 40 = 240$$
$$a_{4+1} = (4+3) \cdot a_4 \leftrightarrow a_5 = 7 \cdot 240 = 1\,680$$

Entonces, los primeros cinco términos son:

$$\{2, 8, 40, 240, 1\,680, \ldots\}$$

Sucesión creciente

Son las sucesiones donde cada término es mayor al anterior. Se simboliza así: $a_n < a_{n+1} < a_{n+2}$

Ejemplo 5:

La sucesión $w_n = \{2n+3\}$ es creciente porque se cumple que:

$$5 < 7 < 9 < 11 < \cdots$$

Sucesión decreciente

Son las sucesiones donde cada término es menor al anterior. Se simboliza así: $a_n > a_{n+1} > a_{n+2}$

Ejemplo 6:

La sucesión $w_n = \left\{\frac{n}{2n+1}\right\}$ es decreciente porque se cumple que:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{4}{9} < \cdots$$

Sucesión alternante

Son las sucesiones donde se alternan los signos de cada término.

Ejemplo 7:

La sucesión $w_n = \{(-1)^n \cdot n\}$ es alternante porque se cumple que:

$$w_1 = (-1)^1 \cdot 1 = (-1) \cdot 1 = -1$$
$$w_2 = (-1)^2 \cdot 2 = (+1) \cdot 2 = 2$$
$$w_3 = (-1)^3 \cdot 3 = (-1) \cdot 3 = -3$$
$$w_4 = (-1)^4 \cdot 4 = (+1) \cdot 4 = 4$$

Al escribir la sucesión, se tiene que: $\{-1, 2, -3, 4, \ldots\}$

Sucesión aritmética o progresión aritmética

Es una sucesión en la que cada término, después del primero, difiere del que le precede en una cantidad constante. El término general de una sucesión aritmética se calcula de esta manera:

$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1)d}$, donde d es la diferencia común de la sucesión.

Ejemplo 8:

$a_1 = -3$ y $d = 2$

Encontramos los primeros cinco términos de la sucesión aritmética.

Reemplazamos en la fórmula:

$$a_n = -3 + (n-1) \cdot 2 = -3 + 2n - 2 = -5 + 2n$$
$$a_1 = -5 + 2(1) = -5 + 2 = -3$$
$$a_2 = -5 + 2(2) = -5 + 4 = -1$$
$$a_3 = -5 + 2(3) = -5 + 6 = 1$$
$$a_4 = -5 + 2(4) = -5 + 8 = 3$$
$$a_5 = -5 + 2(5) = -5 + 10 = 5$$

Sucesión geométrica o progresión geométrica

Es una sucesión donde cada término, después del primero, es el mismo múltiplo del término que le precede. Es decir, la división entre cada término y su anterior es constante o es una razón llamada r o razón común.

a_1 ,	$a_1 r$,	$a_1 r^2$,	$a_1 r^3$,	$a_1 r^4, \ldots$,	$a_1 r^{n-1}, \ldots$
↑	↑	↑	↑	↑	↑
Primer término a_1	Segundo término a_2	Tercer término a_3	Cuarto término a_4	Quinto término a_5	n- ésimo término a_n

El término general de una sucesión geométrica se calcula aplicando esta fórmula:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Ejemplo 9:

Si $a_1 = 1$ y $r = 2$
Encontramos los tres primeros términos de la sucesión geométrica.

Reemplazamos en la fórmula: $a_n = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$

Los términos a_2 y a_3 son: $a_2 = 2^{2-1} = 2^1 = 2$

$a_3 = 2^{3-1} = 2^2 = 4$

6. Describimos por recurrencia cada una de las siguientes sucesiones:

   a. $\{2, 6, 24, 120, \ldots\}$

   b. $\{1, 3, 15, 90, \ldots\}$

   c. $\{4, 9, 19, 39, \ldots\}$

7. Para las sucesiones de los ejercicios 2 y 4, determinamos cuáles son crecientes, decrecientes o alternantes.

8. Establecemos si las sucesiones son progresiones aritméticas o no. En caso de ser afirmativo, determinamos la expresión del enésimo término:

   a. $\{5, 7, 9, 11, \ldots\}$

   b. $\{-4, -1, 2, 5, \ldots\}$

   c. $\{1, 1.3, 1.33, 1.333, \ldots\}$

9. Hallamos el valor del término que se indica en cada progresión geométrica:

   a. $\left\{\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \ldots\right\}$ El noveno término

   b. $\left\{5 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}\right\}$ El sexto término

   c. $\{1, 4, 8, 12, 16, \ldots\}$ El octavo término

10. Continuamos con la lectura sobre las series:

Series

Una serie es la suma de los términos de una sucesión. Esta puede ser finita o infinita, dependiendo de si tiene una base en sucesión finita o infinita. Lo mismo sucede con las series aritméticas o geométricas que provienen de sucesiones aritméticas o geométricas:

Sucesión	Serie
Sucesión finita a_1, a_2, a_3, a_4	Serie finita $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$
Sucesión infinita $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots a_n, \ldots$	Serie infinita $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$
Sucesión aritmética $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \ldots$	Serie aritmética $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + \cdots$ $Suma = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
Sucesión geométrica $a_1, a_1r, a_1r^2, a_1r^3, \ldots$	Serie geométrica $a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \cdots$ $Suma = n\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

Ejemplo 10:

Sea la sucesión $s_n = 2 \cdot (n+1)^n$
Hallamos el valor de las primeras tres sumas parciales que corresponden a los primeros tres valores de la sucesión:

$$s_1 = 2 \cdot (1+1)^1 = 2 \cdot (2)^1 = 2 \cdot 2 = 4$$
$$s_2 = 2 \cdot (2+1)^2 = 2 \cdot (3)^2 = 2 \cdot 9 = 18$$
$$s_3 = 2 \cdot (3+1)^3 = 2 \cdot (4)^3 = 2 \cdot 64 = 128$$

Luego, establecemos las primeras tres sumas o tres términos de la misma serie:

- Primera suma:
  $s_1 = 4$
- Segunda suma:
  $s_1 + s_2 = 4 + 18 = 22$
- Tercera suma:
  $s_1 + s_2 + s_3 = 4 + 18 + 128 = 150$

Una forma de expresar las series es utilizando la letra griega sigma Σ cuando se conoce el término general de una sucesión. Se representa así:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

Donde i es el **índice de la suma** o **índice**, n es **el límite superior de la suma**, y 1 es el límite inferior de la suma. Esta notación se conoce como **notación de suma** o **notación sigma.**

Ejemplo 11:

Evaluamos la serie:

$$\sum_{i=1}^{6}(i^2+1)$$

Realizamos la suma parcial de los primeros seis términos de la sucesión (i^2+1), entonces la serie queda así:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{6}(i^2+1) &= (1^2+1)+(2^2+1)+(3^2+1)+(4^2+1)+(5^2+1)+(6^2+1)\\ &= 2+5+10+17+26+37\\ &= 97\end{aligned}$$

11. Resolvemos las siguientes sumas:

a. $\sum_{i=1}^{5}(3i-1)$ b. $\sum_{i=1}^{4}\frac{i^2}{2}$ c. $\sum_{i=1}^{6}(i^2+1)$

12. Dado el término general de la sucesión a_n, escribimos la notación sigma para representar la suma parcial que se indica:

a. $a_n = n + 7$, quinta suma parcial.

b. $a_n = \frac{n^2}{5}$, tercera suma parcial.

13. Invitamos a nuestro docente a que revise nuestro trabajo y le solicitamos amablemente que nos aclare las dudas.

D Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

1. En cada situación, determinamos qué tipo de sucesión se necesita y justificamos la respuesta:

a. Una pareja decide ahorrar $5 mil cada mes el primer año de su matrimonio, $15 mil cada mes el segundo año, $ 25 mil cada mes el tercer año y así sucesivamente. Calculamos la cantidad de cada mes hasta el décimo sexto año de matrimonio.

b. Se observa que las plagas en las plantas del maíz crecen geométricamente por una razón de $\frac{5}{3}$ cada año. Si al principio del primer año la población es de 100, ¿cuál será la población de la plaga al principio del quinto año?

c. Una empresa de azúcar refinada espera que sus utilidades aumenten $ 100 mil dólares al año. Si la utilidad del primer año es de $ 400 mil dólares, ¿cuál es la utilidad que puede esperar la empresa en los primeros 10 años de operación?

2. En cada situación, determinamos qué tipo de serie se necesita y justificamos la respuesta:

a. Un paciente toma 500 mg de un medicamento por un mes. De la cantidad acumulada, elimina 80% por medio de las funciones corporales.

✓ Determinamos cuánto del medicamento se ha acumulado en el organismo inmediatamente después de la octava dosis.
✓ Establecemos cuánto del medicamento elimina a los 15 días de estar consumiendo.

b. Camilo desea pagar un préstamo sin interés de $ 130 millones, cancelando $ 1 millón el primer mes y aumentando su pago en $ 1.5 millones cada mes subsiguiente. ¿Cuántos meses se tardará en pagar su préstamo?

3. Socializamos en grupos de cinco estudiantes los resultados del trabajo en parejas y hacemos una síntesis para presentarla en plenaria ante todos los compañeros de clase y el docente.

E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

1. *Realizamos la siguiente lectura y escribimos cómo complementa lo que hemos visto sobre sucesiones y series:*

Los desarrollos económicos han exigido a las personas que realicen préstamos a entidades financieras, lo que hace que se aplique un tipo de interés sobre el dinero prestado.

Por ejemplo, a Pablo le prestan $1 000 000 y le cobran un interés simple del 3%, mientras dura el préstamo.

Calculamos el 3% del capital prestado, el cual corresponde a la cantidad de dinero que recibirá mensualmente. Para ello, usamos una regla de tres porque es una relación de proporcionalidad directa:

$$1\,000\,000 \longrightarrow 100\%$$
$$x \longrightarrow 3\,\%$$

$$\frac{3}{100} = \frac{x}{1\,000\,000}$$

Luego $x = \dfrac{(1\,000\,0\cancel{00}) \cdot 3}{1\cancel{00}} = 10\,000 \cdot 3 = 30\,000$

Entonces, $x = 30\,000$. Por tanto, el interés mensual es de $ 30 000

Pablo quiere pagar el capital y los intereses hasta el sexto mes. Entonces, las cuotas quedan de la siguiente forma:

Meses de plazo	Interés por mes	Interés acumulado	Monto total a recibir
1	30 000	30 000	1 030 000
2	30 000	60 000	1 060 000
3	30 000	90 000	1 090 000
4	30 000	120 000	1 120 000
5	30 000	150 000	1 150 000
6	30 000	180 000	1 180 000

Ahora, identificamos que cada columna es una sucesión aritmética y la podemos expresar de la siguiente manera:

Meses de plazo	Interés por mes	Interés acumulado	Monto total a recibir
1	i	1 i	$C1 = C + 1i$
2	i	2 i	$C2 = C + 2i$
3	i	3 i	$C3 = C + 3i$
4	i	4 i	$C4 = C + 4i$
5	i	5 i	$C5 = C + 5i$
. . .	. . .	. . .	. . .
n	i	n i	$Cn = C + ni$, donde Cn es el monto total del capital, C es el capital prestado, n son los períodos de tiempo, i es el interés simple.

Se dice que un capital se coloca o presta a **interés simple** cuando los intereses causados son producidos sólo por el capital prestado y los intereses no producen a su vez otros intereses.

Si se realiza el préstamo como interés compuesto, Pablo paga el interés simple sobre lo prestado en el primer mes y en los siguientes paga sobre intereses acumulados:

Meses de plazo	Capital al iniciar el mes	Interés por mes	Monto total a recibir
1	1 000 000	30 000	1 030 000
2	1 030 000	30 900	1 030 900
3	1 030 900	31 827	1 031 827
4	1 031 827	32 782	1 064 609
5	1 064 609	33 766	1 098 375
6	1 098 375	34 779	1 133 154

Ahora, identificamos que cada columna es una sucesión geométrica con razón (1+i) y la podemos expresar de esta manera:

Meses de plazo	Capital al iniciar el mes	Interés por mes	Monto al final de cada mes
1	C	iC	$C1 = C + iC = C(1+i)$
2	$C1 = C(1+i)$	$iC(1+i)$	$C2 = C(1+i) + iC(1+i) = C(1+i)^2$
3	$C2 = C(1+i)^2$	$iC(1+i)^2$	$C3 = C(1+i) + iC(1+i) + C(1+i)^2 = C(1+i)^3$
4	$C3 = C(1+i)^3$	$iC(1+i)^3$	$C4 = C(1+i) + iC(1+i) + C(1+i)^2 + C(1+i)^3 = C(1+i)^4$
5	$C4 = C(1+i)^4$	$iC(1+i)^4$	$C5 = C(1+i) + iC(1+i) + C(1+i)^2 + C(1+i)^3 + C(1+i)^4 = C(1+i)^5$
. . .	. . .	. . .	. . .
n	$Cn = C(1+i)^{n-1}$	$iC(1+i)^{n-1}$	$Cn = C(1+i) + iC(1+i) + \cdots + iC(1+i)^{n-1} = C(1+i)^n$ Donde Cn es el monto total del capital, C es el capital inicial, n es la cantidad de períodos u interés causada por cada período.

Se dice que un capital se coloca o presta a **interés compuesto** cuando los intereses de un período se adicionan o sustraen del capital inicial de cada período, para constituir un nuevo capital sobre el cual se calculan los intereses del siguiente período.

2. Resolvemos las siguientes situaciones:

   a. Se solicita en préstamo a interés simple un capital de $30 000 0000 al 3% mensual, con la condición de pagarlo en cuotas mensuales iguales durante 5 años. ¿Cuál es la cuota mensual?

   b. Ilustramos en una tabla cómo son las primeras cuotas si se realiza un préstamo de $1 200 000 al 2% de interés compuesto mensual y se va cancelar en un año.

   c. ¿Cuál es el tiempo que se le coloca a un interés compuesto del 35% anual, de un capital de $2 500 000 para que al final dé un monto de $ 3 000 000?

3. Socializamos las actividades realizadas en plenaria para que conjuntamente con el profesor aclaremos dudas.

Evaluación por competencias

INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 1 Y 2

La siguiente lista presenta la forma como actúa la cantidad de virus que está en una muestra de sangre de 1 cm^2. Cada hora se registra el siguiente conteo:

0 virus, 6 virus, 18 virus, 36 virus, 60 virus,...

1. A la sexta hora se encuentra la siguiente cantidad de virus en la muestra de sangre:

A. 66

B. 78

C. 90

D. 120

1

2. La cantidad enésima de virus es:

A. $3n$

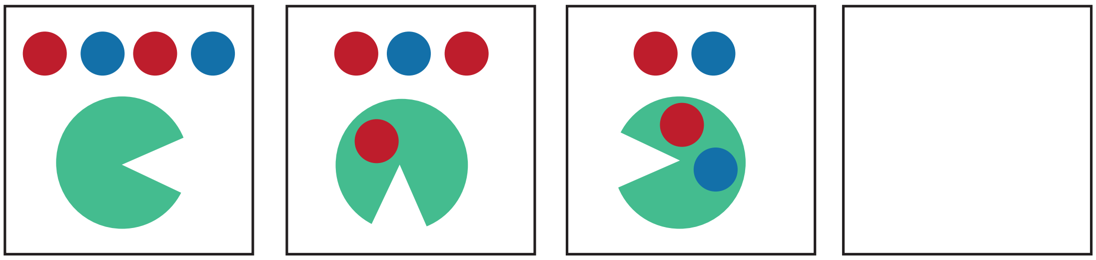
B. $3n\,(2n - 2)$

C. $3n^2$

D. $3n\,(n - 1)$

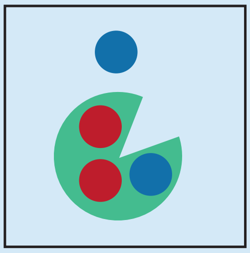
2

3. Completo la secuencia:

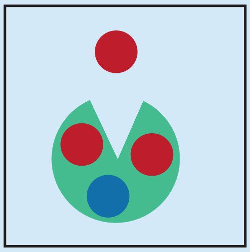


A.

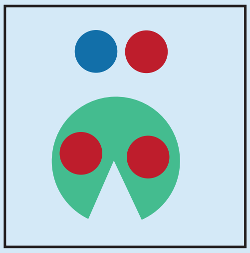
B.



C.



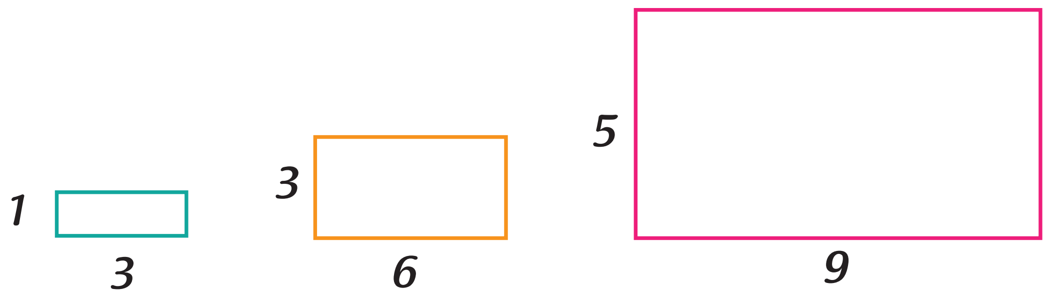
D.



3

INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 4 Y 5

Observo la secuencia de rectángulos:



4. La expresión que representa el perímetro del enésimo rectángulo es:

A. $4n-2$
B. $10n-2$
C. $6n$
D. $2n-1$

4

5. La expresión que representa el área del enésimo rectángulo es:

A. $(2n-2)^2$
B. $3n\,(2n-1)$
C. $3n\ \ (2n-1)^2$
D. $(5n-1)^2$

5

Glosario

- **Dominio:** El dominio de las sucesiones es el conjunto de los números naturales.
- **Rango:** Es la lista de los elementos de la sucesión.
- **Series:** Es la generalización de la noción de suma dada a los términos de una sucesión infinita. Informalmente, es el resultado de sumar los términos: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \ldots$, lo cual se escribe de esta manera: $\sum_{1 \leq n} a_n$.
- **Sucesión finita:** Una sucesión es finita si tiene en su lista un último elemento.
- **Sucesión infinita:** Es una función cuyo dominio es el conjunto de los enteros positivos y cuyo rango es un subconjunto de los números reales.
- **Término de la serie:** Es cada uno de los resultados de las sumas de la serie.
- **Término de la sucesión:** Es cada uno de los elementos de la sucesión.