Guía 3

SEA CREATIVO PARA RESOLVER ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Indicadores de logros

- ✓ Identifica ecuaciones trigonométricas, sus incógnitas y el intervalo en el cual están definidas.
- ✓ Resuelve ecuaciones trigonométricas, hallando todas las soluciones dentro del intervalo definido o del problema planteado.
- ✓ Manifiesta curiosidad intelectual (CREATIVIDAD).
- ✓ Combina, elige y extrapola la información que posee para resolver problemas de su vida cotidiana.
- ✓ Demuestra empatía hacia la gente y hacia las ideas diferentes a las suyas.
- ✓ Posee capacidad de análisis y síntesis.
- ✓ Explora y busca de manera consciente las variables que debe considerar antes de tomar una decisión o solucionar un problema.
- ✓ Demuestra autonomía y prevé consecuencias de sus actos a corto y largo plazo.
- ✓ Considera posibilidades antes de elegir la más conveniente.

SEA CREATIVO PARA RESOLVER ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

En esta guía se desarrollará la CREATIVIDAD o sea el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, suponiéndolo, meditándolo, visualizándolo, contemplándolo,...) y luego brindar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Pidamos ampliación de esta competencia al profesor y hagamos los comentarios que resulten de nuestra reflexión.

Con mis compañeros de subgrupo analizo todas las posibles soluciones de la ecuación $x^2 - 2x - 15 = 0$. Consultamos cualquier duda con el profesor.

a) Por factorización:

$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3) = 0.$

Si el producto es igual a cero, uno de los factores es igual a cero o ambos.

$x - 5 = 0 \quad v \qquad x + 3 = 0$

$\boxed{x = 5} \quad v \qquad \boxed{x = -3}$

b) Utilizando la fórmula cuadrática.

Si $ax^2 + bx + c = 0$, entonces $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

En la ecuación $x^2 - 2x - 15 = 0$; $\qquad a = 1,\ b = -2\ $ y $\ c = -15.$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 8}{2} \qquad x_1 = \frac{2+8}{2} = 5; \qquad \boxed{x_1 = 5}$$

$$x_2 = \frac{2-8}{2} = -3; \qquad \boxed{x_2 = -3}$$

c) Completando el cuadrado.

$x^2 - 2x - 15 = 0$
$x^2 - 2x = 15$
$x^2 - 2x + 1 = 15 + 1$
$(x - 1)^2 = 16$

$x - 1 = \pm\sqrt{16}$
$x - 1 = \pm 4$

$x_1 = 4 + 1$ $\boxed{x_1 = 5}$

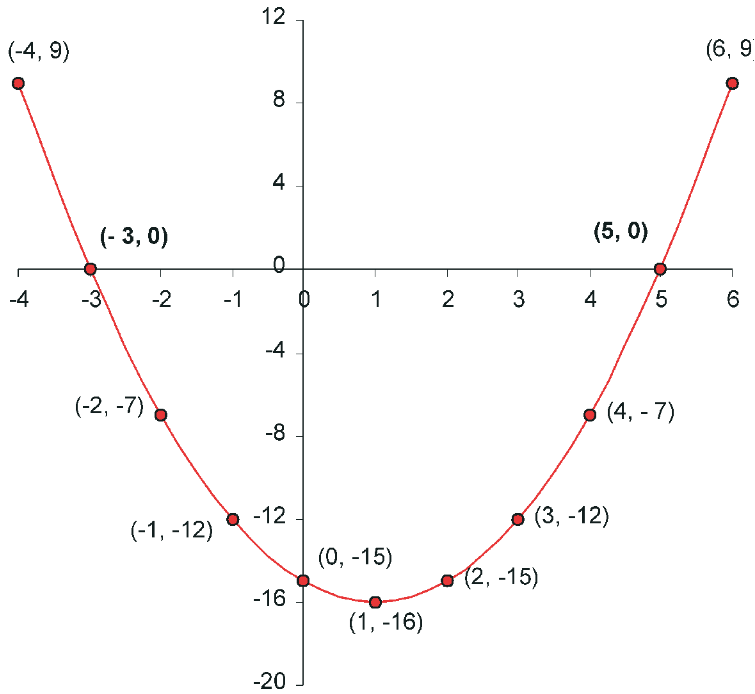
$x_2 = -4 + 1$ $\boxed{x_2 = -3}$

d) Considerando la ecuación $x^2 - 2x - 15 = 0$ como la función $y = x^2 - 2x - 15$ donde $y = 0$.

Hago una tabla de valores para graficar la función $y = f(x)$.

x	0	1	2	3	4	5	6	- 1	- 2	- 3	- 4
y	- 15	- 16	- 15	- 12	- 7	0	9	- 12	- 7	0	9

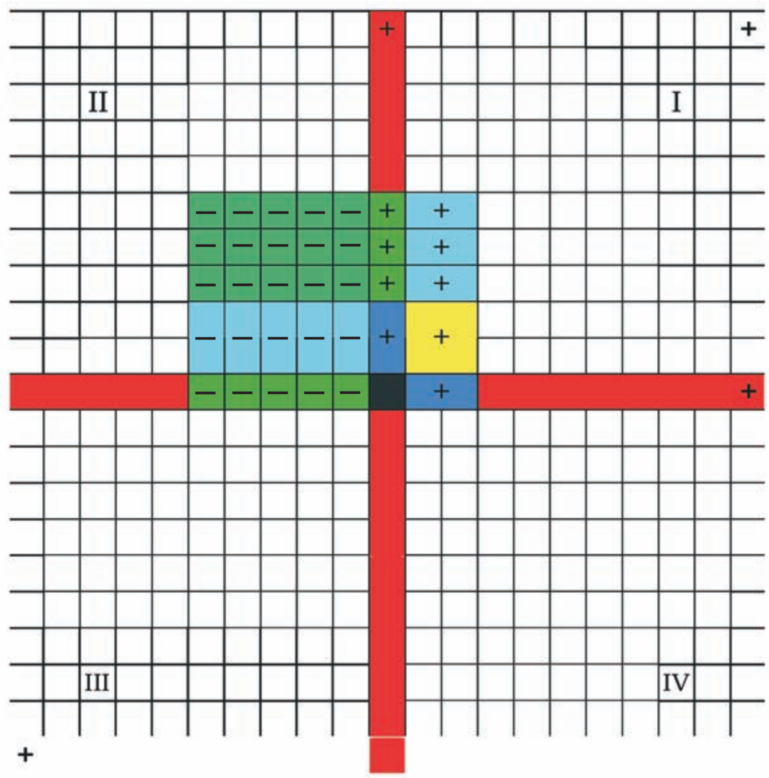
Observo que cuando y=0 x=-3



Observo que cuando y=0 x=5

Las soluciones $x = -3$ y $x = 5$ corresponden a los interceptos con el eje “x”.

e) Utilizando el material «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO».



Organizo un rectángulo con un ficha amarilla positiva(x^2),con 8 fichas azules, 5 negativas y 3 positivas (-2x) y 15 fichas verdes negativas (- 15).

Completo los ejes ampliados. Deduzco que:

$x^2 - 2x - 15 =$
$(x - 5)(x + 3)$

Como $x^2 - 2x - 15 = 0$, entonces:
$(x - 5)(x + 3) = 0$

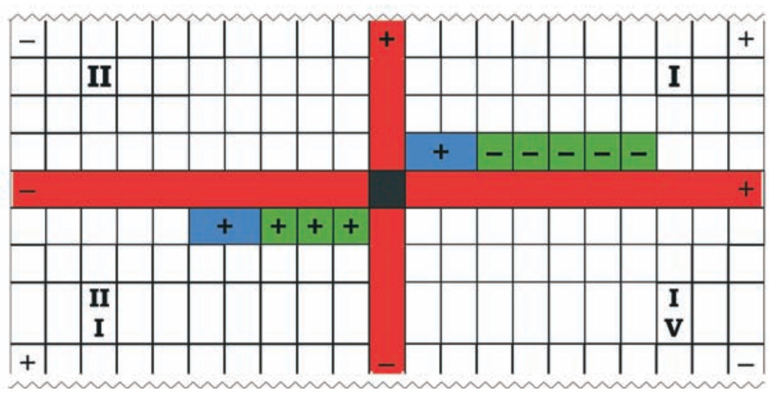
por lo tanto:

$x - 5 = 0$
$x + 3 = 0$

Resuelvo las 2 ecuaciones de primer grado.

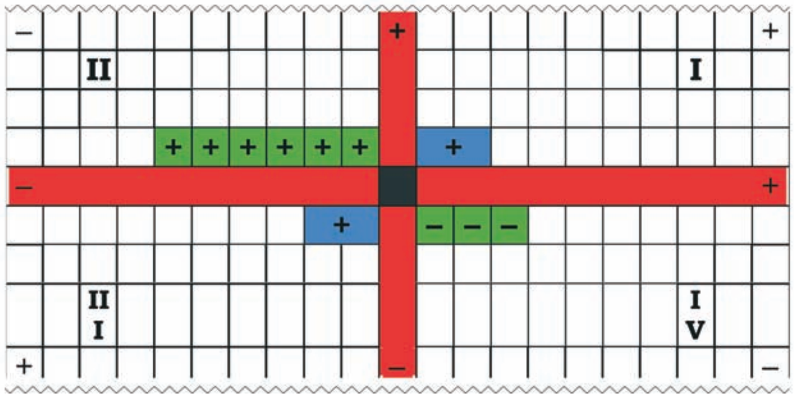
$x - 5 = 0$

$x + 3 = 0$



$x_1 = 5$

$x_2 = -3$



Todas estas soluciones son válidas. ¿Cuál es la más creativa? ¿Será posible encontrar otro método para resolver la ecuación?

EJERCICIOS. Considere todas las posibilidades antes de elegir el método más conveniente para resolver las siguientes ecuaciones. Consigne cada solución en el cuaderno.

1. $x^2 + 5x - 24 = 0$
2. $x^2 - 2x - 35 = 0$
3. $x^2 + 5x + 4 = 0$
4. $2x^2 + 3x - 2 = 0$
5. $6x^2 + 5x - 6 = 0$

B ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Pongo a prueba mi capacidad de análisis y síntesis al estudiar la siguiente información y resumirla.

Una ecuación trigonométrica es una relación de igualdad, que contiene expresiones trigonométricas y que es válida únicamente para ciertos valores de los ángulos.

En una ecuación trigonométrica la INCÓGNITA es el ángulo y, por lo tanto, resolver una ecuación trigonométrica es hallar el valor o los valores del ángulo para los cuales se satisface la ecuación.

Los procedimientos para resolver ecuaciones trigonométricas son similares a los empleados para resolver ecuaciones algebraicas. La diferencia principal radica en que las ecuaciones trigonométricas se resuelven para las funciones sen x, cos x, tan x, cot x, sec x y csc x y de éstas se determinan los valores de x.

EJEMPLO 1. Resuelvo la ecuación 2 sen x = 1

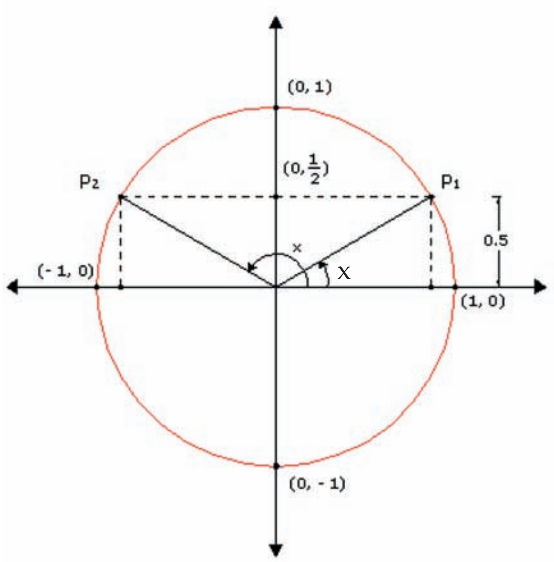
$2 \text{ sen } x = 1$

$\text{sen } x = \dfrac{1}{2}$

Observo que las soluciones son aquellos ángulos cuyo seno es 1/2.

Para encontrar esos ángulos puedo utilizar cualquiera de los siguientes métodos, algunos más CREATIVOS que otros. También puedo inventar una idea o esquema no convencional que me permita sintetizar o visualizar todas las soluciones.

a) Utilizando el círculo trigonométrico.



Hay 2 puntos P_1 y P_2 para los cuales el seno es 1/2, que corresponden a los ángulos $\pi/6$ y $5\pi/6$.

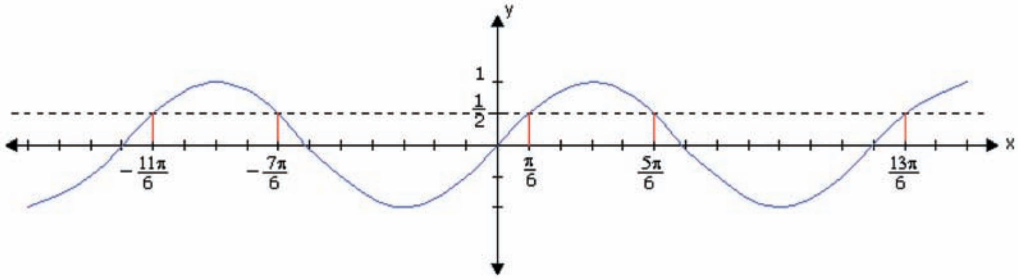
Esos ángulos, más cualquier múltiplo de 2π son las soluciones.

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad y \quad \frac{5\pi}{6} + 2k\pi ,$$

donde k es cualquier entero.

En grados, las soluciones son 30° + k.360° y 150° + k.360°, donde k es cualquier entero.

b) Utilizando la gráfica



En la gráfica se puede apreciar que los ángulos cuyo seno es 1/2 son:

$\ldots -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \ldots$, más cualquier múltiplo de 2π, o sea

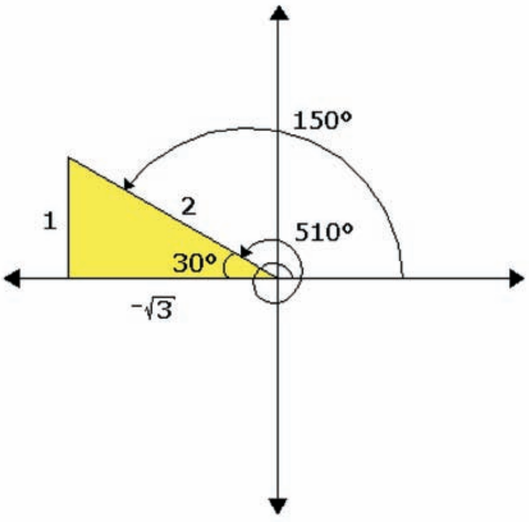
$\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ y $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, donde k es cualquier entero.

c) Utilizando la calculadora

$\text{Sen } x = \frac{1}{2}$

$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{sen}}$ $\boxed{(}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{2}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ $\boxed{30}$ x = 30°(CUADRANTE I)

El seno también es positivo en el cuadrante II, en el cual el ángulo de referencia es 30^0, por lo tanto $x = 150^0$.



En la calculadora se puede chequear que:

$\text{sen}(30^0 + 360^0) = 0.5$
$\text{sen}(30^0 + 720^0) = 0.5$
$\text{sen}(30^0 + k(360^0) = 0.5$

También:

$\text{sen}(150^0 + 360^0) = \text{sen } 510^0 = 0.5$
$\text{sen}(150^0 + k\,360^0) = 0.5$

Las soluciones son $30^0 + k.360^0$ y $150^0 + k.360^0$, donde k es cualquier entero.

EJEMPLO 2. Resuelvo la ecuación $4\cos^2 x - 1 = 0$

$4\cos^2 x = 1$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4}$$

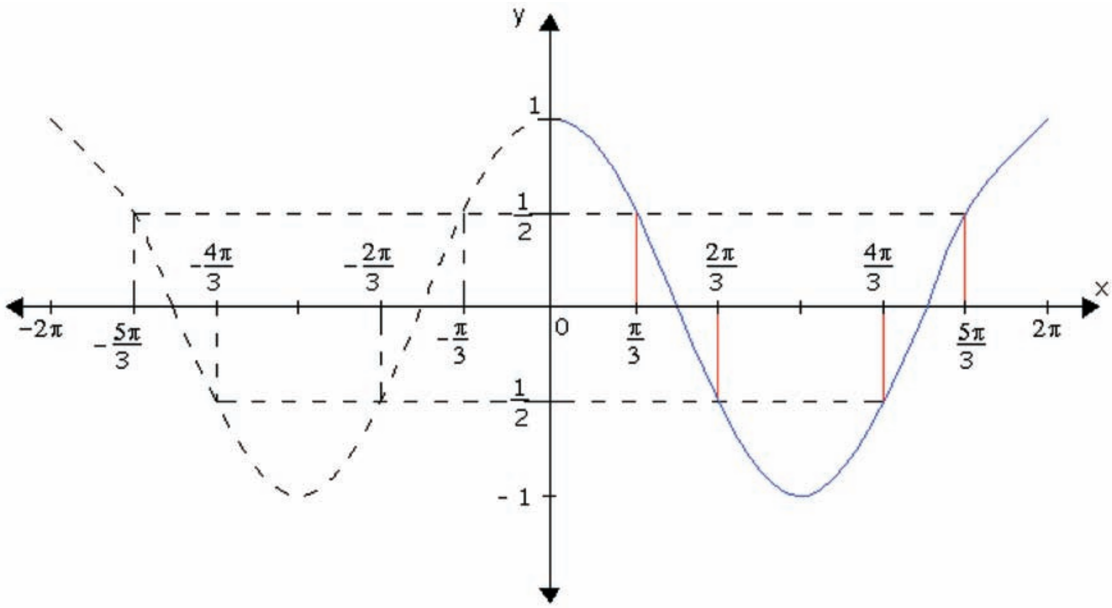
$$\cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\cos x = \pm\frac{1}{2}$$

«La creatividad puede estar manifiesta en las habilidades extraordinarias de resolver problemas o de plantearlos, o ser sencillamente virtuoso o diestro».
GARDNER

Las soluciones son todos los ángulos cuyo coseno es 1/2 ó - 1/2.

a) Utilizando la gráfica



Las soluciones son $\ldots -\frac{5\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \ldots$

Los puntos suspensivos indican que las soluciones son infinitas. Generalmente, es suficiente encontrar las soluciones entre 0 y 2π (parte coloreada de la gráfica). Cualquier múltiplo de 2π puede ser sumado a $\pi/3$, $2\pi/3$, $4\pi/3$ y $5\pi/3$ para obtener todas las soluciones.

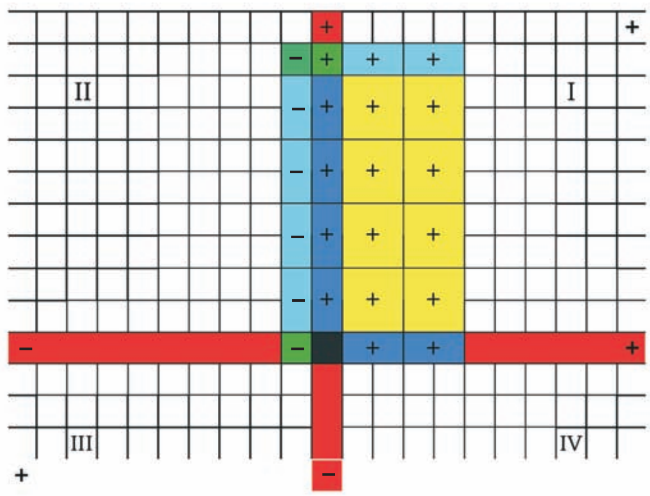
b) Como EJERCICIO, utilice el método del círculo trigonométrico.

EJERCICIOS. Para hallar todas las soluciones de las siguientes ecuaciones, utilice cualquiera de los métodos explicados en el ejemplo 1, o el que usted haya ideado. También puede utilizar una tabla de valores donde estén recopiladas todas las funciones de los ángulos notables desde 0 hasta 2π. **Otra opción es usar una idea diferente de alguno de los compañeros del subgrupo.** Consigne en su cuaderno el procedimiento escogido en cada ejercicio.

1. $4sen^2 x = 1$
2. $2senx + \sqrt{3} = 0$
3. $2cos^2x = 1$
4. $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$
5. $\sqrt{\tan x} = \sqrt[4]{3}$

CREATIVIDAD es la capacidad de ver nuevas posibilidades y hacer algo al respecto, ir más allá del análisis de un problema o intentar poner en práctica una solución produciendo un cambio.

En el siguiente ejemplo, puedo observar nuevas posibilidades para resolver una ecuación.



EJEMPLO 3. Resuelvo la ecuación $8cos^2x - 2cosx = 1$. Encuentro todas las soluciones entre 0^0 y 360^0.

$8cos^2x - 2cosx = 1$
$8cos^2x - 2cosx - 1 = 0$

Utilizo «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» para factorizar el primer miembro. Formo un rectángulo con los 8 prismas amarillos ($8cos^2x$), 4 prismas azules negativos y 2 positivos (-2cos x) y un cubo verde negativo (-1).

Al completar los ejes, observo que un factor lo obtengo del eje "x" (2cosx - 1) y el otro factor del eje "y" (4cos x + 1).

$8cos^2x - 2cosx - 1 = (2cosx - 1)(4cos x + 1) = 0$

$2cosx - 1 = 0$ ó $4cos x + 1 = 0$

$2\cos x = 1$ ó $4\cos x = -1$

$\cos x = \dfrac{1}{2}$ $\qquad\qquad$ $\cos x = -\dfrac{1}{4}$

$\cos x = 0.5$ $\qquad\qquad$ $\cos x = -0.25$

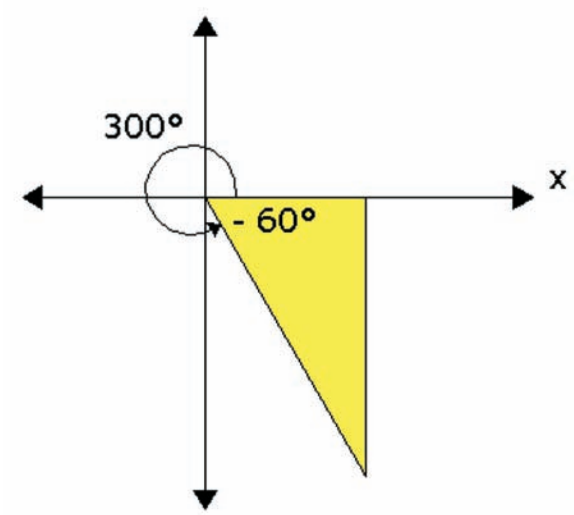
Utilizo la calculadora para encontrar el primer ángulo cuyo coseno es 0.5.

$\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\cos}\ \boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$ 60

Primera solución 60^0.

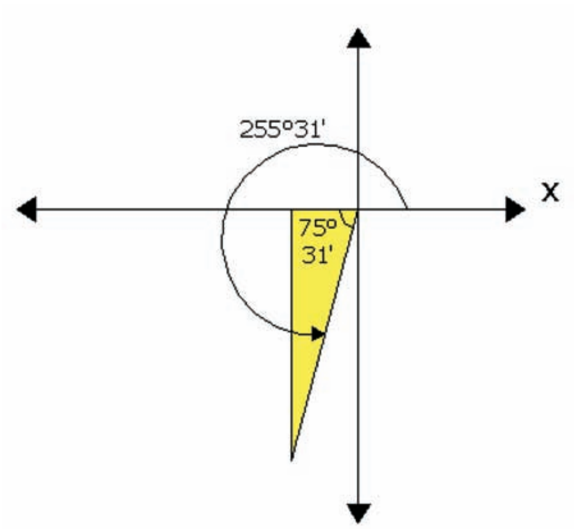
Como el coseno también es positivo en el cuadrante IV y el ángulo de referencia es 60^0,

La segunda solución es 300^0.



Utilizo nuevamente la calculadora para encontrar el primer ángulo cuyo coseno es - 0.25.

$\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\cos}\ \boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$ $104.48^{0°}$



Tercera solución $104^0\,29'$

Como el coseno también es negativo en el cuadrante III, y el ángulo de referencia es $75^0 31'$,

La cuarta solución es $255^0\,31'$

Las soluciones de la ecuación $8\cos 2x - 2\cos x = 1$, entre 0^0 y 360^0, son: 60^0, 300^0, $104^0\,29'$ y $255^0\,31'$.

EJERCICIOS. Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas. Utilice el método que quiera. Se recomienda utilizar el material «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» para desarrollar su **capacidad de razonamiento y creatividad.**

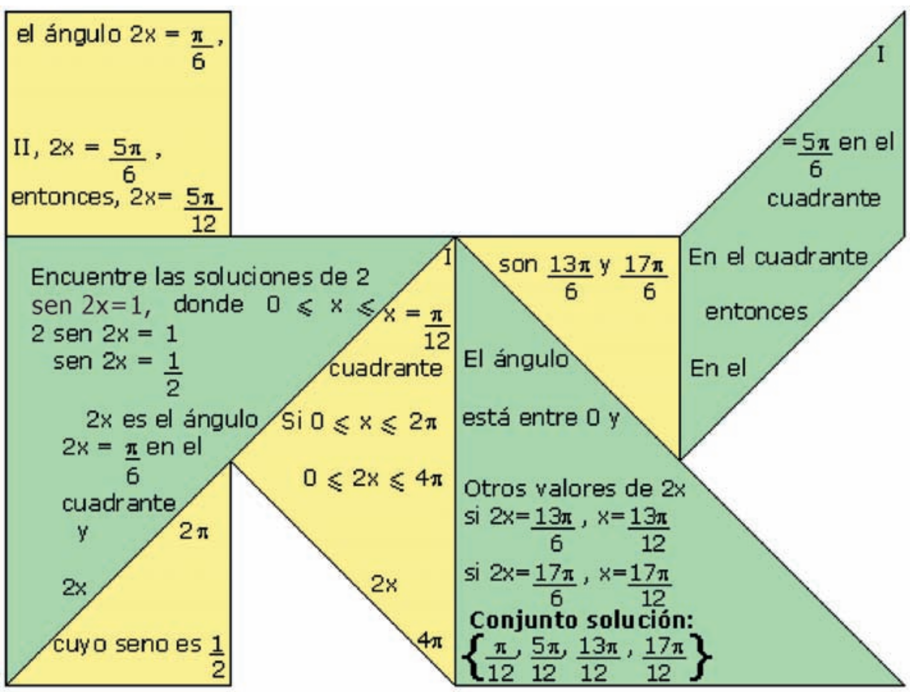
1. $2\cos^2 x + 3\cos x = -1$
2. $2\ \text{sen}^2 x + 7\ \text{sen}\ x = 4$
3. $2\text{sen}^2\ \theta - 5\text{sen}\ x + 2 = 0$
4. $8\cos^2\theta = 1 - 2\cos\theta$
5. $2\cos^2\phi + \cos\phi = 0$

Los hombres y las mujeres en quienes se desarrollen las siguientes facultades serán los que dirijan las empresas:

FACULTAD DE PENSAR
FACULTAD DE PLANEAR Y RESOLVER PROBLEMAS
PRODUCCIÓN CON CALIDAD
FACULTAD DE RELACIONARSE Y APROVECHAR LAS DIFERENCIAS.

La Escuela Nueva es un escenario significativo que fomenta un proceso que incluye oportunidades para el uso de la imaginación, la experimentación y la acción, pilares básicos para el desarrollo de la creatividad.

EJEMPLO 4. Pido al profesor una fotocopia de la siguiente figura. Recorto cada parte, originando las siete piezas del tangrama. Organizo la información de tal manera que la nueva figura resuelva la ecuación trigonométrica 2sen 2x = 1, donde $0 \leq x \leq 2\pi$. Cuando obtenga la solución, la consigno en mi cuaderno, la comparto con mis compañeros y la presento al profesor.



EJERCICIOS. Basado en el desarrollo del ejemplo anterior, encuentre la solución de las siguientes ecuaciones, entre 0 y 2π.

1. $\cos 2x + 1 = 0$
2. $\text{sen } 2x - 1 = 0$
3. $\text{sen } 2x + 2\text{sen } x \cos x = 0$

EJEMPLO 5. Encuentro todas las soluciones de la ecuación $2 \sec x \tan x + 2 \sec x + \tan x + 1 = 0$, entre 0 y 2π.

$(2 \sec x \tan x + 2 \sec x) + (\tan x + 1) = 0$ Factorizo por agrupación de términos

$2 \sec x (\tan x + 1) + 1 (\tan x + 1) = 0$

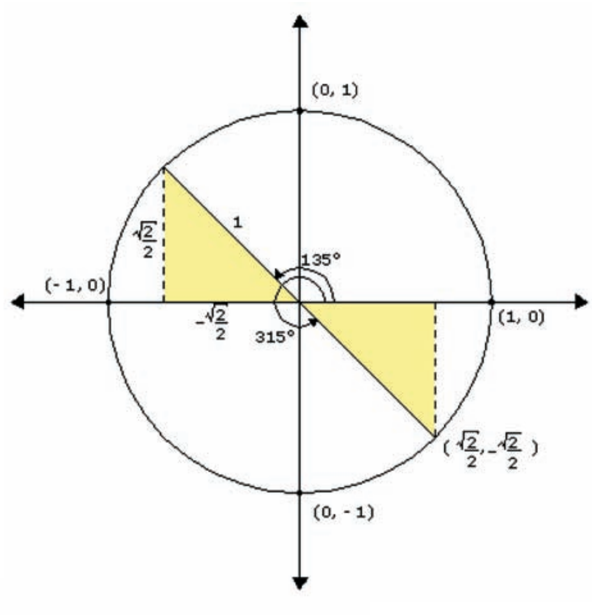
$(\tan x + 1)(2 \sec x + 1) = 0$

$\tan x + 1 = 0$ ó $2 \sec x + 1 = 0$ si $a\ b = 0, a = 0 \lor b = 0$

Si $\tan x + 1 = 0$

$\tan x = -1$, x es un ángulo cuya tangente es - 1.

Utilizando el círculo trigonométrico



Observo que los valores del ángulo x, entre 0 y 2π, son:

$$135° = \frac{3\pi}{4} \quad y \quad 315° = \frac{7\pi}{4}$$

Si $2 \sec x + 1 = 0$

$2 \sec x = -1$

$\sec x = -\frac{1}{2}$

ERROR (El valor de la secante siempre es mayor que 1 o menor que - 1).

En el ejemplo anterior hubo que factorizar por agrupación, aplicando primero factor común monomio y luego factor común binomio. Otra agrupación es la siguiente:

(2 sec x tan x + tan x) + (2 sec x + 1) = 0
tan x (2 sec x + 1) + 1 (2 sec x + 1) = 0
(2 sec x + 1) (tan x + 1) = 0

No olvido que debo explorar y buscar de manera consciente las variables que debo considerar antes de tomar una decisión o solucionar un problema.

Ejemplo: Si en la factorización anterior (2 sec x + 1) (tan x + 1) = 0, decido dividir por (tan x + 1), se perderían las soluciones.

$$2\sec x + 1 = \frac{0}{\tan x + 1} = 0$$

$$2 \sec x + 1 = 0$$

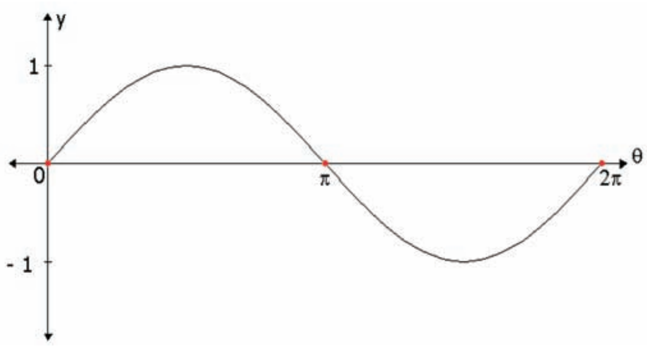
$$\sec x = -\frac{1}{2} \textbf{ ERROR}$$

EJEMPLO 6. Encuentro las soluciones entre 0 y 2π, de la ecuación cos 2x sen x + sen x = 0.

cos 2x sen x + sen x = 0.
sen x (cos 2x + 1) = 0. Factorizando
sen x = 0 ó cos 2x + 1 = 0 si a b = 0, a = 0 y b = 0

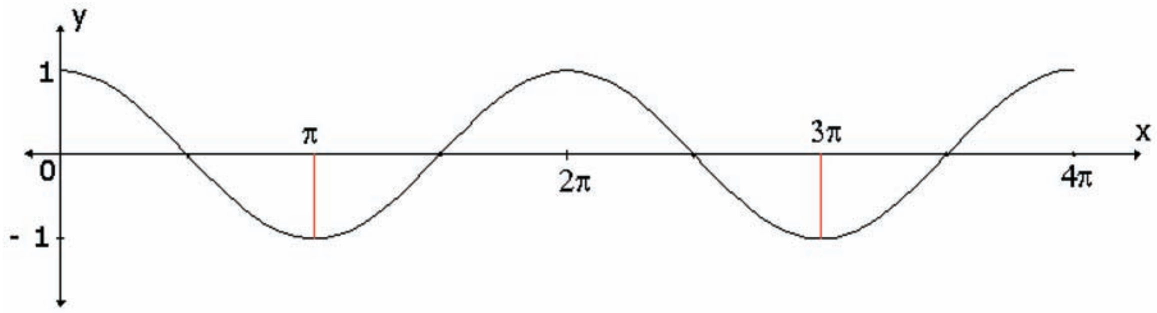
Si sen x = 0, x es un ángulo cuyo seno es 0.

Utilizando la gráfica en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$.



Observo que los valores del ángulo x para los cuales el seno es cero son: 0, π y 2π.
Si cos 2x + 1 = 0
cos 2x = - 1, 2x es el ángulo cuyo seno es - 1.

Utilizando la gráfica en el intervalo $0 \leq 2x \leq 4\pi$.



Observando la gráfica: $2x = \pi$, entonces $x = \pi/2$.

$2x = 3\pi$, entonces $x = 3\pi/2$.

El conjunto solución de la ecuación cos 2x sen x + sen x = 0, es

$$\left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right\}$$

En su vida cotidiana un estudiante debe resolver problemas relacionados con las asignaturas que estudia. En el caso de la trigonometría, concretamente en el tema de ecuaciones, **un estudiante debe combinar, elegir y deducir, de una información dada, nuevos datos**.

EJEMPLO 7. Encuentro todas las soluciones de la ecuación $4\cos^2\theta \tan\theta = 3\tan\theta$ en el intervalo $-\pi/2 \leq \theta \leq 4\pi$

Elijo la variable θ en reemplazo de "x". Podría elegir cualquier otra letra.

Igualo a cero y factorizo.
$4\cos^2\theta \tan\theta - 3\tan\theta = 0$
$\tan\theta(4\cos^2\theta - 3) = 0$

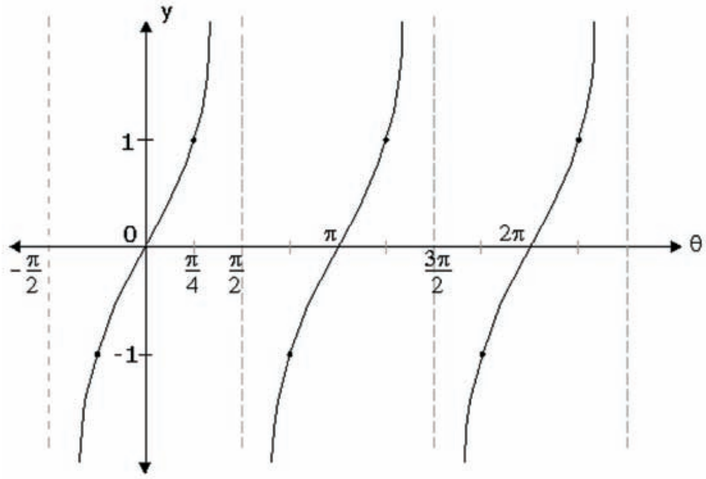
$\tan\theta = 0$ ó $4\cos^2\theta - 3 = 0$ si $a \cdot b = 0$, $a = 0$ v $b = 0$

Para resolver estas ecuaciones, puedo combinar dos métodos:

a) $\tan\theta = 0$

θ es el ángulo cuya tangente es 0.

Elijo la gráfica para encontrar los valores de θ .



En la gráfica, observo que los ángulos para los cuales la tangente es cero, son 0, π, 2π. Además, **puedo extrapolar información** y concluir que, θ vale también 3π, 4π, 5π, 6π, etc.

b) $4\cos^2\theta - 3 = 0$

$4\cos^2\theta = 3$

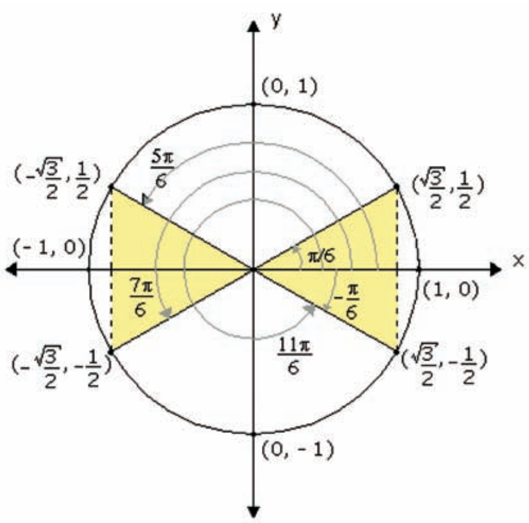
$\cos^2\theta = \frac{3}{4}$

$\cos\theta = \sqrt{\frac{3}{4}}$

$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Aproveche las gráficas y las tablas para combinar, elegir, extrapolar e interpolar información que necesite en la solución de un problema.

θ es un ángulo cuyo coseno es $\frac{\sqrt{3}}{2}$ *ó* $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



Elijo el círculo trigonométrico

Los ángulos cuyo coseno es $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

son: son: $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$.

Puedo **extrapolar** información para completar los ángulos que pertenecen al intervalo:

$-\pi/2 \le \theta \le 4\pi$

Si cada ángulo gira una revolución obtengo los valores hasta 4π

$$\frac{\pi}{6}+2\pi, \frac{5\pi}{6}+2\pi, \frac{7\pi}{6}+2\pi, \frac{11\pi}{6}+2\pi \text{ o sea } \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}.$$

Para completar el conjunto solución entre $-\pi/2$ y 0, giro en el sentido de las agujas del reloj (negativo) y encuentro $-\pi/6$.

El conjunto solución de la ecuación $4\cos^2\theta \tan\theta = 3\tan\theta$ en el intervalo $-\pi/2 \leq \theta \leq 4\pi$ es:

$$\left\{0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}\right\}$$

EJERCICIOS. Encuentre todas las soluciones de las siguientes ecuaciones en el intervalo $-\pi/2 \leq x \leq 2\pi$.

1. $2\csc x \cos x - 4\cos x - \csc x + 2 = 0$
2. $\operatorname{sen} 2x \cos x - \cos x = 0$
3. $\cos 2x \cos x + \operatorname{sen} 2x \operatorname{sen} x = 1$
4. $4\operatorname{sen}^2 x \cot x = 3\cot x$
5. $\sec^2 x = 4\tan^2 x$

D APLICACIÓN

En el desarrollo de esta guía nos hemos dado cuenta, que contiene temas importantes que exigen mucha responsabilidad. Si hacemos las cosas bien, las consecuencias a corto plazo serán muy satisfactorias. En caso contrario, a corto plazo podremos tener dificultades para asimilar los temas y lo peor de todo será que no aprenderemos. HAGAMOS USO DE NUESTRA AUTONOMÍA PARA HACER LAS COSAS BIEN.

1. Para resolver una ecuación trigonométrica, en que orden daríamos las siguientes recomendaciones:

   a. Recordar que si ab = 0, entonces se debe resolver para a = 0 y b = 0.
   b. Factorizar siempre que sea posible.
   c. Utilizar las identidades fundamentales para lograr lo anterior.
   d. Resolver la parte trigonométrica, que consiste en hallar los valores del ángulo que satisfacen la ecuación en el intervalo dado.
   e. Expresar todas las funciones que intervienen en términos de una sola función.

2. Resuelva la ecuación $\sqrt{3}$ tan x cot x + $\sqrt{3}$ cot x = tan x + 1 para todos los valores de x no negativos y menores que 2π. Exprese la respuesta en radianes y grados. Utilice el círculo trigonométrico.

3. Resuelva la ecuación $4\,\text{sen}^2 x + 8\,\text{sen}x + 3 = 0$ en el intervalo $0 \le x \le 2\pi$ Utilice el material «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» para factorizar.

4. Resuelva la ecuación $2\cos^2 x - \cos x = 0$ en el intervalo $-\pi/2 \le x \le 2\pi$ Utilice el procedimiento que desee.

5. Exprese en el sistema sexagesimal las soluciones de las ecuaciones $\tan^2\theta - 2\tan\theta - 3 = 0$. Sea **creativo** para encontrar las cuatro soluciones.

E ¿DESEA APRENDER MÁS?

Esta parte de la guía puede ser opcional, si el profesor no dispone lo contrario.

Una excelente manera de manifestar curiosidad intelectual es realizar los siguientes ejercicios.

1. Consulte los conceptos que necesite para encontrar las soluciones de las siguientes ecuaciones en el intervalo $0° \le x \le 360°$.

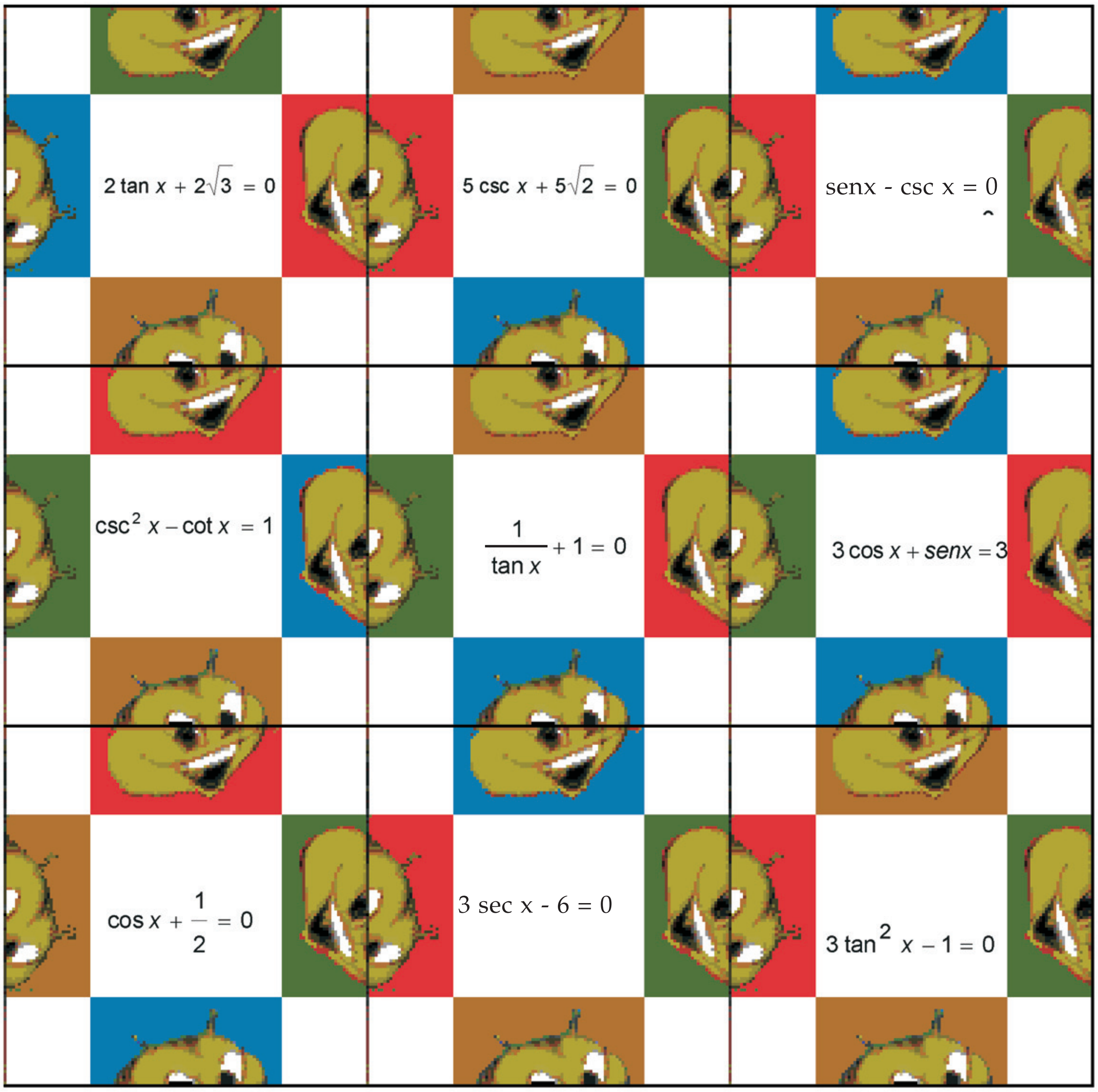
   a. $12\text{sen}x - 7\sqrt{\text{sen}\,x} + 1 = 0$

   b. $16\cos^4 x - 16\cos^2 x + 3 = 0$

   c. $\text{Arccos}\, x = \text{Arccos}\dfrac{3}{5} - \text{Arcsen}\dfrac{4}{5}$, entre 0 y 1.

2. Observe el siguiente rompecabezas. Pida una fotocopia al profesor, corte cada ficha y trate de resolverlo sin ninguna pista.

Si necesita pistas, resuelva las ecuaciones en el intervalo $0 \le x \le 2\pi$ que aparecen en cada ficha. Solucionadas las ecuaciones, busque las respuestas en el cuadro y así se dará cuenta de la posición de cada ficha. Haga los giros necesarios y tendrá el rompecabezas solucionado.


$2 \tan x + 2\sqrt{3} = 0$
$5 \csc x + 5\sqrt{2} = 0$
$\operatorname{sen} x - \csc x = 0$
$\csc^2 x - \cot x = 1$
$\frac{1}{\tan x} + 1 = 0$
$3 \cos x + \operatorname{sen} x = 3$
$\cos x + \frac{1}{2} = 0$
$3 \sec x - 6 = 0$
$3 \tan^2 x - 1 = 0$

$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$
$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$
$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$	0°, 360° 36°52’	$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

Organicemos una mesa redonda para dar respuesta a las siguientes preguntas a manera de evaluación de la competencia «creatividad».

a) ¿Me considero creativo? ¿Por qué?
b) ¿Detectamos algunos compañeros creativos? ¿Quiénes fueron?
c) ¿Cuál actividad considera que fue la más creativa?
d) ¿Cuál es mi actitud frente a la creatividad?

ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA