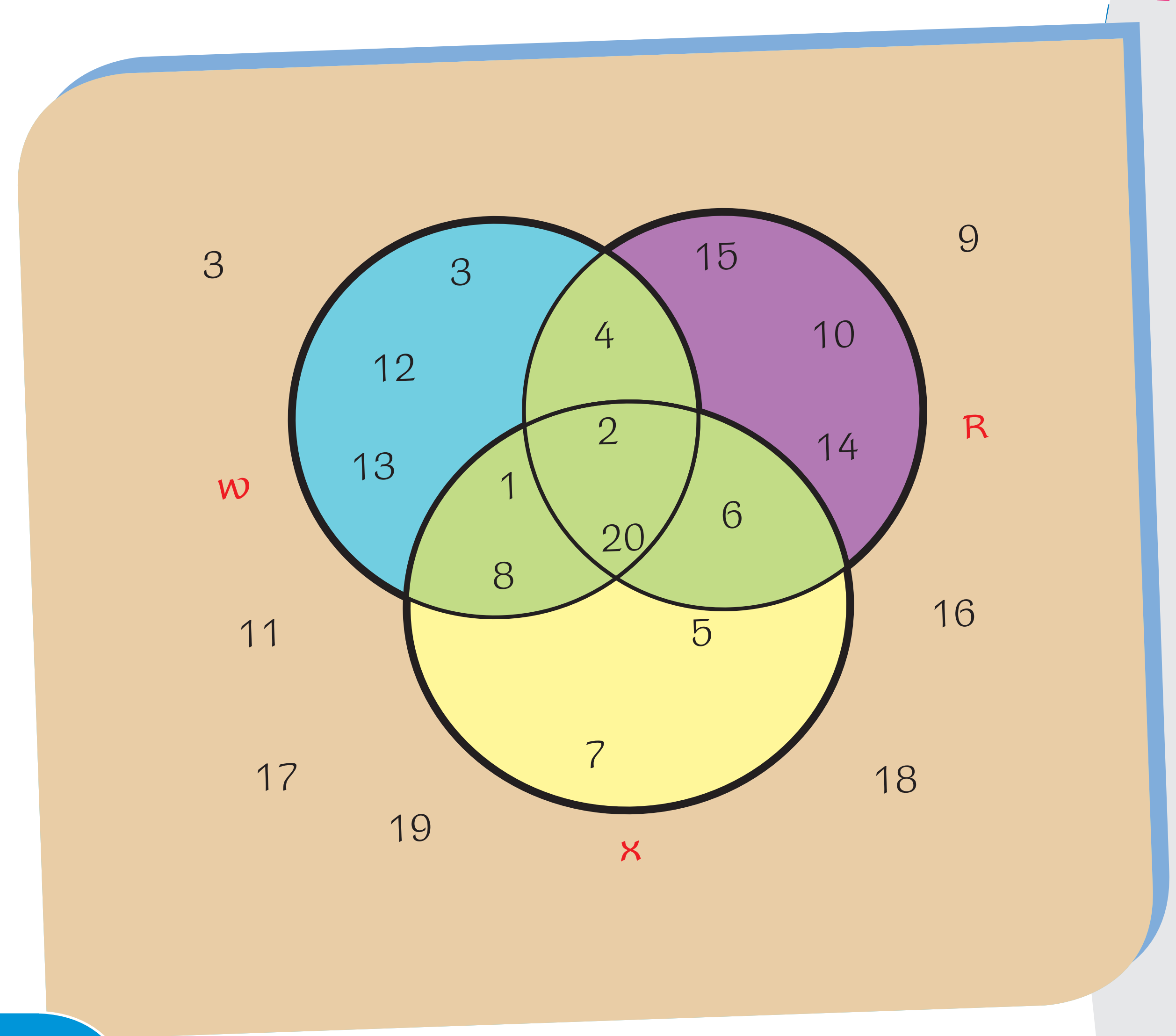
Glosario

- **Congruencia:** Dos figuras geométricas, se dicen que están en congruencia o son congruentes si tienen el mismo tamaño y sus lados comparados dos a dos son iguales.
- **Idéntico:** Que es lo mismo que otra con que se compara.
- **Figura:** Línea o conjunto de líneas con que se representa un objeto.
- **Parecido:** Cuando un objeto tiene determinada apariencia o aspecto de otro.
- **Semejanza:** Una figura: es distinta de otra sólo por el tamaño y cuyas partes guardan todas respectivamente la misma proporción.

Guía 5

Avanzando en técnicas de conteo



Indicadores de Desempeño

Conceptual
Identifica situaciones de la combinatoria en diferentes eventos aleatorios.

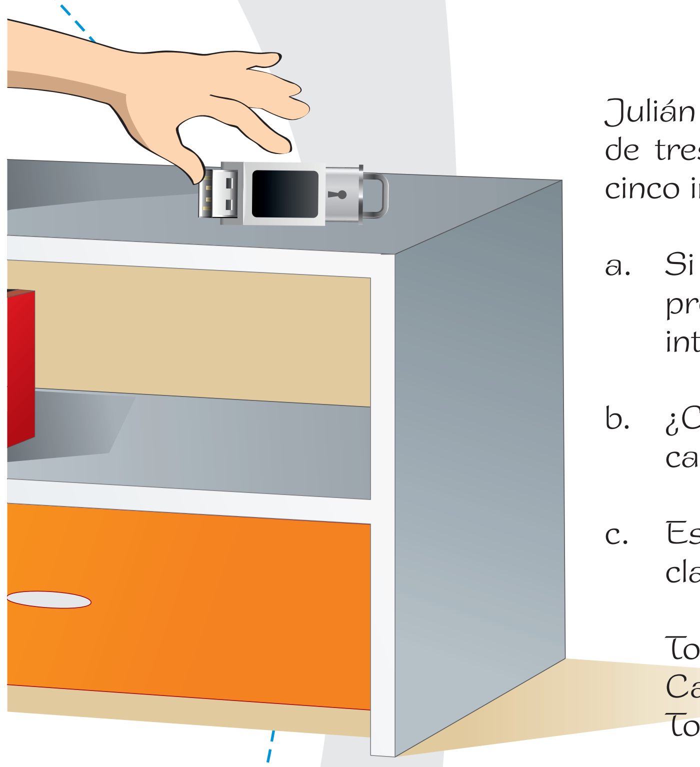
Procedimental
Interpreta situaciones de la combinatoria en diferentes eventos aleatorios.

Actitudinal
Respeta las normas de conteo que se emplean.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes preguntas a partir de la situación dada:



Julián tiene un candado en su USB que se abre con una clave de tres números entre 0 y 9. En caso de olvidársele tiene cinco intentos para averiguarlo sino se daña la memoria.

a. Si una persona encuentra esta USB, ¿cuál es la probabilidad de que pueda abrir el candado en el primer intento?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la misma persona abra el candado en los cinco intentos?

c. Escribo las posibles combinaciones que puede tener la clave del candado si tiene las siguientes características:

Todos sus dígitos son pares.
Cada digito es menor de una unidad del otro.
Todos sus dígitos son iguales.

TRABAJO POR PAREJAS

2. Resolvemos las siguientes situaciones:

a. Una persona compró a $2 000 una boleta de dos cifras en la que se rifa $ 100 000 y que juega con una de las loterías del país. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona se gane el dinero? Si la persona decide comprar diez boletas, ¿que probabilidad tiene de ganarse el dinero?, ¿si se justifica la inversión?

b. Si María tiene 7 camisas de diferentes modelos y 5 pantalones de diferente color. ¿De cuántas maneras distintas se puede vestir? y ¿si uno de sus pantalones es verde de cuántas maneras lo puede usar?

3. Invitamos al profesor para compartir con él las actividades desarrolladas.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Con la ayuda de un integrante del equipo realizamos la siguiente lectura y registramos por escrito los conceptos más relevantes.

El propietario de una finca en la que se cultiva café, necesita de 10 personas (5 hombres y 5 mujeres) que se encargarán de varias funciones con relación a cultivar, cuidar y recolectar café. Después de haber hecho la solicitud al propietario, le envían 9 hojas de vida de género masculino y 6 de género femenino. ¿Cuántas maneras tiene el propietario para elegir los 5 hombres? y ¿de cuántas maneras las 5 mujeres?

Para determinar de cuántas maneras se puede elegir las mujeres:

Se sabe que 6 mujeres enviaron su respectiva hoja de vida, sólo se disponen de 5 puestos. Para elegir la mujer que ocupará el puesto 1, el propietario de la finca tiene 6 candidatas.

Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3	Puesto 4	Puesto 5
6				

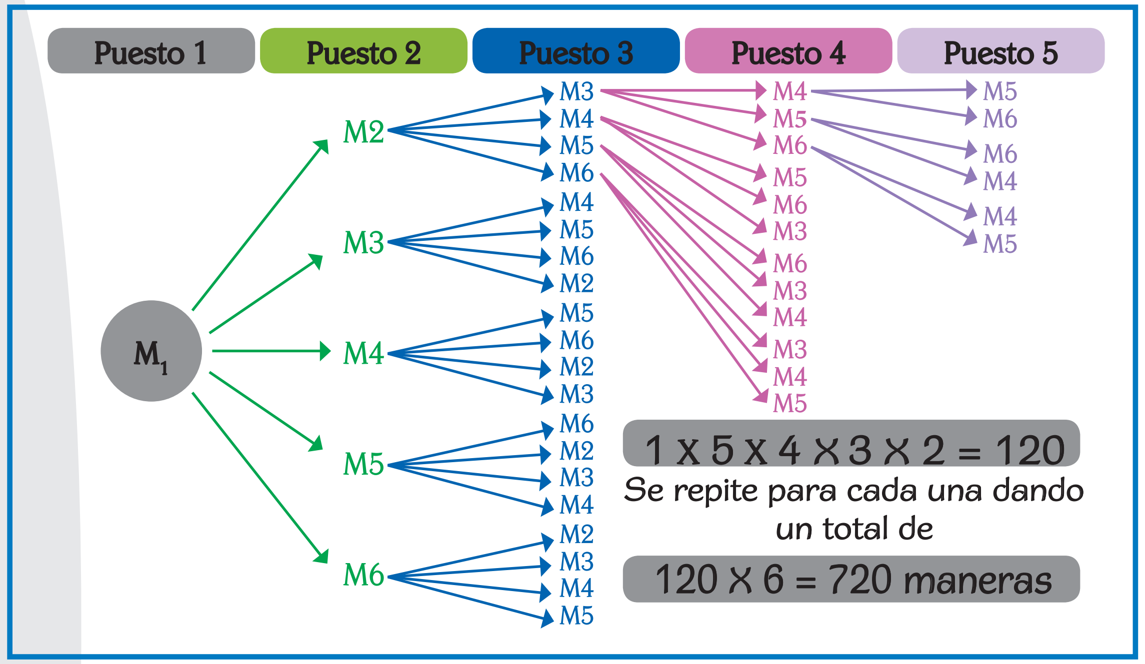
Luego para elegir quién ocupará el puesto 2, se puede contar con 5 candidatas debido a que en el puesto 1 ya se eligió la mujer para ese trabajo.

Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3	Puesto 4	Puesto 5
6	5			

En este punto ya se han elegido las trabajadoras para el puesto 1 y el puesto 2, lo que indica que para el puesto 3 se puede disponer sólo de 4 mujeres; y siguiendo el mismo esquema, se dispone de 3 mujeres para el puesto 4, y luego se dispone de 2 mujeres para el puesto 5

Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3	Puesto 4	Puesto 5
6	5	4	3	2

Otra forma de representar esta combinación es utilizando el diagrama de árbol, que permite determinar las maneras posibles de elegir a las mujeres, debido a que son 6 mujeres para cinco puestos, solo se mostrará cuando en el diagrama se selecciona sólo la mujer uno (M1).



Entonces la cantidad de arreglos que puede hacer para elegir a cinco mujeres es: 6×5×4×3×2=720 formas de elección.

Para determinar de cuántas maneras se puede elegir los hombres:

El problema también indica que 9 hombres enviaron sus hojas de vida para aspirar a los cinco puestos disponibles. Para elegir la primera persona cuenta con 9 hombres, y luego cuenta con 8 candidatos y sucesivamente quedarán 7 aspirantes, 6 para el cargo y 5 para el puesto.

Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3	Puesto 4	Puesto 5
9	8	7	6	5

Entonces la cantidad de arreglos que puede hacer para elegir a cinco hombres es:

9×8×7×6×5=15 120 formas de elección.

Permutación

Una permutación se define como cada una de las ordenaciones o arreglos posibles de una cantidad fija de elementos. Las anteriores situaciones de determinar cuántas maneras distintas para seleccionar 5 mujeres de 6, para 5 puesto como seleccionar de 9 hombres, 5 para 5 puestos; son situaciones de permutación.

En este caso, importa el orden y se repite elementos de un arreglo a otro pero tienen distinto orden, por ejemplo:

Se puede tener esta selección para los cinco puestos:

Opción$_1$= $\{M_1,M_3,M_5,M_4,M_6\}$

o esta otra:

Opción$_2$= $\{M_3,M_4,M_6,M_1,M_5\}$

Se repiten los elementos pero el orden es distinto ya que la M_1 se seleccionó en el primer puesto en la primera opción y la M_3 en la segunda opción.

Como algunos cálculos se complejizan cuando es mayor a 4 elementos, se utiliza la siguiente fórmula para determinar la cantidad de arreglos de una cantidad de elementos (n) tomados de un grupo (r) con mayor o

$$\boxed{P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

igual cantidad de elementos (r≤n).
Se recuerda que n! se lee **"el factorial de n"** o ·"n factorial"

Este se define como la multiplicación de n por todos los enteros positivos anteriores a él, es decir:

$$n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 2\times 1$$

y los factoriales

0!=1
1!=1

Si aplicamos la fórmula de permutación a la situación a anterior, se tiene:

$$P(6,5) = \frac{6!}{(6-5)!} = \frac{6!}{1!} = \frac{6 X 5 X 4 X 3 X 2 X 1}{1} = \frac{720}{1} = 720$$

En el caso de las mujeres n = 6 mujeres candidatas, y r = 5 número de puestos para seleccionar a 5 mujeres para ellos:

$$P(9,5) = \frac{9!}{(9 \times 5)!} = \frac{9!}{4!} = \frac{9 X 8 X 7 X 6 X 5 X 4 X 3 X 2 X 1}{4 X 3 X 2 X 1} = \frac{362\ 880}{24} = 15\ 120$$

En el caso de los hombres, ellos tienen n= 9 candidatos y r=5 es el número de puestos a seleccionar personas seleccionadas.

2. Determinemos el valor de cada factorial:

a.	6!	f.	5! ÷4!
b.	4!	g.	6!+2!
c.	3!	h.	4! ÷3!
d.	3! ×4!	i.	5! ÷4!
e.	6!–2!	j.	(3!–2!)!

3. Resolvemos en el cuaderno los siguientes ejercicios que involucran permutaciones:

a.	P(7,7)	e.	P(5,4)
b.	P(2,0)	f.	P(5,2)
c.	P(4,3)	g.	P(5,0)
d.	P(9,8)		

4. Resolvemos las siguientes situaciones utilizando el diagrama de árbol y la formula:

   a. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 4 camisas en 2 ganchos?

   b. ¿De cuántas maneras se pueden organizar 4 balones en 3 casilleros?

   c. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 3 personas en 7 sillas?

5. Le solicitamos respetuosamente a un compañero continuar la lectura y no olvidemos anotar los aspectos más importantes en nuestros cuadernos.

Continuando con el problema, el propietario de la finca cada seis meses otorga un reconocimiento al empleado del semestre, ¿de cuántas maneras posibles se pueden elegir los premios otorgados en un año?

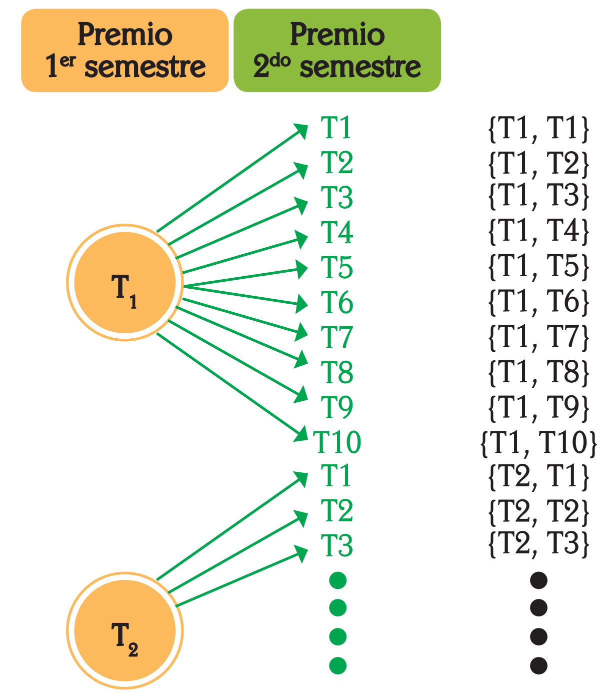
Se sabe que en un año sólo se entregan dos premios y en la finca trabajan 10 personas, entonces el primer reconocimiento se le puede otorgar a uno de los 10 trabajadores y para el siguiente

Puesto 1	Puesto2
10	10

semestre el premio, de nuevo, se le puede otorgar a uno de los 10 trabajadores.
Luego, el número de posibles ordenamientos es:

10 ×10=100 formas

Empleando el **diagrama de árbol**, en este caso en donde un



Cada trabajador puede ganárselo, dos veces al año.

empleado puede ganarse el premio tanto en el primero como en el segundo semestre quedaría así:
La diferencia entre las situaciones del premio y elección de personal para la finca, es que en éste se admite que siempre están participando los 10 trabajadores, en el caso anterior, se tenía que disminuir el número de candidatos cuando ya se elegía uno.

Continuando con el problema del propietario y sus empleados, a la finca arribó una trabajadora social, con el fin de entrevistar algunas de las mujeres que allí trabajan y preguntarles sobre su vida reproductiva, el conocimiento que tienen de la planificación familiar y sobre las formas de prevención del VIH/SIDA y otras Infecciones de Transmisión Sexual (ITS). Para llevar a cabo la entrevista, el dueño de la hacienda decide seleccionar un grupo de 3 mujeres, de las 5 que allí laboran. ¿De cuántas formas se puede hacer esta selección?

En primer lugar, nombramos las mujeres que allí trabajan:

Claudia (C), Adriana (A), Jennifer (J), Mari Luz (M L), Marcela (M)

5	4	3

Se podría pensar en resolver este problema como lo hemos hecho anteriormente, es decir, seleccionamos 3 mujeres de un grupo de 5 Lo que daría como resultado 5 ×4 ×3=60.

1era Entrevista	2da Entrevista	3ra Entrevista
Adriana	Mari Luz	Claudia

Pero resulta que de esta manera se está contando varias veces el mismo grupo. Por ejemplo,

1era Entrevista	2da Entrevista	3ra Entrevista
Mari Luz	Claudia	Adriana

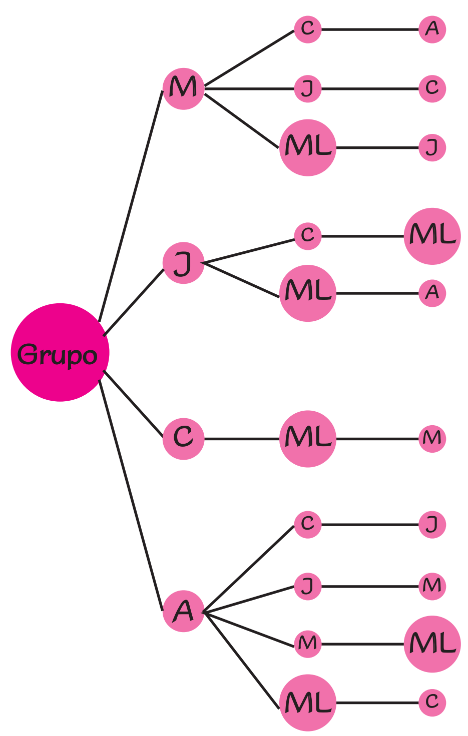
Lo que cambia es que Adriana ocupa un lugar en la primera selección (1) y otro en la segunda selección (3).

Por el contexto del problema, se requiere son tres personas y no importa el orden de seleccionarla sino las personas que se seleccionan. Por tanto, el grupo {Adriana, Mari Luz, Claudia}, se contará solo una vez.

Entonces los posibles grupos de trabajadoras a entrevistar son:

{Claudia, Adriana, Jennifer}, {Claudia, Adriana, Mari Luz},
{Claudia, Adriana, Marcela}, {Claudia, Jennifer, Mari Luz},
{Claudia, Jennifer, Marcela}, {Claudia, Mari Luz, Marcela},
{Adriana, Jennifer, Mari Luz}, {Adriana, Jennifer, Marcela},
{Adriana, Mari Luz, Marcela}, {Jennifer, Mari Luz, Marcela}.

Por esta razón, la selección de un grupo de tres mujeres se puede hacer de 10 maneras diferentes.



Veamos a través del esquema de árbol, la misma situación:

Combinación

La situación anterior es considerada de combinación. Ésta se define como determinar la cantidad de grupos únicos (cada uno tiene esos elementos y no otros), que se pueden establecer de una cantidad de elementos dados.

Otra manera de determinar la cantidad de combinaciones es a

$$\boxed{c(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}}$$

través de la siguiente fórmula:
donde r es la cantidad de elementos que forman cada uno de los grupos, y n la cantidad de elementos que se tienen para la combinación.

Si se aplica la fórmula al problema de seleccionar 3 mujeres para

$$C(5,3) = \frac{5!}{(5-3)! \text{ X } 3!} = \frac{5!}{2! \text{ X } 3!} = \frac{5 \text{ X } 4 \text{ X } 3 \text{ X } 2 \text{ X } 1}{(2 \text{ X } 1) \text{ X } (3 \text{ X } 2 \text{ X } 1)} = \frac{120}{2 \text{ X } 6} = \frac{120}{12} = 10$$

la entrevista se tiene:

6. Resolvemos en el cuaderno los siguientes ejercicios que involucran combinaciones.

   a. C(3,2)
   b. C(10,4)
   c. C(8,8)
   d. C(4,4)
   e. C(5,4)
   f. C(3,0)
   g. C(10,1)
   h. C(3,1)
   i. C(7,2)
   j. C(10,5)

7. Resolvemos los siguientes problemas de combinación utilizando el diagrama de árbol y la fórmula:

   a. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar 5 empleados distintos de un grupo de 9 para arreglar el terreno para sembrar?

   b. Una trabajadora social desea aplicar una encuesta a cuatro trabajadores de los cinco que trabajan en la finca cafetera. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar los trabajadores? y ¿cómo serían los grupos de encuesta?

8. Todas las situaciones se pueden resolver con calculadora o con la ayuda de una hoja de cálculo electrónica. Si en nuestra escuela tenemos este material, verifiquemos que estén bien las respuestas de todos los ejercicios desarrollados.

9. Invitamos a nuestro profesor a la mesa para que evalue las actividades desarrolladas

D Aplicación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Resolvemos en el cuaderno las siguientes situaciones problema, identificando cuál es permutación o combinación. Seleccionemos dos de ellos para resolver con la técnica de diagrama de árbol y los otros aplicando las fórmulas:

   a. Se desean ordenar 6 discos compactos en 5 cajas diferentes. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar en las cajas?

   b. Para un campeonato de fútbol se tiene cuatro equipos. ¿Cuántos partidos se tienen que programar en la primera ronda para que todos los equipos jueguen entre si?

   c. En Colombia, las placas de los automóviles tienen tres letras y tres dígitos. Actualmente, quedan combinaciones con las letras: W, X, Y, Z con los dígitos. ¿Cuántos carros le quedan posibilidad de registro de matrícula?

   d. Uno de los grados 7° de una institución cuenta con 30 estudiantes, 12 de los cuales son hombres. Para realizar una actividad, se requieren seis grupos, de tal manera que cada uno tenga la misma cantidad de mujeres. ¿De cuántas maneras se pueden organizar los seis grupos?

   e. ¿Cuántos números de tres dígitos se pueden formar con los números 1, 3, 5, 7?

   f. Una empresa de computadores ofrece tres tipos diferentes de computador, para cada uno de ellos existen tres opciones de procesador, dos opciones diferentes de RAM y tres versiones de disco duro. ¿Con cuántos equipos diferentes cuenta la empresa?

   g. Un grupo compuesto por cuatro hombres y seis mujeres, forma un comité de tres hombres y tres mujeres. ¿De cuántas formas posibles se puede formar el comité?

   h. Un entrenador de baloncesto dispone de 12 jugadores para formar equipos de cinco jugadores. ¿Cuántos equipos diferentes pueden formar?

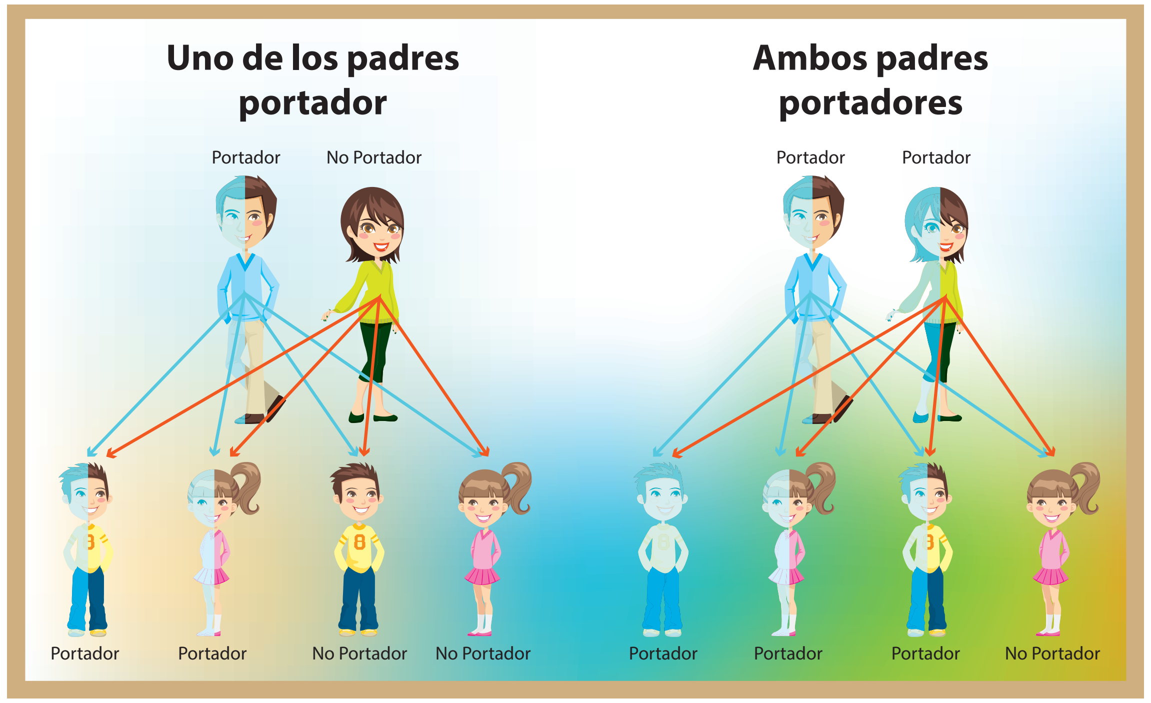
2. Socializamos con el profesor los problemas resueltos y le solicitamos evaluar la actividad.

E Complementación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Damos lectura al siguiente texto que nos servirá como referente para desarrollar las actividades planteadas a continuación; si se hace necesario lo escribimos en nuestros cuadernos.

La herencia de características biológicas es la que tenemos todas las personas de sus padres y abuelos. Es decir, que la persona tendrá caracteres de uno o los dos padres o de sus abuelos. En el caso de las enfermedades, se analiza como herencia en el siguiente esquema:



Como se ve, el padre es portador de un gen defectuoso (azul), mientras que la madre no es portadora. Debido a que el gen defectuoso es dominante, como resultado sus hijos tienen el 50% de posibilidades de ser portadores del gen defectuoso y 50% de posibilidades de no ser portadores.

Ahora, si los dos padres son portadores, sus hijos tienen el 50% de posibilidades de ser portadores, el 25% de posibilidades de ser enfermos y el 25% de posibilidades de no ser portadores.

2. Construimos en el cuaderno los esquemas de combinación y de posibilidad de las siguientes situaciones que representen las siguientes uniones:
   a. Ambos padres no portadores.
   b. Un padre no portador y una madre portadora.

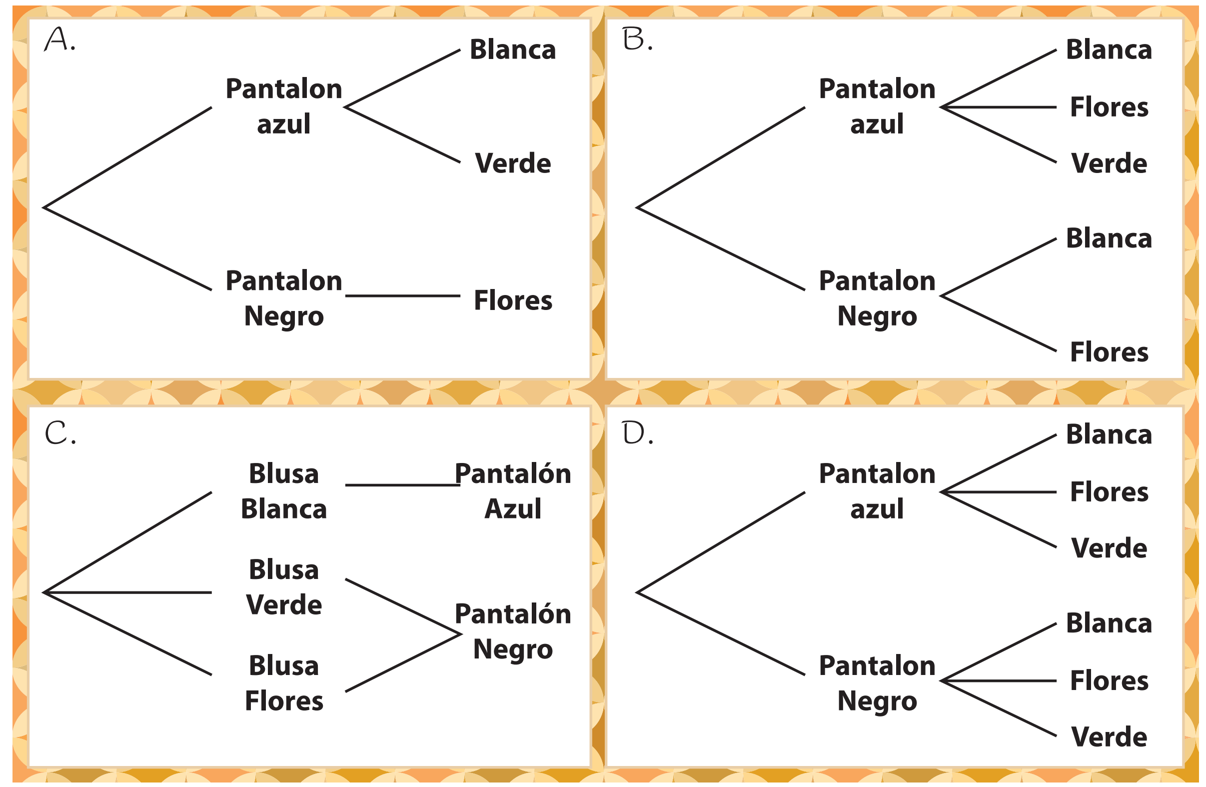
3. De acuerdo con el tema abordado, hacemos una consulta en torno a una enfermedad hereditaria y hacemos el análisis tal como se aborda en la situación aquí presentada

4. Compartimos con el profesor los ejercicios desarrollados y le solicitamos de forma respetuosa valorar la actividad.

Evaluación por competencias

Selecciono la opción correcta.

1. Juliana está invitada al cumpleaños de su mejor amiga Karen, para asistir a la celebración, cuenta con tres blusas (blanca, flores, verde) y dos pantalones (azul, negro); pero no sabe qué combinación de prendas usar. ¿Cuál es el diagrama de árbol apropiado que determina las posibles opciones que tiene Juliana para vestirse?



2. El número de formas en las que se puede seleccionar los 11 jugadores para jugar un partido, contando con que en el equipo de fútbol hay 20 jugadores es:

A. P(20,11)= 6 704 425 728 000

B. P(20,9)= 60 949 324 800

C. C(20,11)= 167 960

D. C(20,9) = 167 960

3. La fórmula para calcular que describe la combinación es

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!xr!}$$

Mientras que la fórmula que describe la permutación es

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Las dos fórmulas son iguales cuando:

A. Cuando r vale 1o 0

B. Cuando r vale 2

C. Con todos los valores

D. Con ningún valor

3

4. Se calcula la cantidad de conjuntos de tres colores que se pueden formar con seis de ellos y se toman tres colores para compartirlos con tres de mis compañeros. Para los enteros positivos 6,3 se tendrá la siguiente desigualdad como verdadera, si:

A. $P(6,3)<C(6,3)$.

B. $P(6,3)\leq C(6,3)$.

C. $C(6,3)<P(6,3)$.

D. $C(6,3)\leq P(6,3)$.

4

5. De las siguientes situaciones, realizo tres procedimientos distintos para resolverlos y explico por qué sirven.

   a. Para viajar de una ciudad a otra se pueden utilizar dos rutas, ¿de cuántas maneras posibles se puede seleccionar una de las rutas?

   b. Cuando se lanza una moneda al aire se pueden obtener dos resultados, cara (c) o sello (s), los resultados posibles son {c, s}, ¿de cuántas maneras se puede seleccionar el resultado del lanzamiento de cinco monedas?

   c. En una competencia de atletismo, disputan la final dos atletas, ¿de cuántas maneras posibles se pueden seleccionar los dos primeros lugares?

Glosario

- **Arreglo:** Ordenamiento de personas, objetos o números.
- **Combinación:** Cada uno de los subconjuntos distintos de un número determinado de elementos de un conjunto finito dado.
- **Factorial:** Producto que resulta de multiplicar un entero positivo dado por todos los enteros positivos inferiores a él.
- **Ordenación:** Colocación de objetos en el lugar que corresponde según un criterio.
- **Permutación:** Cada una de las ordenaciones posibles de los elementos de un conjunto finito.