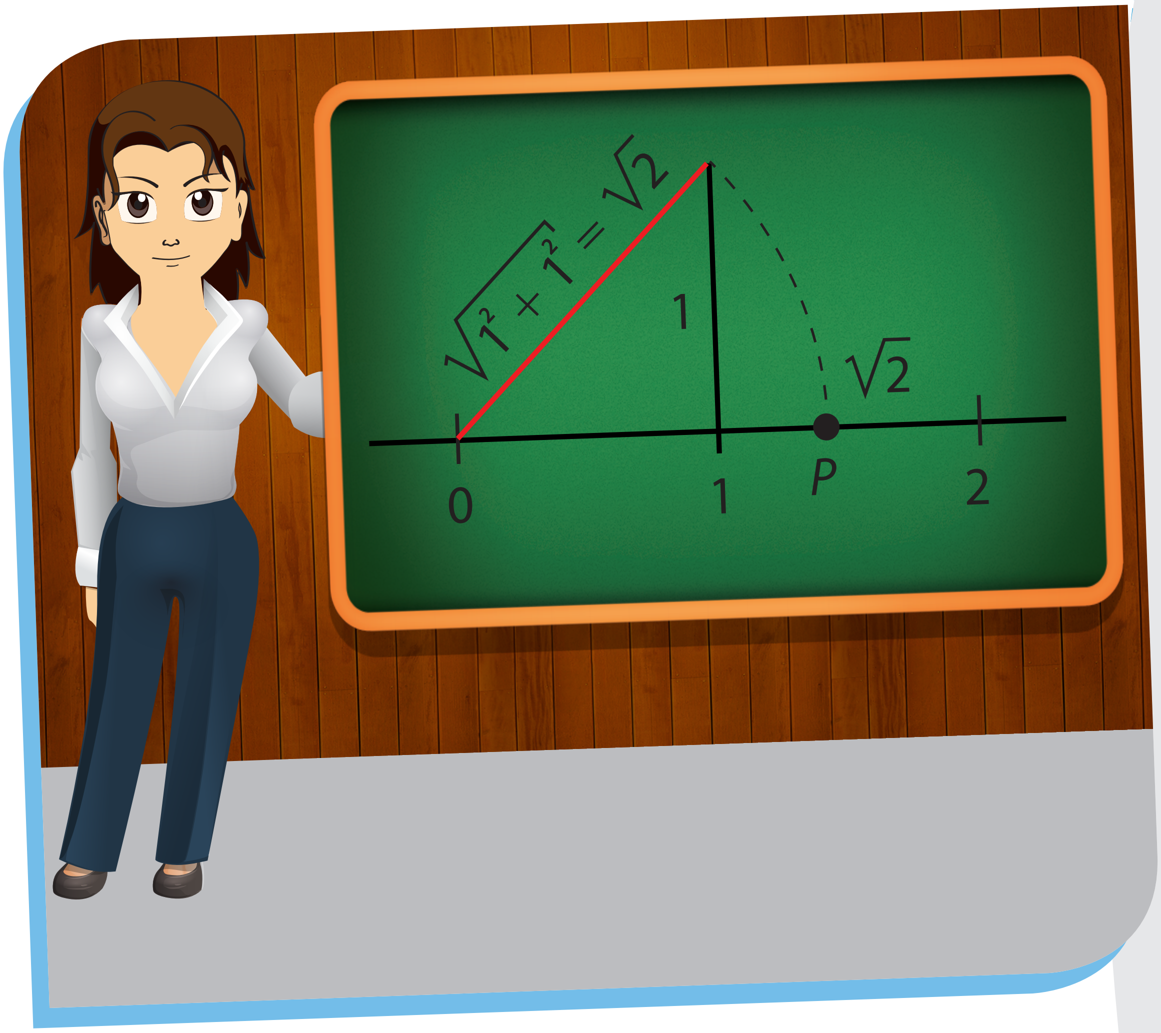
Guía 2

Los números reales



Indicadores de desempeño

Conceptual

- Identifica las diferentes propiedades de los números reales.

Procedimental

- Resuelve problemas aplicando las relaciones y operaciones con los números reales.

Actitudinal

- Propone argumentos en el trabajo en equipo para solucionar problemas con los números reales.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Observo cada una de las siguientes cantidades, las escribo en mi cuaderno y al frente de cada una de ellas pongo su clasificación: Si es un número entero, racional, natural o irracional:

a. 0
b. $\frac{1}{7}$
c. $\frac{6}{2}$
d. $\frac{-3}{4}$
e. -2
f. $\sqrt{4}$
g. -9
h. $\sqrt{2}$
i. 1 000 000

2. Escribo cada una de las siguientes parejas de números en mi cuaderno y establezco la relación de orden que hay entre ellas, con el símbolo igual (=), mayor (>) o menor (<), según corresponda:

a. 3 ____ 7
b. $\frac{1}{4}$ ____ 1
c. $1{,}4$ ____ $\sqrt{2}$
d. -3 ____ 1
e. $\frac{1}{2}$ ____ $\frac{5}{10}$
f. $\frac{8}{4}$ ____ $\frac{4}{5}$
g. -2 ____ $-\sqrt{2}$
h. $\frac{9}{5}$ ____ $\sqrt{4}$
i. -10 ____ $\sqrt{10}$
j. $\sqrt{5}$ ____ $\sqrt{8}$

TRABAJO EN EQUIPO

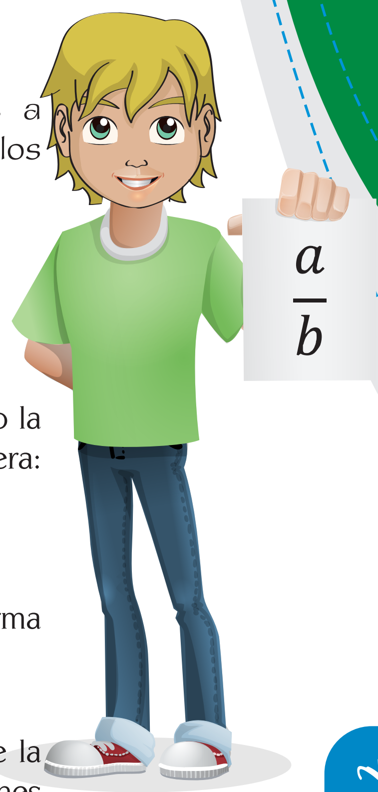
3. Revisamos las respuestas de los ejercicios 1 y 2, las comprobamos y discutimos sobre esto respetuosamente, con el fin de llegar a un acuerdo. Si es necesario usamos la calculadora.

4. Le presentamos al profesor los ejercicios realizados y aclaramos dudas, si es necesario.

B Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. *Asignamos roles a las diferentes personas del equipo, le solicitamos a un integrante del grupo que realice la siguiente lectura y anotamos los aspectos más importantes en nuestros cuadernos:*



Los números reales

Existen dos definiciones de los números reales; una de ellas los define como la unión entre los números racionales e irracionales, que se simboliza de esta manera:

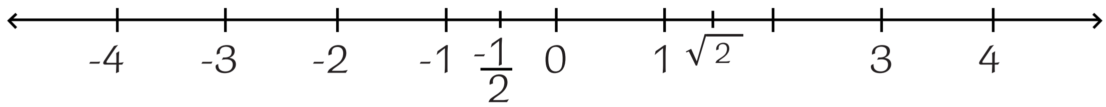
$$R=\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Otra definición los clasifica como todos los números que se expresan de forma decimal finita o infinita.

Se consideran números racionales todos aquellos que se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$ y entran aquí entonces los números naturales y enteros. Las expresiones decimales asociadas a los números racionales son la finita o la infinita periódica.

Los números irracionales son todos aquellos que no se pueden expresar de la forma $\frac{a}{b}$, algunos de ellos se asocian a las raíces inexactas de un número racional o a los números especiales que se deducen de razones, como los números Euler, oro y Pi. Las expresiones decimales que se reconocen como irracionales son infinitas y no periódicas.

Una forma de representar los números reales es una recta numérica, en la que se establece que cada uno de los puntos de la recta real representa un número real y cada número real es un punto:



Propiedades de los números reales

Una relación importante para los números reales es la **relación de igualdad**; esta posee y cumple con las siguientes propiedades:

Propiedad reflexiva

Para todo número real a se cumple la igualdad $a = a$

Ejemplo:

$5 = 5$, $-20 = -20$, $11 = 11$

Propiedad simétrica

Para $a, b \in \mathbb{R}$, si $a = b$, entonces $b = a$

Ejemplo:

$x = 2 \Rightarrow 2 = x$

Propiedad transitiva

Para $a, b, c \in \mathbb{R}$ si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$

Ejemplo:

$x = \frac{9}{3}, \ \frac{9}{3} = 3, \Rightarrow x = 3$

Propiedad de sustitución

Para $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, si $a = b$ y $a + c = d$

entonces $(b) + c = d$

Ejemplo:

$4 = \sqrt{16}$ y $4 + 3 = 7$,entonces $\sqrt{16} + 3 = 7$

Definición de las operaciones con números reales

Adición de números reales

Es una operación que suma dos números reales a y b obteniendo como resultado c, es decir $a + b = c$.

Ejemplos:

- ✓ $\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{17}{6}$
- ✓ $\sqrt{2} + (\text{-}\sqrt{2}) = 1.4142 \ldots + (\text{-}1.4142 \ldots) = 1.4142 \ldots - 1.4142 \ldots = 0$
- ✓ $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 1.4142 \ldots + 1.4142 \ldots = 2.8184 \ldots = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- ✓ $\sqrt{2} + \frac{7}{16} = 1.4142 \ldots + 0.4375 = 1.8517 \ldots$

Sustracción de números reales

Toda sustracción de números reales se puede expresar como una adición de números reales, y por esta conversión se cumplen todas las propiedades de la adición. La transformación de sustracción a adición se hace de la siguiente manera:

En el conjunto de los números reales la resta de dos números reales c y d, escrita como $c - d$, es equivalente a realizar la suma de los números c y $-d$; es decir, la suma del número c con el opuesto aditivo de d. Esta equivalencia es:

$$c - d = c + (\text{-}d)$$

Multiplicación de números reales

Esta operación multiplica dos números reales c y d , obteniendo como resultado otro número e , es decir $c \cdot d = e$.

Ejemplos:

- ✓ $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$
- ✓ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2$

✓ $\sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$

División de números reales

En el conjunto de los números reales, la división de dos números reales c y d es posible únicamente cuando d es diferente de cero ($d \neq 0$), en tal caso se escribe como $c \div d$ o $\frac{c}{d}$ y es equivalente a realizar el producto del número c con el inverso multiplicativo del número d, es decir:

$$c \div d = \frac{c}{d} = c \bullet \frac{1}{d}$$

A continuación se muestran las propiedades de la adición y multiplicación de números reales:

PROPIEDAD	Suma	Multiplicación
Clausurativa o de cerradura	$(a + b) \in \mathbb{R}$	$(a \times b) \in \mathbb{R}$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
Identidad	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \times 1 = 1 \times a = a$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$a \times \frac{1}{a} = 1$

Tabla 1. Propiedades de la adición y la multiplicación.

Ejemplos:

✓ **Propiedad clausurativa o de cerradura:**

$$\frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

✓ **Propiedad asociativa:**

$$5 + \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right) = \left(5 + \sqrt{2}\right) + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\sqrt{8} \times 5\right) = \left(\frac{1}{3} \times \sqrt{8}\right) \times 5$$

✓ Propiedad conmutativa:

$$\frac{3}{4}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\frac{1}{4}$$

✓ Propiedad de identidad:

$$0+\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

$$1\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

✓ Propiedad del inverso:

$$\frac{1}{4}+\frac{-1}{4}=0$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5}=1$$

Además de las propiedades anteriores, las operaciones de adición y multiplicación generan otra propiedad:

Propiedad	Suma y Multiplicación	
Distributiva por la izquierda	$a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$	$\frac{2}{3}(\sqrt{6}+\sqrt{7})=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{6}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{7}$
Distributiva por la derecha	$(a+b)\times c=(a\times c)+(b\times c)$	$(\sqrt{3}+1)\times\frac{5}{2}=\left(\sqrt{3}\times\frac{5}{2}\right)+\left(1\times\frac{5}{2}\right)$

Potenciación

De la misma manera en que se construyó la **potenciación** en los números naturales, enteros y racionales, se elabora la potenciación en el conjunto de los números reales. Por ejemplo, se sabe que:

- ✓ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- ✓ $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
- ✓ $\left(\frac{7}{5}\right)^4 = \left(\frac{7}{5}\right) \times \left(\frac{7}{5}\right) \times \left(\frac{7}{5}\right) \times \left(\frac{7}{5}\right) = \frac{2401}{625}$

Además, como los números 2, -3 y $\frac{7}{5}$ son números reales, la potenciación debe conservar los resultados anteriores.

Entonces, la potenciación de números reales, consiste en multiplicar el número real, llamado **base**, tantas veces como indique el **exponente**, es decir, si a es un número real y n es el exponente, el número a^n es:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Ejemplos:

✓ Si $a = \sqrt{3}$ y $n = 4$, el número $(\sqrt{3})^4$ es:

$$(\sqrt{3})^4 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = (3) \times (3) = 9$$

✓ Si $a = \frac{-1}{2}$ y $n = 3$, el número $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ es:

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{(-1)}{2} \times \frac{(-1)}{2} \times \frac{(-1)}{2} = \frac{(-1) \times (-1) \times (-1)}{2 \times 2 \times 2} = \frac{-1}{8}$$

Por otra parte, si la base es un número real   diferente de cero y el exponente es un número entero negativo , entonces el número real b^{-m} es:

$$b^{-m} = \left(\frac{1}{b}\right)^m = \underbrace{\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} \cdots \frac{1}{b}}_{m \text{ veces}} = \frac{1}{\underbrace{b \cdot b \cdots b}_{m \text{ veces}}} = \frac{1}{b^m}$$

Por ejemplo $7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

Radicación

Se puede definir como un proceso inverso a la potenciación, es decir, se desea encontrar la base conociendo el exponente y la potencia. Por ejemplo, encontrar el valor del número a (positivo) que tiene exponente 2 y cuya potencia es 4, esto se escribe como:

$$a^2 = 4$$

Se concluye entonces que $a = 2$, porque $2^2 = 4$

El problema anterior se resuelve de manera equivalente, calculando $\sqrt[2]{4}$, así:
$a^2 = 4$ es equivalente a resolver $a = \sqrt[2]{4}$.

En el ejemplo anterior, el número 2 se denomina índice, el número 4 es la cantidad subradical y el resultado, en este caso 2, es la raíz. En general:

$a^n = b$ es equivalente a $\sqrt[n]{b} = a$ y también se escribe $b^{1/n} = a$

Ejemplo:

Encontrar el número real a que satisface $a^3 = -8$.

$a^3 = -8$ es equivalente a resolver $a = \sqrt[3]{-8}$, en este ejemplo $a = -2$, porque $(-2)^3 = -8$

Logaritmos

El logaritmo de un número es el valor del exponente al que se debe elevar una base para que el resultado sea dicho número:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b$$

Ejemplos:

✓ El logaritmo en base 10 de 0,1 es -1, porque 10 elevado a la potencia -1 es 0,1; esto se escribe así:

$$\log_{10} 0{,}1 = -1 \leftrightarrow 10^{-1} = 0{,}1$$

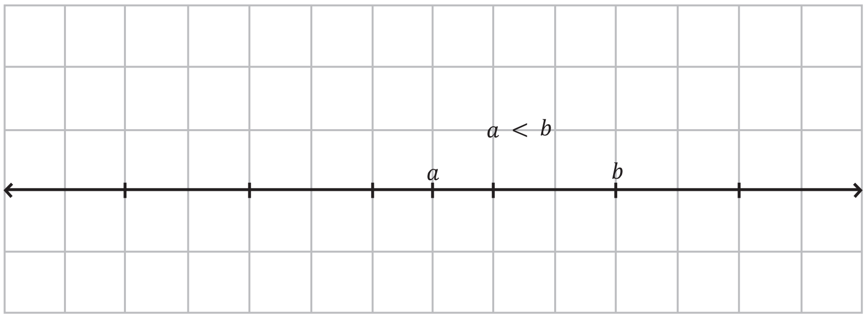
✓ El logaritmo en base 2 de 32 es 5, porque 2 elevado a la potencia 5 es 32:

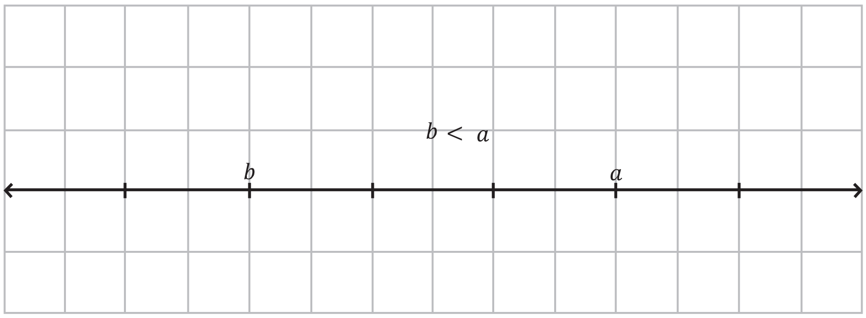
$$\log_2 32 = 5 \leftrightarrow 2^5 = 32$$

2. Otro aspecto importante en cualquier sistema numérico son las relaciones de orden. Leemos atentamente y consignamos en el cuaderno los aspectos relevantes del texto:

Orden en los números reales

En el conjunto de los números reales se puede establecer un orden total, esto quiere decir que comparando un par de números reales a y b se puede determinar si $a < b$ (a es menor que b), si $a > b$ (a es mayor que b), ó $a = b$ (a es igual a b):





Monotonía de la adición

Si para dos números reales se cumple la desigualdad $a < b$, entonces $a + c < b + c$ para cualquier número real c.

Ejemplo:

$$2 < \sqrt{10}\text{ , entonces } 2 + 2 < \sqrt{10} + 2$$

Transitiva

Si para tres números reales se cumple $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Ejemplo:

$$1 < 3 \text{ y } 3 < \sqrt{12}\text{ , entonces } 1 < \sqrt{12}$$

Monotonía de la multiplicación

Si para dos números reales se cumple la desigualdad $a < b$, entonces, $a \cdot c < b \cdot c$ sólo si $c > 0$.

Ejemplo:

$$\sqrt{3} < 2 \text{ , entonces } 2\sqrt{3} < 2 \cdot 2$$

Observamos que la anterior propiedad no se cumple cuando el número real $c \leq 0$. Si $c = 0$, para la desigualdad $\sqrt{3} < 2$, no es cierto que $\sqrt{3} \cdot 0 < 2 \cdot 0$.
Además si $c < 0$, por ejemplo $c = -1$, para la desigualdad $0.5 < 3$, no es cierto que $-0.5 < -3$.

De esta propiedad se puede decir que si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

Además, si un número real es positivo, su inverso multiplicativo también lo es, es decir, si $a > 0$, entonces $\frac{1}{a} > 0$.

Ejemplo:

$$4 > 0, \text{ entonces } \frac{1}{4} > 0$$

3. Invitamos al profesor y le solicitamos aclarar las dudas que hayan surgido durante la lectura.

C Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Encontramos el número real en las siguientes operaciones, aplicando las propiedades vistas anteriormente:

   a. $2 + (-\sqrt{5}) + 2 =$

   b. $\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) =$

c. $(5\sqrt{5})\cdot(3.3) =$

d. $2.5 + \left[(-3) + \sqrt{2}\right] =$

e. $\pi + \sqrt{5} =$

2. Calculamos las raíces que se muestran a continuación:

a. $\sqrt[2]{36}$

b. $\sqrt[4]{81}$

c. $\sqrt[3]{-27}$

d. $\sqrt[2]{100}$

e. $\sqrt[5]{32}$

3. Calculamos el valor de los siguientes logaritmos:

a. $\log_3 81$

b. $\log_4 64$

c. $\log_{-9} -729$

d. $\log_5 625$

e. $\log_{10} 1\,000\,000$

4. Establecemos mediante símbolos la $<, >, \leq, \geq, =$ la relación que hay entre los números:

a. $\frac{16}{8}$ ___ $\sqrt{4}$

b. $\frac{1}{2}$ ___ $\frac{-1}{3}$

c. $-\sqrt{3}$ ___ -3

d. $\frac{27}{3}$ ___ $\sqrt{36}$ ___ $\frac{243}{81}$

e. $\frac{0}{8}$ ___ $\sqrt{0}$ ___ -1

5. Ordenamos de menor a mayor los siguientes números:

   a. $\sqrt{3}$ 1 -2

   b. $\sqrt{3}$ 1.7 1.6

   c. $\sqrt{3}$ 1.74 1.73 1.75 1.745

   d. -$\sqrt{5}$ -3.15 0.99 0.98988988 -π $\sqrt{2}$ $\sqrt{7}$

6. Determinamos si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos y argumentamos las respuestas:

   a. La suma de dos números reales es un número real no negativo. ( )

   b. La suma de un número y su opuesto es 0. ( )

   c. La resta de dos números reales no negativos da como resultado un número real no negativo. ( )

   d. No existe un número real cuyo cuadrado sea -4. ( )

   e. Existe un número racional entre $\sqrt{3}$ y 1,732050808. ( )

7. Utilizamos la calculadora para encontrar la expresión decimal de cada uno de los siguientes números reales, y determinamos si es racional o irracional:

   a. $\frac{-1}{13}$

   b. $\sqrt{21}$

   c. $1 + \pi$

   d. $\frac{-4}{99}$

8. Socializamos los ejercicios resueltos en una actividad grupal de clase, con el fin de confrontar los aprendizajes logrados.

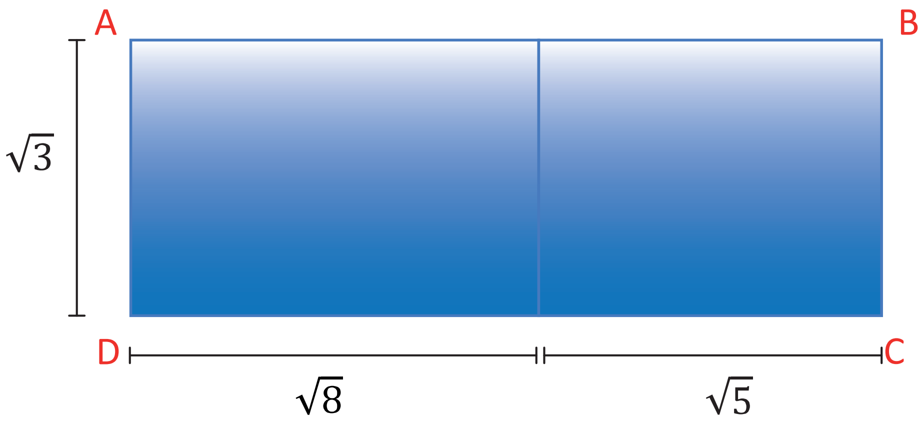
9. Compartimos con el profesor los ejercicios anteriores y le solicitamos evaluar la actividad.

D Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

1. Aplicamos las propiedades de las operaciones con números reales para dar respuesta a las siguientes situaciones de medición. No olvidemos consignar en el cuaderno tanto las situaciones como las soluciones a las mismas:

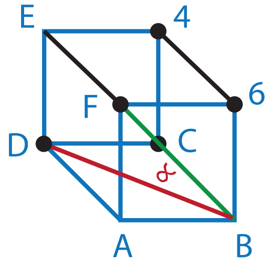
   a. Encontramos el área del rectángulo ABCD:



   b. Se quiere construir un parque en un espacio rectangular que mide de ancho 20 m y 30 m de largo. Si en el centro se quieren hacer una pila y unos caminos que salgan de cada esquina para que las personas puedan llegar a ella, ¿cuánto debe medir cada camino?

   c. La arista de un cubo mide 5 cm. De acuerdo a este dato, calculamos lo siguiente, aplicando cuando sea posible el Teorema de Pitágoras:

- ✓ La longitud de la diagonal BD de la base ABCD.
- ✓ La longitud de la diagonal BF del cubo.
- ✓ La medida de la superficie de una cara del cubo.



✓ El área de la superficie total del cubo.

✓ El volumen del cubo.

d. Encontramos el perímetro de un triángulo equilátero que mide de lado $\sqrt{7}$

e. Hallamos dos números irracionales cuya suma sea 4.

f. Hallamos dos números irracionales cuyo producto sea 4.

2. Invitamos a nuestro profesor a la mesa para que evalúe los ejercicios desarrollados.

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Realizo la siguiente lectura, tomo nota de lo más importante y construyo los cuadros indicados:

Los números reales sirven para leer algunos resultados médicos, por ejemplo, para comparar los niveles de glucemia entre los seres vivos y fallecidos:

Tabla 2. Comparación de niveles de glucemia entre vivos y fallecidos

Variable	Vivos			Fallecidos		
	N	Media (mmol/L)	DS	N	Media (mmol/L)	DS
Glucemia día 1	130	6,81	3,20	76	6,99	2,20
Glucemia día 2	130	6,67	2,30	75	7,29	3,10
Glucemia día 3	118	6,69	2,20	71	7,02	2,40
Glucemia día 4	105	6,67	2,90	67	7,01	2,00
Glucemia día 5	81	6,79	2,00	60	7,51	3,30
Glucemia día 6	74	6,70	2,20	57	7,43	2,60
Valor más alto de la glucemia de los 3 primeros días	130	8,41	3,00	76	8,72	3,00
Diferencia glucemia día 3- glucemia día 1	118	-0,17	3,90	71	0,07	2,80

Tabla tomada de http://www.bvs.sld.cu/revistas/end/vol21_3_10/t0202310.gif

Significados

N: Número de pacientes.

Media o promedio.

mmol/L: Milimoles.

por litro de sangre.

DS: Desviación estándar.

Teniendo en cuenta esta información, se observa que la media del nivel de glucemia en los seres vivos es inferior a la media del nivel de glucemia en los fallecidos en cada uno de los seis días. De acuerdos a estos datos, respondo a las siguientes preguntas:

a. ¿Cuál es la media más alta en el nivel de glucemia de los seres vivos durante los seis días?

b. ¿Cuál es la media más baja en el nivel de glucemia de los fallecidos durante los seis días?

2. Organizo los datos de forma ascendente de acuerdo a cada uno de los criterios que se muestran en la tabla sobre algunos de los astros:

Comparación entre los diferentes planetas

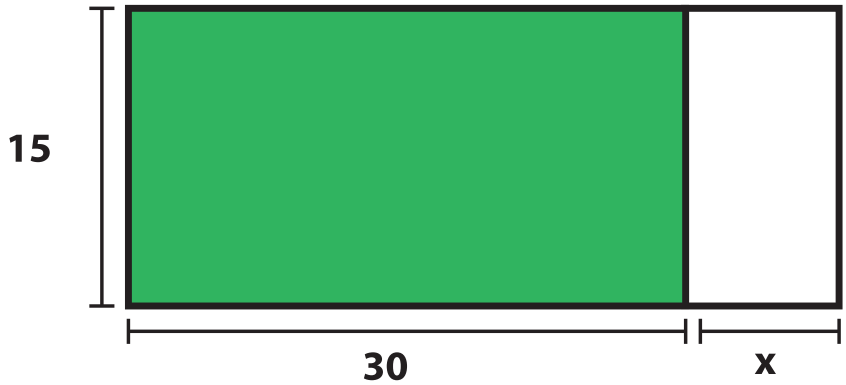
	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno	Plutón
Período Sideral	87,97 días	224,7 días	365,22 días	686,98 días	11,86 años	29,46 años	84,01 años	164,78 años	247,67 años
Distancia al Sol (UA)	0,387	0,723	1	1,524	5,203	9,539	19,18	30,07	39,44
Velocidad orbital Km/s	48	35	30	24	13	10	7	5	5
Período de rotación	58,65 d	243 d	24′	24 ′37″	9 ′50″	10 ′14″	17 ′14″	16 ′7″	6,39 d
Radio ecuatorial (km)	2.439	6.050	6.378	3.398	71.400	60.300	25.600	24.750	1.180
Masa Tierra = 1	0,005	0,816	1	0,108	318	95,2	14,6	17,2	0,1?
Densidad Kg/m3)	5400	5250	5.520	3,960	1350	700	1200	1500	5 ?
Gravedad Tierra = 1	0,37	0,88	1	0,37	2,64	1,15	1,17	1,18	0,4
Temperatura media (ºC)	400	460	15	-55	-150	-180	-210	-230	-230 ?
Albedo	0,056	0,72	0,39	0,16	0,7	0,75	0,8	0,8	0,15
Composición de la atmósfera	-----	CO_2, SO_2 NO_2 O_2	N_2, O_2 CO_2, Ar	CO_2, N_2 Ar	H_2, He CH_4, NH_3	H_2, He CH_4, NH_3	H_2, He CH_4	H_2, He CH_4	???

Tabla 3. Información de planetas

Tabla tomada de: http://universalia.foroactivos.net/t12-comparacion

Evaluación por competencias

1. Julieta tiene un terreno cuyas medidas son de 15 m de ancho y 30 m de largo. Si Julieta desea ampliar el terreno como se muestra en la figura,



lo que permite expresar el área del terreno $A = 15(30 + x) = 450 + 15x$ es la propiedad:

A. Asociativa.

B. Conmutativa.

C. Distributiva.

D. Modulativa.

1

2. José desea viajar a Cartagena con su familia (conformada por 5 personas).Para ello José puede elegir entre estas tres opciones:

I. Viajar en avión, que tiene un costo de $350 000 por persona.

II. Viajar en el automóvil particular, que tiene un costo en alimentación de $40 000 por persona más $ 300 000 en gastos como gasolina y peajes.

III. Viajar en transporte público terrestre, que tiene un costo de $ 140 000 por persona más $40 000 en alimentación para cada persona.

El orden adecuado de precios del más económico al más caro es:

A. $I < II < III$.

B. $II < III < I$.

C. $III < I < II$.

D. $II < I < III$.

2

3. Determino la veracidad (F o V) de cada uno de los siguientes enunciados:

A. 8 es un número real. ( )

B. $(-1)^2$ es un número negativo. ( )

C. $\sqrt{2} + 1$ es un número negativo. ( )

D. $-\frac{3}{4}$ es un número negativo. ( )

3

4. Ubico apropiadamente el paréntesis para obtener las siguientes igualdades:

A. $5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 = 13$

B. $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cdot 12 - \frac{1}{4} = -9$

C. $3 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

D. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-2}{15}$

4

5. Si a y b son números reales, tales que $a > 0$ y $b < 0$, determino si las siguientes expresiones son falsas o verdaderas:

A. $ab < 0$ ( ).

B. $ab^2 < 0$ ( ).

C. $b^2 > 0$ ( ).

D. $a - b > 0$ ( ).

5

Glosario

- **Antisimétrica:** Relación que permite la igualdad entre dos elementos, siempre y cuando éstos estén relacionados en ambos sentidos (aRb y bRa).
- **Desigualdad:** Es una relación de orden que se da entre dos o más expresiones.
- **Decimal:** Número que se escribe con una parte entera y una parte decimal.
- **Monotonía:** Que no presenta variación, en todos los casos se cumple.
- **Número Euler:** Se representa con la letra "e" y se aproxima a: 2.718282828...
- **Número oro:** Se representa con Φ y se aproxima a: 1.62803398...
- **Número Pi:** Se representa con π y se aproxima a: 3.14159265...
- **Orden aditivo:** La relación de orden entre dos elementos se mantiene cuando a cada uno se le suma un tercer elemento.
- **Orden multiplicativo:** La relación de orden entre dos elementos se mantiene cuando cada uno se multiplica por un tercer elemento positivo.
- **Propiedad de una operación:** Característica o atributo especial que tiene una operación.
- **Radical:** Es el símbolo con el que se indica que se debe extraer la raíz de una cantidad.
- **Reflexiva:** Propiedad de las relaciones que indica que un elemento está relacionado con él mismo.
- **Transitiva:** Si dos elementos a y b están relacionados al mismo tiempo que b y c , entonces se pueden relacionar los elementos a y c de la misma forma. Por ejemplo: Carolina es menor que Andrés, Andrés es menor que Carlos, entonces Carolina es menor que Carlos.