Instituciones participantes del proyecto

FUNDACIÓN LUKER
COMITÉ DE CAFETEROS DE CALDAS
CORPOEDUCACIÓN
ALCALDÍA DE MANIZALES -SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
INSTITUTO CALDENSE PARA EL LIDERAZGO
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

Educación Media con Profundización en Educación para el Trabajo

MÓDULO DE

TRIGONOMETRÍA

GRADO 10°

UNIDADES 1 y 2

Presentación

La alianza por la Educación Rural de Antioquia ERA tiene el propósito de fortalecer la educación rural en todos los niveles, aportando en términos de cobertura, calidad y pertinencia, con el fin de contribuir significativamente al desarrollo social y económico de las comunidades en sus territorios. Para lograrlo, está implementando un programa de acompañamiento a las instituciones y sus sedes educativas, basado en los principios de las pedagogías activas, que articula todos los niveles educativos hasta llegar a la Universidad en el Campo.

Los principios de las pedagogías activas parten del ser: la persona como centro de un aprendizaje activo y significativo. Pretenden brindar una educación que facilite al individuo desempeñarse en los diferentes aspectos de la vida, ser feliz, proyectarse y ser útil a su comunidad.

El material de interaprendizaje es fundamental para el desarrollo de las pedagogías activas. Este centra el aprendizaje en el estudiante, responde de manera significativa a cada uno de los principios y favorece sustancialmente el desarrollo de competencias. Está compuesto por módulos que contienen guías con las que los estudiantes interactúan, dialogan, y en las que se promueven diferentes formas de trabajo como: trabajo individual, en equipo o en grupo. El trabajo con guías de interaprendizaje propicia la reflexión, el trabajo colaborativo y el desarrollo de la autonomía, a través de momentos que se relacionan y dan significado a los aprendizajes.

Además, los módulos son herramientas que le facilitan al docente su labor como mediador en el proceso de aprendizaje y posibilitan el trabajo en aulas multigrado (varios grados en una misma aula), donde el maestro debe acompañar las diferentes áreas del currículo.

Agradecemos al área de educación del Comité de Cafeteros de Caldas por compartir con las comunidades de Antioquia su experiencia y el material desarrollado; un material diseñado teniendo en cuenta las pautas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional y las necesidades del contexto rural.

Este material no pretende remplazar al maestro y, por el contrario, es una oportunidad para fortalecer su rol dentro del aula de clase y en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Invitamos a los directivos docentes, maestros y estudiantes a utilizar de manera responsable este material, a adoptarlo y adaptarlo como apoyo al desarrollo del plan curricular. Hacerlo, dará mayores oportunidades al desarrollo rural de nuestra región.

era
EDUCACIÓN RURAL
PARA ANTIOQUIA

MÓDULO DE

TRIGONOMETRÍA

GRADO 10°

Autor
Trigonometría

Hernando Acevedo Ríos
Licenciado en Educación Matemáticas - Física

Asesoría y coordinación

Mg. Rubiel Trujillo Arias
Licenciado José Raúl Ospina O.

Presentación

El presente módulo de interaprendizaje para grado 10º hace parte de la estrategia de ampliación de cobertura en educación media para el área rural del departamento de Caldas. Este material pedagógico, el cual sigue los principios y fundamentos del Programa Escuela Nueva, ofrece los contenidos generales del área de Trigonometría de acuerdo con los estándares curriculares y promueve en los estudiantes el desarrollo de competencias laborales generales, las cuales les permitirán desempeñarse exitosamente en su vida productiva futura.

El diseño de este material se realizó en el marco del Proyecto de **EDUCACIÓN MEDIA CON PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARA EL TRABAJO** adelantado por el Comité de Cafeteros de Caldas, con el importante concurso de la FUNDACIÓN LUKER, quien aportó el capital semilla para el diseño y puesta en marcha de la propuesta de educación media para el área rural del departamento de Caldas, Corpoeducación, el Instituto Caldense para el Liderazgo, la Universidad Autónoma y la Secretaría de Educación de Manizales, éstas últimas instituciones pusieron a disposición del proyecto su experiencia en el desarrollo de proyectos educativos, orientados hacia la educación para el trabajo.

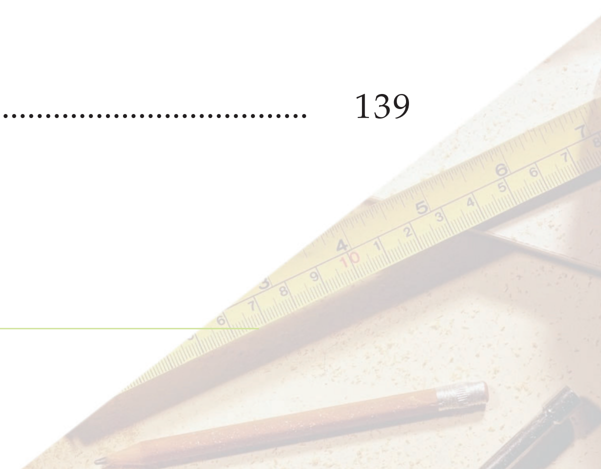
Esta primera versión de módulos para grado 10^0 debe considerarse como material de prueba y por lo tanto estará sujeto a las modificaciones que se requieran, tanto en contenido como en presentación.

Agradecemos al autor por sus conocimientos, dedicación y esfuerzo puesto en el diseño del presente módulo de interaprendizaje con Metodología Escuela Nueva.

ELSA INÉS RAMÍREZ MURCIA
Coordinadora Programas de Formación y Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

CONTENIDO

TRIGONOMETRÍA



UNIDAD 1

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

LOGROS

- ✓ Actualiza presaberes de Matemáticas, Álgebra y Geometría.
- ✓ Identifica las relaciones trigonométricas de cualquier ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- ✓ Reconoce el círculo trigonométrico e identifica funciones de ángulos notables, cuadrantes, signos y variaciones.
- ✓ Representa gráficamente las funciones trigonométricas.
- ✓ Reconoce las funciones trigonométricas inversas, construye sus gráficas y deduce sus propiedades principales.
- ✓ Participa activa y responsablemente dentro de un equipo de trabajo (TRABAJO EN EQUIPO).
- ✓ Usa adecuadamente la información para enfrentar soluciones (GESTIÓN DE LA INFORMACIÓN).
- ✓ Evalúa y compara sus procesos con otros similares, para innovar y mejorar (REFERENCIACIÓN COMPETITIVA).
- ✓ Toma decisiones en forma acertada y oportuna (TOMA DE DECISIONES).
- ✓ Reconoce y aplica las tecnologías apropiadas para desarrollar diferentes actividades (MANEJO TECNOLÓGICO).
- ✓ Desarrolla las habilidades comunicativas de manera integral (COMUNICACIÓN).

Guía 1

¿ESTOY PREPARADO PARA APRENDER TRIGONOMETRÍA?

Indicadores de logros

- ✓ Realiza operaciones básicas con enteros e identifica sus propiedades.
- ✓ Suma, resta, multiplica y divide números racionales.
- ✓ Aplica los conceptos básicos de Matemáticas para plantear y resolver problemas.
- ✓ Identifica las propiedades de las figuras geométricas básicas.
- ✓ Concierta con el equipo los objetivos y métodos de trabajo (TRABAJO EN EQUIPO).
- ✓ Propone y aplica alternativas para potenciar el trabajo en su grupo de compañeros.
- ✓ Evalúa los logros obtenidos.
- ✓ Propone estrategias para mejorar el trabajo en equipo.
- ✓ Comparte la información y experiencia con los demás.
- ✓ Se adapta a cualquier tipo de equipo.
- ✓ Coopera con los otros para lograr los resultados del equipo, sin la mediación de compromisos particulares o personales.
- ✓ Asigna y asume los diferentes roles y compromisos del equipo.

¿Estoy preparado para aprender Trigonometría?

Para responder esta pregunta debo hacer un análisis de mis presaberes y qué mejor que hacer un repaso de algunos temas básicos: operaciones con enteros, racionales, irracionales, conceptos básicos de Álgebra y Geometría.

A ¿QUÉ SABEMOS SOBRE NÚMEROS ENTEROS?

En esta primera guía se desarrollará la competencia TRABAJO EN EQUIPO o sea la capacidad para aportar e interactuar en el logro de objetivos que se asumen colectivamente y se manifiesta con la participación activa y responsable de cada uno de los integrantes del subgrupo.

Antes de iniciar el trabajo, debemos nombrar un coordinador de mesa con las siguientes funciones:

a) Moderar el uso de la palabra.
b) Mantener activa la participación de todos.
c) Dirigir el trabajo, leyendo y ejecutando las instrucciones.
d) Resumir las conclusiones.

Los otros alumnos participan activamente y más adelante cualquier estudiante podrá hacer las veces de coordinador de mesa.
El coordinador leerá las siguientes instrucciones:

1. Resuelva en el cuaderno los siguientes ejercicios.

a. $7 + (-15)$	b. $-9 + 5$	c. $-11 + (-6)$
d. $-12 + 23$	e. $(-7)(6)$	f. $(-9)(-8)$
g. $(4)(-17)$	h. $36 \div (-9)$	i. $(-60) \div 12$
j. $(-104) \div (-13)$	k. -2^4	l. $(-3)^2$
m. $\sqrt[4]{81}$	n. $\sqrt{36+64}$	ñ. $\sqrt{3^3 + 2(3)^3}$

2. Compare las respuestas con todos los compañeros del subgrupo.

3. Resuelva en el cuaderno los siguientes ejercicios.

a. $\frac{2}{3}+\frac{5}{9}=$

b. $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=$

c. $\frac{6}{8}+\frac{3}{12}=$

d. $-\frac{7}{4}\times\frac{14}{20}=$

e. $\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-\frac{6}{10}\right)=$

f. $\frac{8}{15}\times\left(-\frac{5}{12}\right)=$

g. $2\frac{1}{3}\times 1\frac{7}{4}=$

h. $\left(-3\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{10}{8}\right)=$

i. $10\frac{2}{4}\div\frac{14}{16}=$

ES CONVENIENTE HACER UN RESUMEN DE NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES

Como uno de los propósitos del equipo es de procurar que todos sus miembros, logren un repaso concienzudo, cada miembro se comprometerá según sus capacidades, a orientar, explicar y ayudar a los compañeros con algunas dificultades.

Leo y analizo, con mis compañeros de subgrupo, el siguiente contenido y lo consigno en el cuaderno.

<u>**Conjunto de los Números Enteros**</u> Está compuesto por el cero, los naturales y los enteros negativos.

Z = {..., - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4,...} = **N U {0} U Z** $^{-}$

Números enteros

Suma

Para sumar dos enteros positivos, sumo los valores absolutos y el resultado es un entero positivo. Ejemplo: 7 + 5 = 12

Si los dos números enteros son negativos sumo los valores absolutos y el resultado es un entero negativo. Ejemplo: - 5 + (- 10) = - 15

Si los dos números enteros tienen diferente signo, resto los valores absolutos y el resultado lleva el signo del número de mayor valor absoluto.
Ejemplo: - 21 + 8 = -13

Resta

Para restar dos números enteros sumo el minuendo con el opuesto del sustraendo. Ejemplo: $14 - 30 = 14 + (-30) = -16$; $-20 - (-7) = -20 + 7 = -13$

Multiplicación

Para multiplicar dos números enteros tengo en cuenta la ley de los signos: $+ \times + = +$; $- \times - = +$; $- \times + = -$; $+ \times - = -$. El producto de dos números es positivo si los dos factores tienen igual signo y es negativo si los dos factores tienen signo diferente.
Ejemplo: $7 \times 6 = 42$; $(-8) \times (-9) = 72$; $6 \times (-8) = -48$; $-4 \times 12 = -48$

División

Para dividir enteros aplico la misma ley de los signos que en la multiplicación. El cociente de dos números enteros positivo o de dos números enteros negativos es siempre positivo. Ejemplo: $40 \div 8 = 5$; $(-63) \div (-9) = 7$

El cociente de dos números enteros de signo diferente es siempre negativo. Ejemplo: $(-52) \div 4 = -13$; $36 \div (-12) = -3$

Potenciación

Es el producto de factores iguales: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a$ (n veces)
Ejemplo: $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$; $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
$-2^5 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -32$

Radicación

Es una operación inversa a la potenciación que permite hallar la base conociendo el exponente y la potencia.

Ejemplo: $\sqrt[4]{81} = \pm 3$ porque $3^4 = 81$ y $(-3)^4 = 81$

La raíz par de un número positivo tiene dos signos (+) y (-).
La raíz par de un número negativo no se puede hallar.
La raíz impar de un número negativo es negativa.

Ejemplos: $\sqrt{16} = \pm 4$; $\sqrt{-4}$ = no se puede; $\sqrt[3]{-8} = -2$; $\sqrt[3]{27} = 3$

EJERCICIO. Tome un juego de «PIÉNSALO» y resuelva el siguiente ejercicio:

1 -3 + 6 =	2 - 7 - (- 8) = - 7 + 8	3 9 + (- 5)+ 3 =	4 5 + (- 3) =	5 - 6 - 4 = - 6 + (- 4) =	6 - 3 + (- 8) =
7 6 - 18 = 6 + (- 18) =	8 4 + (- 9)	9 12 - 6 = 12 + (- 6) =	10 - 3 + (- 2) +1=	11 5 + 8 - 4 = 5 +8 + (- 4) =	12 - 7 + 10 - 11 =

A - 10	B 9	C - 11	D 1	E - 12	F - 4
G 6	H 7	I - 5	J - 8	K 3	L 2

Continúo con el análisis del contenido y lo consigno en el cuaderno.

Conjunto de los números racionales

Es el conjunto de los números de la forma $\frac{p}{q}$, donde p y q son enteros y q es diferente de cero.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p,q \in Z \wedge q \neq O \right\}$$

Suma - Resta

Para sumar o restar fracciones con el mismo denominador, sumo o resto los numeradores y coloco el mismo denominador. Luego simplifico la fracción.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Ejemplo: $\frac{3}{7} - \frac{6}{7} = \frac{3 - 6}{7} = - \frac{3}{7}$

Para sumar fracciones con diferente denominador, hallo el MCM de los denominadores, amplifico cada fracción para que queden con ese común denominador (MCM) y los sumo o resto como en el caso anterior.

Ejemplo: $-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$ M.C.M (6,8) = 24

$$-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=\frac{-20+9}{24}=-\frac{11}{24}$$

También puedo aplicar la fórmula $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$ y simplificar la fracción resultante.

Ejemplos: $-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=\frac{(-5)(8)+(6)(3)}{(6)(8)}=\frac{-40+18}{48}=-\frac{22}{48}=-\frac{11}{24}$

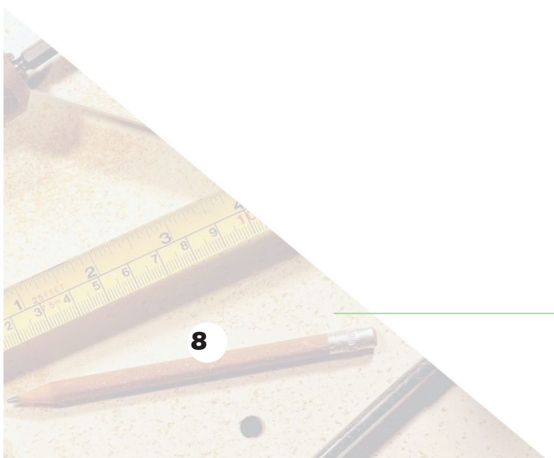
$$\frac{4}{9}-\frac{5}{6}=\frac{(4)(6)-(9)(5)}{(9)(6)}=\frac{24-45}{54}=\frac{24+(-45)}{54}=\frac{-21}{54}=\frac{-7}{18}=-\frac{7}{18}$$

Multiplicación

Para multiplicar fracciones, multiplico los numeradores para obtener el numerador del producto y multiplico los denominadores para obtener el denominador del producto. Luego simplifico el resultado.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

Ejemplo: $\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{8}\right)=-\frac{12}{40}=-\frac{3}{10}$



División

Para dividir fracciones multiplico la primera fracción por el recíproco de la segunda. Luego simplifico el resultado.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Ejemplo: $\left(-\frac{6}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{15}\right) = \left(-\frac{6}{9}\right) \times \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{90}{36} = \frac{5}{2} = 2\,\frac{1}{2}$

COMPRUEBO LO APRENDIDO

Con mis compañeros de subgrupo, utilizo el «JUEGO DE LOS DÍGITOS», para resolver los siguientes ejercicios, usando los números del 2 al 9, sin repetir, para llenar los espacios en blanco, de tal manera que cada operación sea correcta . No olvido compartir mi experiencia con mis compañeros de trabajo.

a) $\frac{1}{\square} + \frac{1}{4} = \frac{1}{\square}$ $\qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{2}{9} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$ $\qquad \frac{5}{\square} + \frac{1}{7} = \frac{\square}{7}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$ $\qquad \frac{\square}{4} - \frac{9}{8} = \frac{9}{\square}$

$\frac{\square}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{\square}$ $\qquad \frac{\square}{12} - \frac{\square}{12} = \frac{1}{12}$

c) $\frac{1}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{\square}{\square}$ $\qquad$ $\frac{\square}{\square} \times \frac{2}{1} = \frac{5}{3}$

$\frac{1}{12} \times \frac{\square}{1} = \frac{\square}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{6} \times \frac{\square}{1} = \frac{\square}{2}$

d) $\frac{4}{\square} \div \frac{\square}{1} = \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{\square}{3} \div \frac{6}{1} = \frac{\square}{6}$

$\frac{5}{2} \div \frac{\square}{1} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{\square}{8} \div \frac{\square}{9} = \frac{7}{\square}$

Continúo, en equipo, con el repaso, lo consigno en el cuaderno y realizo los ejercicios.

Conjunto de los números reales

Esta compuesto por el conjunto de los números racionales y el conjunto de los irracionales o sea de los números de infinitas cifras no periódicas.

Propiedades

R es un conjunto denso y continuo (Completa la recta)

En **R** son siempre posibles las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

No es posible dividir por cero, 0^0 y la radicación de índice par y radicando negativo.

Propiedades de la Potenciación y Radicación

Si a,b $\in$ **R** y n,m $\in$ **Z**$^+$, entonces:

a. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

b. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

c. $(a^m)^n = a^{mn}$

d. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$; $b \neq 0$

e. $(ab)^n = a^n b^n$

f. $a^0 = 1$; $a \neq 0$

g. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$; $a \neq 0$

h. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

i. $\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a$

j. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

k. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\quad b \neq 0$

l. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

m. $\dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}$

EJEMPLOS. Efectuar las potencias y radicales.

a) $2^2 \cdot 2^3 = 2^5 = 2x2x2x2x2 = 32$

b) $\dfrac{5^8}{5^5} = 5^{8-5} = 5^3 = 5x5x5 = 125$

c) $(3^2)^{-1} = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

d) $\dfrac{3^6}{3^6} = 3^{6-6} = 3^0 = 1$

e) $\sqrt{9 \text{ x } 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3x5 = 15$

f) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

g) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{64}} = \dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{64}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{4^3}} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

Tomo del CRA un juego de «PIÉNSALO» y resuelvo el siguiente ejercicio.

1 $3^2 . 3$	2 $2^3 . 2^4$	3 $\frac{4^5}{4^2}$	4 $\frac{10^5}{10^8}$	5 $\frac{6^2 \times 6^3}{6^5}$	6 $(5^2)^{-1}$
7 $\frac{(2^3 . 2^{-1})^0}{9}$	8 $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$	9 $\sqrt{81 \times 25}$	10 $\sqrt[3]{\frac{-3^6}{5^9}}$	11 $\sqrt{200}$	12 $\sqrt[3]{\sqrt[3]{-512}}$

A $\frac{1}{1000}$	B 27	C 64	D $+ 45$	E $\frac{1}{25}$	F 128
G $-\frac{9}{125}$	H $\frac{1}{9}$	I 1	J $10\sqrt{2}$	K $\frac{4}{9}$	L $- 2$

Continúo con el repaso de números irracionales y lo consigno en el cuaderno.

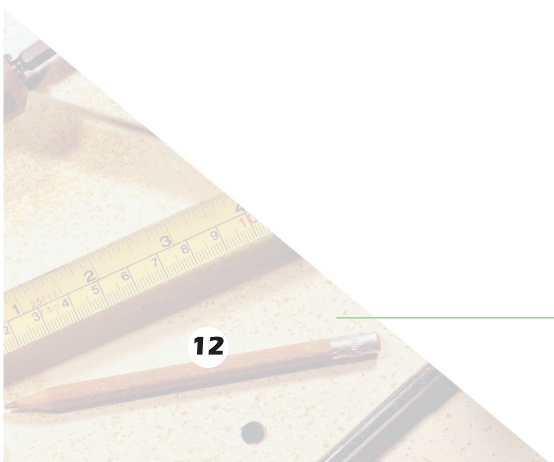
Números irracionales

Es el conjunto de números con infinitas cifras decimales no periódicas.

Ejemplo: 1.4142...; $\sqrt{3} = 1.732...$; $\pi = 3.141592...$; 5.12739...; $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1.4142}$

Racionalización

Racionalizar es quitar los radicales del denominador.



Analizo los siguientes ejemplos. Planteo y resuelvo en mi cuaderno tres ejercicios similares y los presento al profesor.

a) $$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

b) $$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

c) $$\frac{7}{\sqrt{7}-2} = \frac{7}{(\sqrt{7}-2)} \cdot \frac{(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}+2)} = \frac{7\sqrt{7}+14}{(\sqrt{7})^2 - 2^2} = \frac{7\sqrt{7}+14}{7-4} = \frac{7\sqrt{7}+14}{3}$$

Compruebo lo aprendido

Como uno de los propósitos de trabajar en equipo es evaluar los logros obtenidos para mejorar, planteamos diez preguntas para ser resueltas por otro subgrupo. Nuestro subgrupo también debe responder las diez preguntas que nos plantee otro subgrupo. Socializamos las respuestas con el profesor.

Amigos, ahora hablemos de álgebra

Una expresión algebraica es una combinación de símbolos representativos de números reales, mediante las operaciones suma, diferencia, producto y cociente.

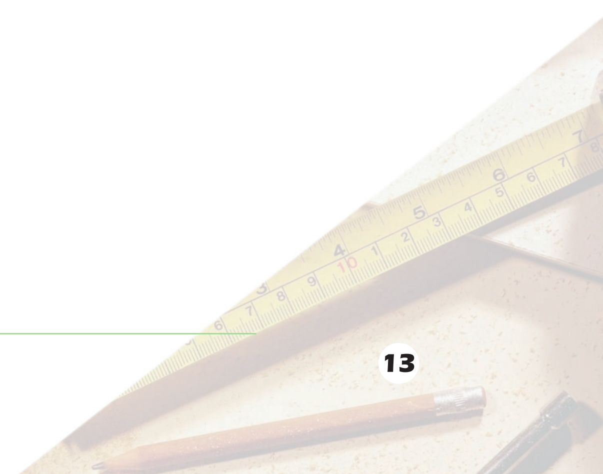
Tomo del CRA una caja de «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» y resuelvo los siguientes ejercicios, basados en la explicación del profesor. Los consigno en mi cuaderno.

1. Sumar

a) $(5x^2 - 4x + 2) + (-3x^2 + 10x - 6)$
b) $(-9x^2 + 7) + (5x^2 - 8)$
c) $(7 - 2x + 4x^2) + (-10 - 3x - 8x^2)$
d) $(8x^2 - 4x - 3) + (x^2 + 10x + 12)$
e) $(6 + 6x - 6x^2) + (7x^2 - 4x - 11)$

2. Restar

a) $(2x^2 - 3x - 5) - (4x^2 + 6x + 9)$
b) $(-3 + 7x + 8x^2) - (4 - 3x + 10x^2)$
c) $(7x^2 + 4) - (-3x + 2) - (4x^2 + 5x - 3)$
d) $(12x - 4x^2 - 10) - (4 - 6x + 8x^2)$
e) $(2x^2 - 3x^2 + 5x^2) - (-2x - 6x + 14x) - (-9 + 8 - 3)$



Analizo con mis compañeros de equipo el siguiente contenido y lo consigno en mi cuaderno.

Productos Notables

Si $x, y \in \mathbf{R}$, entonces se cumple

$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

$(x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$

$(x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2) = x^3 \pm y^3$.

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

Propiedades de las Ecuaciones

Si $a = b$ entonces $a + c = b + c$

Si $a = b$ entonces $a - c = b - c$

Si $a = b$ entonces $ac = bc$

Si $a = b$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, $c \neq 0$

Ecuación Lineal

La ecuación lineal se define mediante el conjunto: $L = \{ (x, y) \in R \mid y = mx + b;$ m y b constantes$\}$, el cual representa una recta en el plano cartesiano.

Resolver el sistema de ecuaciones:

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

es encontrar el punto de intersección de las rectas que representan, si ellas no son paralelas. Si son paralelas el sistema es incompatible.

Ecuación Cuadrática

La expresión $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$, se llama ecuación general de segundo grado en la incógnita x o ecuación cuadrática.

La fórmula general para la solución de la ecuación es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tomo del CRA el material «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» y resuelvo los siguientes ejercicios:

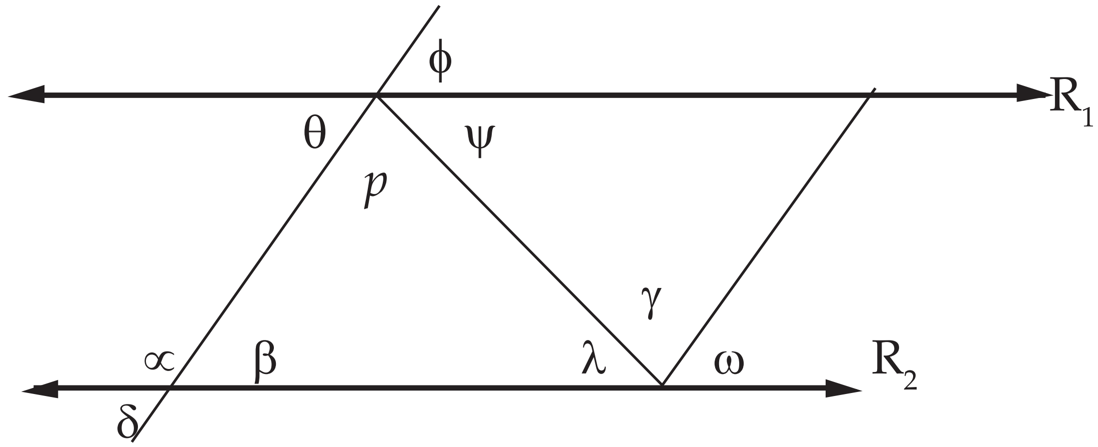
1. **Efectúo los productos:**
   a) $(x + 3)^2 =$
   b) $(x - 4)^2 =$
   c) $(x + 2)^3 =$
   d) $(x - 2)^3 =$
   e) $(x - 5)(x + 5) =$
   f) $(x + 3)(x - 4) =$
   g) $(2x + 1)(x - 3) =$
   h) $(3x - 1)(4x - 2) =$

2. **Resuelvo las siguientes ecuaciones o sistemas de ecuaciones:**
   a) $8x - 12 = 20$
   b) $3x + 7 = 22$
   c) $4x + 9 = -7$
   d) $x - y = 6;\ 2x + y = 3$
   e) $3x - y = 21;\ 2x + y = 4$
   f) $x^2 + 11x + 24 = 0$
   g) $x^2 - 2x - 15 = 0$

Recordemos los conceptos básicos de geometría

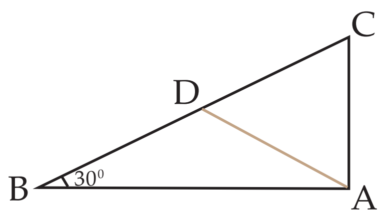
Antes de iniciar el análisis de los conceptos básicos de Geometría, definamos entre todos las estrategias de trabajo para sacar el mayor provecho a este repaso. Una buena idea es hacer una gráfica de los conceptos dados o dar ejemplos diferentes a los que aparecen en las definiciones.

* Si dos segmentos o dos ángulos son congruentes, entonces tienen igual medida.
* Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180^0 y complementarios si la suma es 90^0.
* En un triángulo isósceles la bisectriz a la base es mediana y altura y los ángulos de la base son congruentes.
* De acuerdo con la figura, si $R_1 \,//\, R_2$, podemos decir:



a) Los ángulos alternos internos son congruentes. Ejemplo: $<\lambda = <\psi$
b) Los ángulos alternos externos son congruentes. Ejemplo: $<\delta = <\phi$
c) Los ángulos correspondientes son congruentes. Ejemplo: $<\beta = <\phi$
d) El ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes. Ejemplo: $\propto = p + \lambda$
e) La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180^0: $\beta + p + \lambda = 180^0$
f) Los ángulos consecutivos interiores son suplementarios: $\propto + \theta = 180^0$

* En un triángulo ABC rectángulo en A.



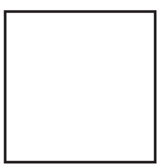
a) Si D es el punto medio de BC, entonces AD = CD = BD
b) Si m $B = 30^0$, entonces $AC = \frac{1}{2} BC$ (Teorema 30^0 - 60^0 - 90^0)

c) $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$. El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (Teorema de Pitágoras)

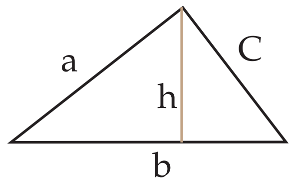
Comparto con mis compañeros de subgrupo la información sobre áreas y resuelvo los ejercicios propuestos.

* Área de algunas regiones planas.

a)Rectángulo  A=bh b=Base h=Altura

b)Cuadrado  $A = LxL = L^2$ L=Lado

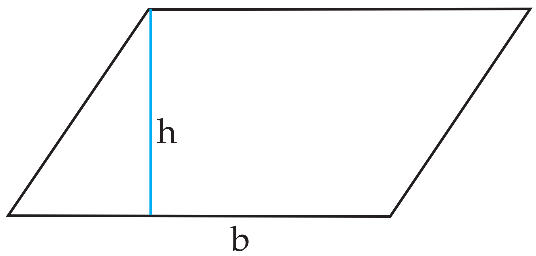
c) Triángulo



$$A = \frac{b \, . \, h}{2}$$

b = Base
h = Altura

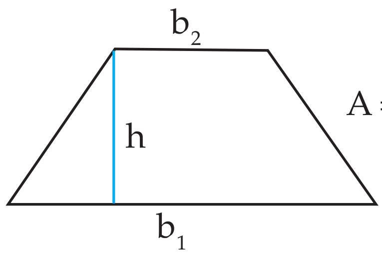
d) Paralelogramo



$A = b \, . \, h$

b = Base
h= Altura

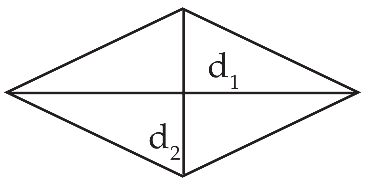
e) Trapecio



$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \, . \, h$$

b_1 = Base mayor
b_2 = Base menor
h = Altura

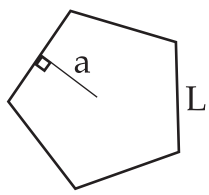
f) Rombo



$$A = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

d_1 = Diagonal mayor
d_2 = Diagonal menor

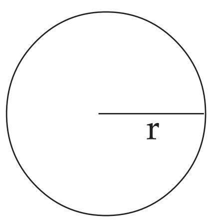
g) Polígono Regular



$$A = \frac{p \, . \, a}{2}$$

p = perímetro
a = apotema

h) Círculo

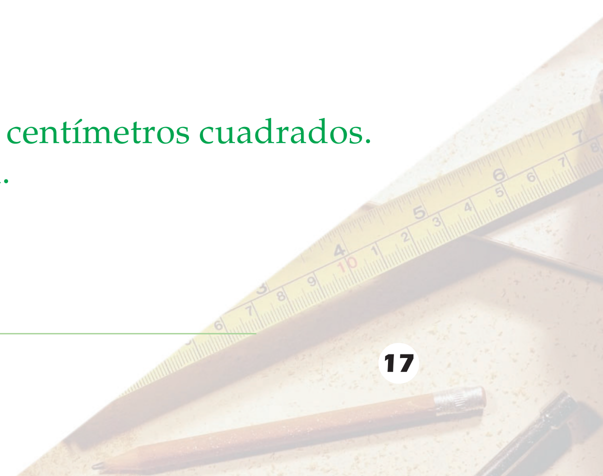


$A = \pi r^2$

r = radio

Ejercicio

* Tome las medidas a cada figura y halle el área en centímetros cuadrados.
* Asocie cada figura con un ejemplo de la vida real.



Concluido el repaso, identificamos las dificultades principales en algunos miembros del equipo, proponemos con la ayuda del líder, un plan de mejoramiento, para corregir las deficiencias detectadas.

D APLICACIONES

Con mis compañeros de subgrupo, analizamos y resolvemos las siguientes situaciones de la vida diaria. Escribimos en el cuaderno el procedimiento para llegar a la respuesta. El coordinador de mesa dirigirá la actividad.

1. Don Antonio cumple 71 años el mismo día que su hijo Óscar cumple 34 años. ¿Dentro de cuantos años don Antonio tendrá el doble de la edad de Óscar?

2. Se desea sembrar árboles de naranja en un terreno que mide 3 Ha. Si para cada naranjo se necesita un área de 16 m^2. ¿Cuántos árboles de naranjo se pueden sembrar?

3. Si tres terneros se alimentan durante 20 días con el pasto que contiene un corral cuadrado de 50 m de lado. ¿Cuántos días se pueden alimentar 5 terneros de igual edad, en otro corral cuadrado de iguales condiciones y cuyo lado mide el triple del lado del corral inicial?

4. Una pelota se deja caer desde una altura de 8 m. Si cada vez rebota la mitad de la altura anterior desde la cual ha caído la vez anterior, ¿Cuántos centímetros de altura alcanzará después del 5º rebote?

5. En la mitad del terreno de una finca se siembra pasto, en la tercera parte de lo que queda se siembra café y en las tres quintas partes del resto se siembra maíz. ¿Qué parte de la finca queda sin sembrar?

6. Un trabajador debe depositar una carretilla de abono al pie de cada uno de 10 árboles que están alineados a 6 metros de distancia el uno del otro. Si el abono se encuentra 10 metros antes del primer árbol, al concluir el trabajo y regresar la carretilla al lugar del abono, ¿Cuántos metros ha recorrido el trabajador?

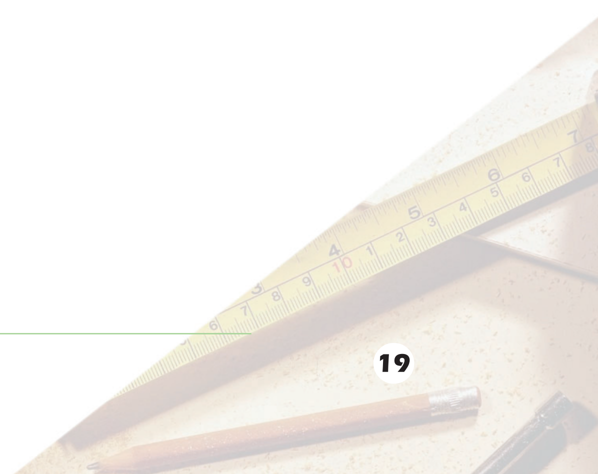
Resueltos los problemas planteados, intercambiamos a varios miembros del subgrupo, con otros subgrupos para socializar nuestras experiencias y tener así la oportunidad de trabajar con equipos diferentes.

E COMPLEMENTACIÓN O AMPLIACIÓN

* Tome las fichas de dígitos y realice los ejercicios indicados por el profesor.

* Visite la sala virtual, utilice el CD «EL ÁLGEBRA ES UN JUEGO» y siga las instrucciones dadas por el profesor.

* Si tiene los medios, visite la página de DESCARTES y consulte los temas que necesita reforzar.



ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA