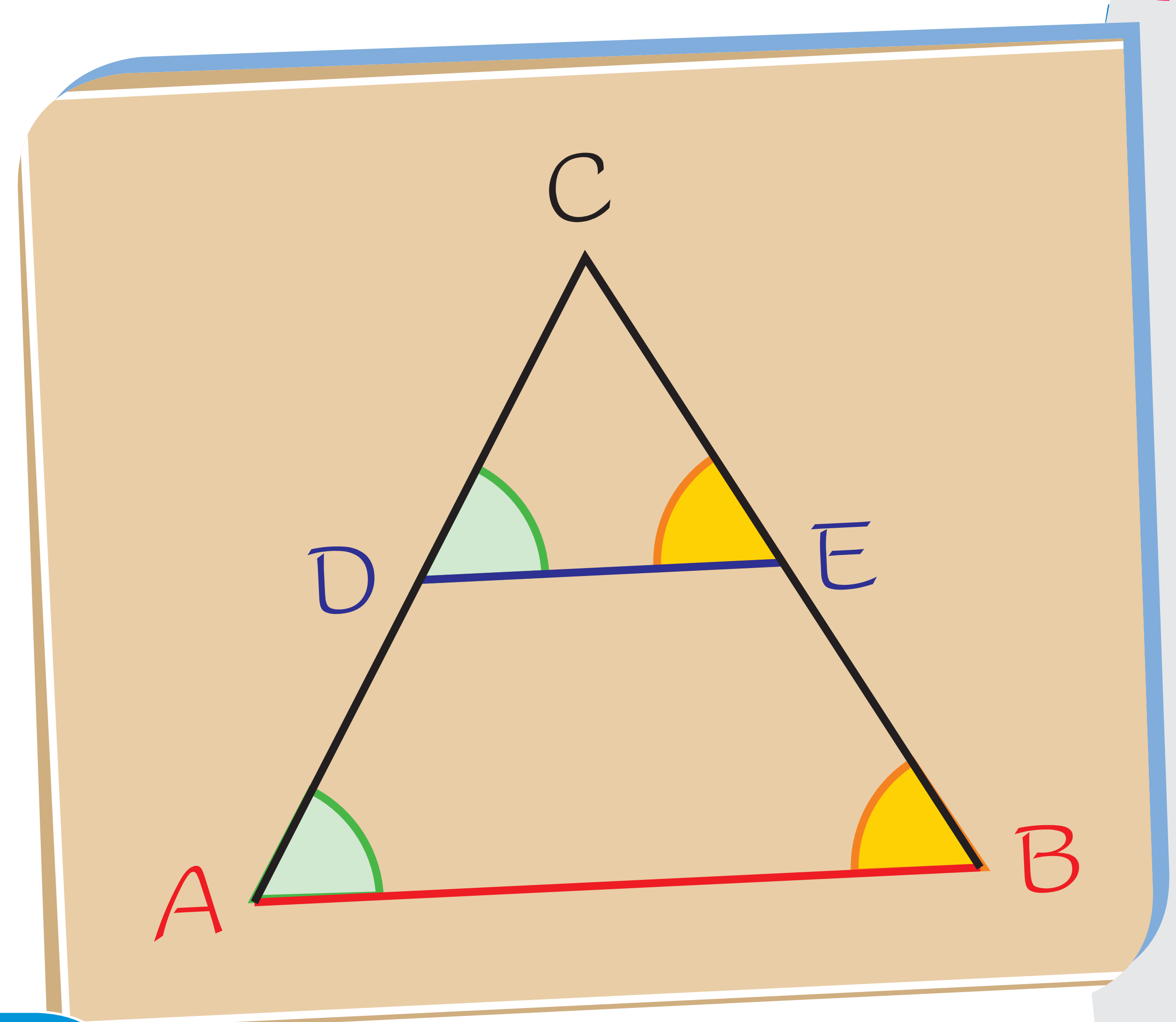
Glosario

- **Proporción:** Relación de correspondencia entre las partes y el todo, o entre varias cosas relacionadas entre sí, en cuanto a tamaño, cantidad, dureza, entre otras.
- **Comparación:** Examinar dos o mas cosas para establecer sus relaciones, diferencias o semejanzas.
- **Magnitud:** Medida de algo conforme a una escala determinada. Propiedad física de los cuerpos que puede ser medida, como el tamaño, el peso o la extensión.
- **Proliferación:** Acción o efecto de multiplicarse abundantemente.
- **Reparto proporcional:** En un procedimiento de cálculo que permite repartir una cierta cantidad, en partes proporcionales a otras.

Guía 3

Conozcamos el teorema de Thales



Indicadores de Desempeño

Conceptual
Reconoce las relaciones presentadas en el teorema de Thales.

Procedimental
Aplica las relaciones presentadas en el teorema de Thales en la resolución de problemas.

Actitudinal
Valora los usos correctos del teorema de thales en diferentes situaciones.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Dibujo en el cuaderno un segmento de 4 cm.

Segmento inicial

Sigo las siguientes instrucciones:

a. Dibujo un segmento que mida el doble del segmento dado.
b. Dibujo un segmento que mida la mitad del segmento inicial.

c. Dibujo un segmento que mida tres veces más la medida del segmento inicial.

d. Dibujo un segmento que mida la cuarta parte del segmento inicial.

e. Dibujo un segmento que mida $\frac{5}{4}$ del segmento inicial.

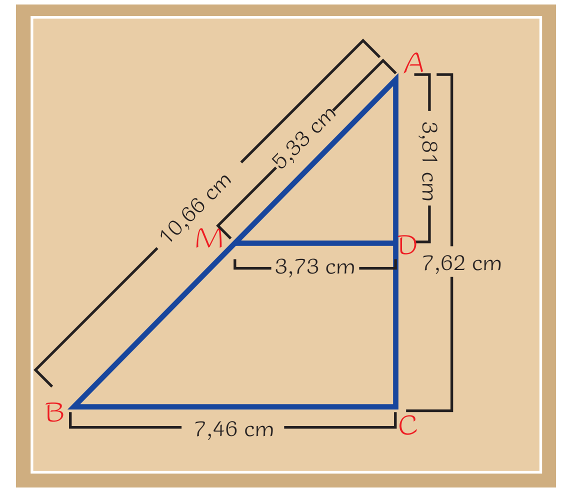
2. De cada uno de los segmentos construidos, establezco la razón entre la medida del segmento dibujado con respecto al segmento que mide 4 cm.

3. Reviso lo desarrollado de forma individual para verificar qué tanto la medida y los dibujos de los segmentos están correctos y reviso que las razones con las medidas de los segmentos estén expresadas como racionales de la forma $\frac{a}{b}$

TRABAJO POR PAREJAS

4. Comparo con mi compañero las respuestas obtenidas en los ejercicios anteriores y cuando hay diferencias, establecemos cuál es la correcta.

5. De acuerdo con la gráfica contestamos las siguientes preguntas:



a. ¿Cuál es la razón entre los valores de los perímetros de los triángulos ΔABC y ΔAMD? Utilizamos la calculadora para expresar la razón en forma decimal.

b. ¿Cuáles son las razones entre la medida de los lados de los triángulos? Utilizamos la calculadora para expresarla en forma decimal.

c. Comparemos los valores de las razones obtenidos en las preguntas anteriores, ¿son iguales o distintos?

6. Compartimos con nuestro profesor los ejercicios desarrollados y le solicitamos valorar la actividad.

B Fundamentación Científica

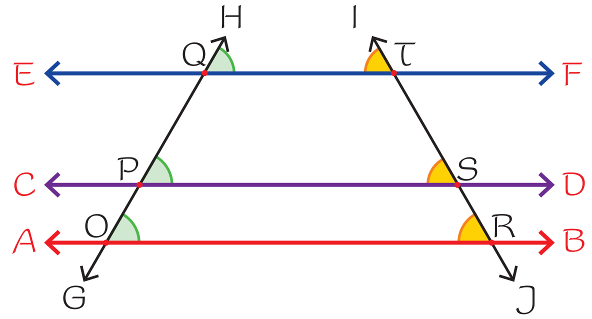
TRABAJO EN EQUIPO

1. Le solicitamos de manera respetuosa a un integrante del equipo dar lectura al siguiente texto, además escribimos y dibujamos en el cuaderno los elementos importantes para que se dé el teorema de Thales:

Teorema de Thales

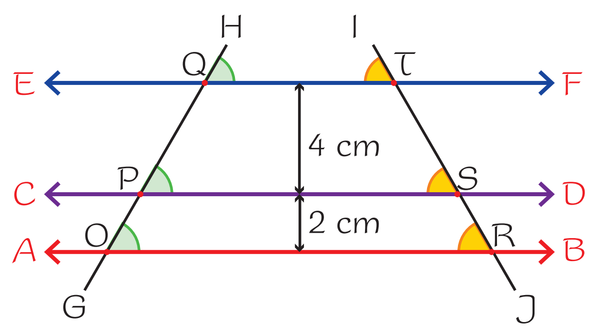
Si varias rectas paralelas son cortadas por dos rectas secantes, entonces los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales.

Significativamente $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$, mientras que $\overleftrightarrow{HG}$ e $\overleftrightarrow{IJ}$ son secantes

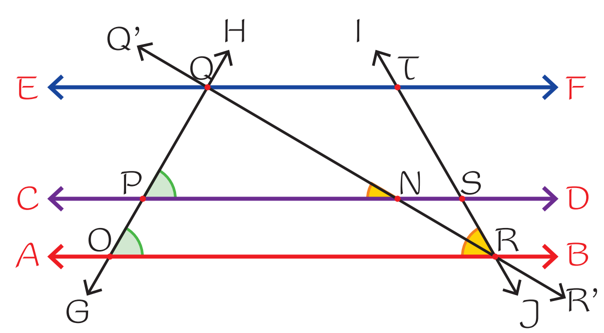


Se tiene que los segmentos cumplen la misma razón, por tanto, sus medidas son proporcionales y se expresa: $\frac{PQ}{PO} = \frac{TS}{SR}$

Para comprender el teorema, vamos a suponer que entre las rectas paralelas $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ se tiene una distancia de 4 cm y entre $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ la distancia es de 2 cm. Entonces se establece una razón de 4 a 2 o de 2 a 1.



Si trazamos secantes $\overleftrightarrow{HG}$, $\overleftrightarrow{IJ}$ y $\overleftrightarrow{Q'R'}$



Todos los segmentos que se determinan en las secantes tienen la misma razón de 2 a 1. Por ejemplo: si se tiene que:

$\overline{QP}$ mide 7cm entonces el segmento $\overline{PO}$ mide 3,5 cm ya que la razón es 2 a 1.
$\overline{QN}$ mide 10 cm entonces el segmento $\overline{NR}$ mide 5 cm ya que la razón es 2 a 1.
$\overline{TS}$ mide 8cm entonces el segmento $\overline{SR}$ mide 4 cm ya que la razón es 2 a 1.
Por lo tanto, los segmentos de las secantes son proporcionales entre sí ya que todos tienen la razón 2 a 1.

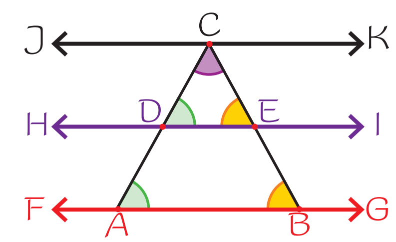
Del teorema de Thales se desprenden algunas aplicaciones que son:

1) Si una recta es paralela a uno de los lados de un triángulo y corta a los otros lados, entonces se dividen estos dos lados en segmentos proporcionales.

2) Recíprocamente, si una recta divide dos lados de un triángulo en segmentos proporcionales, entonces dicha recta es paralela al tercer lado.

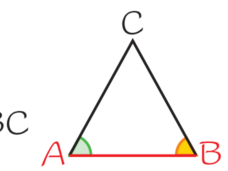
Gráficamente, si en el triángulo ΔABC se traza una recta $\overleftrightarrow{DE}$ paralela al lado $\overline{AB}$. Entonces se tiene proporción de segmentos

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$$

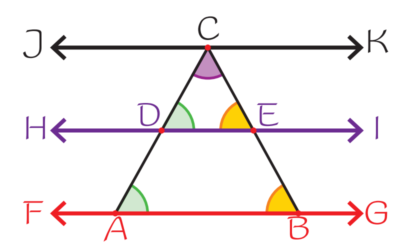


Demostración:

Considere el triángulo ΔABC

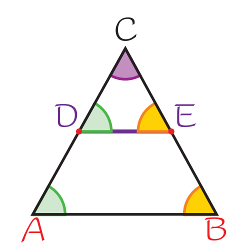


Sobre el segmento $\overline{AB}$ trazamos la recta $\overleftrightarrow{FG}$, y paralela a ésta construimos la recta $\overleftrightarrow{JK}$, que pasa por el punto C. Entre las dos rectas paralelas $\overleftrightarrow{FG}$ y $\overleftrightarrow{JK}$, trazamos de nuevo una recta paralela a ellas $\overleftrightarrow{HI}$. La recta $\overleftrightarrow{HI}$ corta los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ del triángulo ΔABC en los puntos D y E.



Cómo se observa, se cumplen las condiciones iniciales del teorema de Thales que las rectas sean paralelas, entonces se puede expresar la misma razón entre los segmentos para determinar la proporción:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$$



Otras razones que podemos construir son las siguientes:
Se sabe que $\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{DC}$, y $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$ y si $\frac{\overline{CD}}{\overline{DA}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ se tiene también por el mismo teorema de Thales la siguiente proporción:
$\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$

Reemplazando en la proporción anterior;

$$\frac{\overline{AD}+\overline{DC}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{BE}+\overline{EC}}{\overline{EC}}$$

Separando la suma

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}}+\frac{\overline{DC}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}+\frac{\overline{EC}}{\overline{EC}}$$

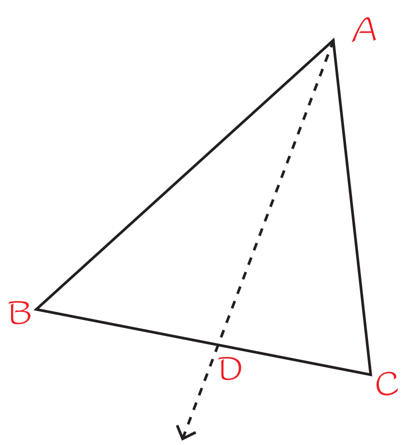
De aquí

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}}+1=\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}+1$$

Y por último

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}$$

3) La bisectriz del ángulo de un triángulo divide al lado sobre el cual se traza en segmentos proporcionales a los otros dos lados.



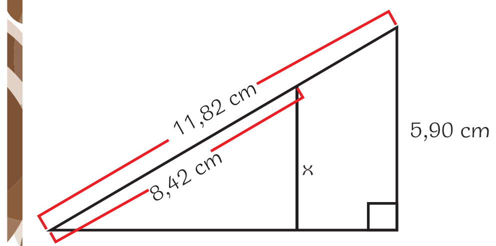
Gráficamente, si en el triángulo ΔABC se traza la bisectriz $\overleftrightarrow{AD}$ entonces los segmentos que se determinan en el lado BC tienen la misma razón que se puede establecer entre los otros lados y, por tanto, se establece la proporción:

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

2. Anotamos en el cuaderno los siguientes ejemplos a propósito del uso del teorema de Thales:

Hallar el valor de x.

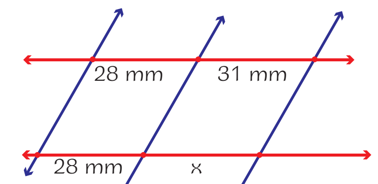
Ejemplo 1:



Se reconoce que cumple la primera aplicación del teorema de Thales, por tanto, sus segmentos son proporcionales:

$$\frac{11{,}82}{8{,}42}=\frac{5{,}9}{x}$$
$$11{,}82 \cdot x = 8{,}42 \cdot 5{,}9$$
$$x=\frac{7{,}45 \cdot 5{,}9}{11{,}82}$$
$$x = 4{,}2$$

Ejemplo 2:



Se reconoce que cumple el teorema de Thales, por tanto, sus segmentos son proporcionales:

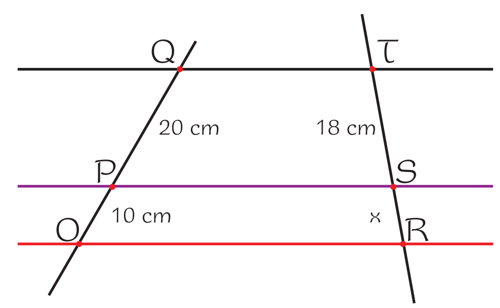
$$\frac{28}{28}=\frac{31}{x}$$
$$28 \cdot x = 28 \cdot 31$$
$$x = 31$$

3. Revisamos nuestros apuntes y analizamos si está anotado lo importante en el cuaderno. Si nos hace falta alguna información, la completamos.

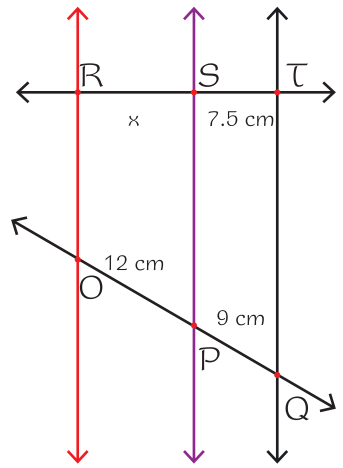
C Ejercitación

1. En cada una de las situaciones que se dan a continuación encuentre el valor del segmento x que se indica:

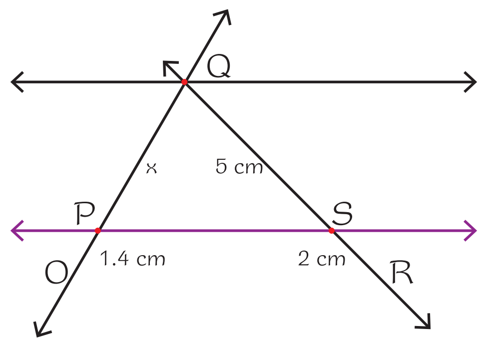
a.



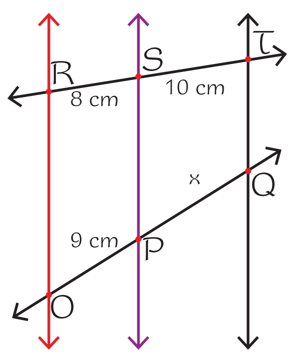
b.



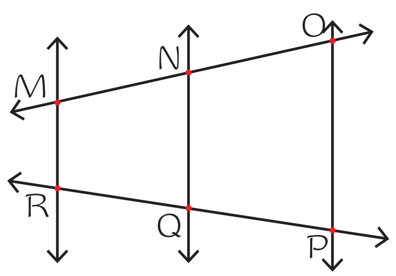
c.



d.



2. Teniendo en cuenta la siguiente figura respondemos:



Calculamos el valor de $\overline{MN}$, si $\overline{RQ}$ =16, $\overline{QP}$ =18, $\overline{NO}$ =9
Determinamos la medida de $\overline{RQ}$, si $\overline{ON}$ =40, $\overline{QP}$ =30, $\overline{MN}$ =25

Encontramos el valor de $\overline{QP}$, si $\overline{RP}$=48, $\overline{NO}$=10 y $\overline{MO}$=60

3. Le presentamos al profesor las actividades desarrolladas y realizamos las correcciones si es necesario.

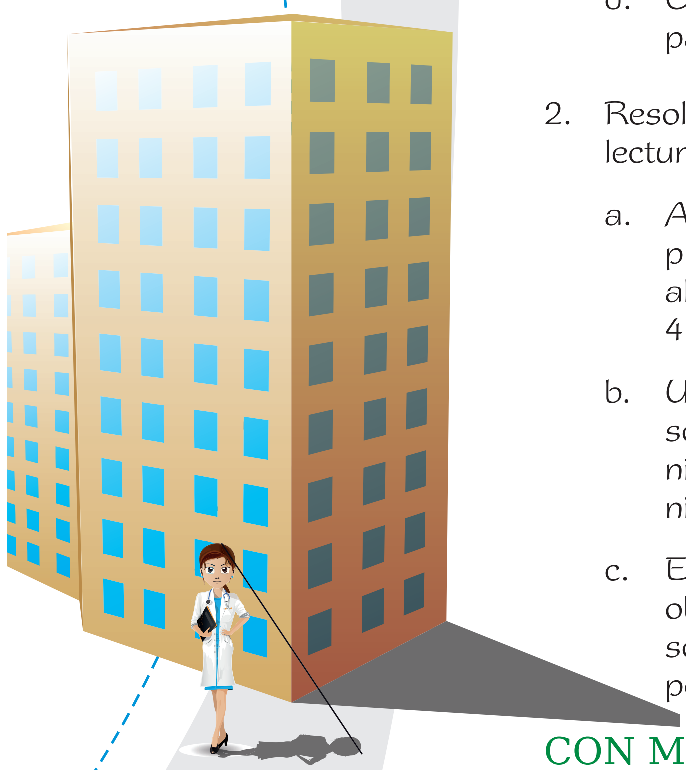
D Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos el siguiente texto y contestamos las preguntas en el cuaderno:

Se comenta que Thales de Mileto era un viajero y curioso de las maravillas del mundo, no solamente observaba, sino averiguaba la mayoría de los detalles. En un viaje a Egipto, fue a la meseta de Guiza dónde se encontró con algunas tumbas de faraones, entre ellas las pirámides de *Keops, Kefrén y Micerino*; que eran faraones de la cuarta dinastía. Sorprendido con estos monumentos, se preguntó ¿cuál era la altura de cada una de las pirámides? En dicha búsqueda planteó el teorema de las paralelas y la secante como sus aplicaciones que llevan su nombre, para encontrar los valores de algunas longitudes de las cosas, sin hacer acciones de medida directas.

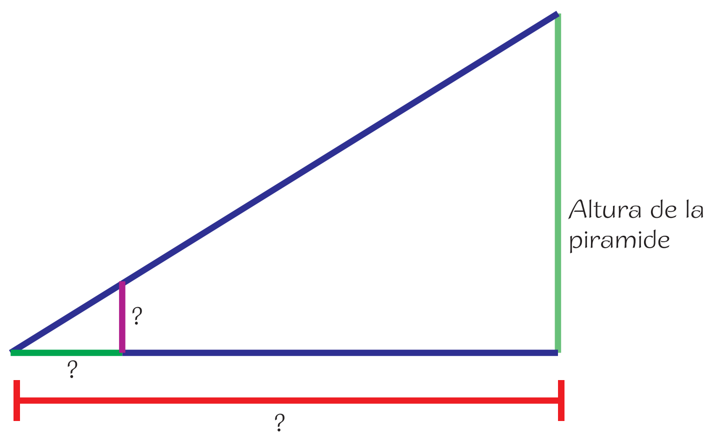
Las rectas paralelas eran los rayos del Sol y se basó en las sombras que producía la pirámide y una vara; claro está, que esperó una hora determinada para que la sombra fuera perpendicular a la base del objeto.



a. ¿Qué hora del día usó Thales para que las sombras tengan esta característica?

b. Analizamos cómo utilizó Thales su teorema a partir de la siguiente imagen y escribimos la reflexión en el cuaderno.

c. Dibujamos e indicamos qué significa el interrogante con cada uno de las partes que menciona la situación planteada por Thales con la pirámide.



d. Comparamos nuestra explicación con esta imagen, ¿son parecidas o distintas? Justificamos la respuesta.

2. Resolvemos los siguientes problemas teniendo en cuenta la lectura que acabamos de realizar.

   a. A las 12 del mediodía, una señora de 1,6 m de estatura proyecta una sombra perpendicular a ella de 1 m de largo al mismo tiempo que un edificio proyecta una sombra de 4,5 m de largo. ¿Cuál es la altura del edificio?

   b. Un señor que tiene una estatura de 1,75 m proyecta una sombra perpendicular a él de 1 m, al mismo tiempo un niño proyecta una sombra de 50 cm ¿Cuál es la altura del niño?

   c. En una hora que las sombras son perpendiculares a los objetos, la altura de una torre de 80 m proyecta una sombra cuya altura es de 125 m. ¿Cuál es la altura de un poste si la altura de su sombra es de 4 m?

CON MI FAMILIA

3. Determino la altura del lugar donde vivimos como lo hizo Thales de Mileto y escribo las medidas de tiempo y longitudes que utilicé; quiénes me colaboraron y cómo, cuáles son las condiciones que debe tenerse en cuenta para que se logre esta experiencia con éxito.

4. Invito al profesor para que evalúe las actividades desarrolladas.

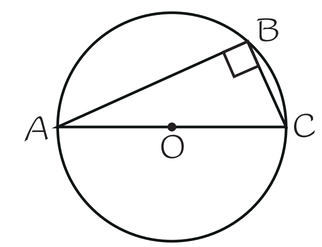
E Complementación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Anotamos en el cuaderno el siguiente teorema:

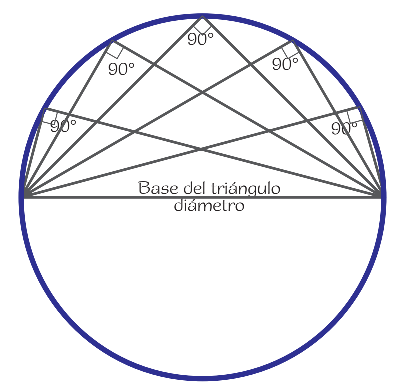
   Otro de los teoremas que se le atribuye a Thales de Mileto es que el triángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

   Este dice: Si B es un punto de la circunferencia de diámetro AC, entonces el triángulo ABC es un triángulo recto.

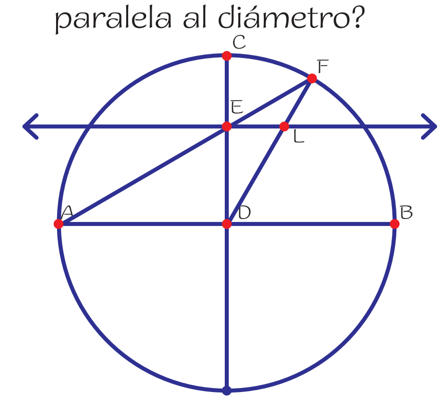


2. Analizamos las siguientes situaciones y justificamos las respuestas:

   a. ¿Es posible que todos esos triángulos sean rectos?



   b. ¿Es posible hallar el valor del segmento que se determina en el triángulo por la recta paralela al diámetro?

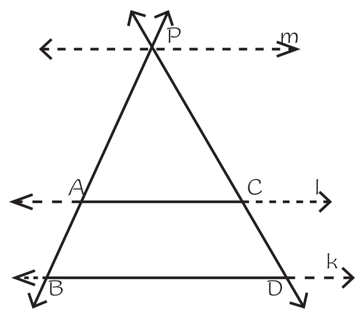


3. Consultamos sobre los aportes de los griegos a las matemáticas. Escribimos en qué consistió y a quién se le atribuye.

4. Socializamos con nuestro profesor lo desarrollado.

Evaluación por competencias

1. En la figura las rectas $\overline{AC}$ es paralela a $\overline{BD}$, si $\overline{PB}$ = 12 cm, $\overline{PC}$ =10 cm, $\overline{CD}$ =5 cm. Entonces $\overline{AB}$ mide:



A. 18 cm

B. 12 cm

C. 8 cm

D. 4 cm

1

2. En la figura anterior, la proporción verdadera es

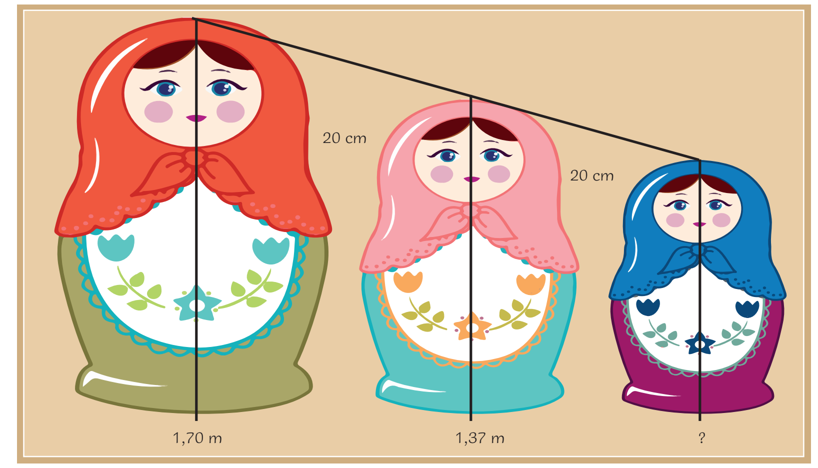
A. $\frac{\overline{PD}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PB}}{\overline{PA}}$

B. $\frac{\overline{PD}}{\overline{PA}}=\frac{\overline{PB}}{\overline{PC}}$

C. $\frac{\overline{PC}+\overline{CD}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PA}+\overline{AC}}{\overline{PA}}$

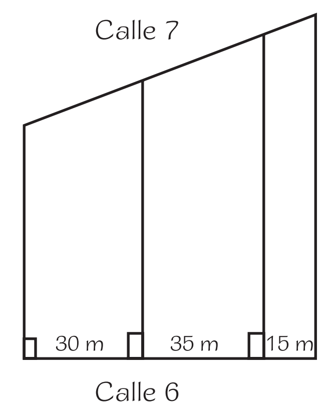
D. $\frac{\overline{PC}-\overline{CD}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PA}-\overline{AB}}{\overline{PA}}$

3. Tres mujeres se encuentran alineadas como se muestra en la figura, la altura de las más altas son 1,70 m y 1,37 m. ¿Cuánto mide la mujer más baja si ellas están separadas por 20 cm?



Resuelvo los siguientes problemas y muestro el procedimiento

4. La siguiente gráfica muestra tres lotes vecinos. Los límites laterales son perpendiculares a la calle 6° y el frente total de los tres lotes sobre la calle 7° mide 100 m. Determino la longitud de cada uno de los lotes sobre la calle 7°.



4

5. Según la figura, Carlos concluye que la altura del faro es mayor que la sombra que proyecta por la primera aplicando el teorema de Thales; mientras María concluye que la altura del faro es menor que la sombra que proyecta por el mismo teorema de Thales de paralelas y secantes. ¿Quién tiene la razón? Justifico la respuesta