



Aprendamos sobre las cercanías de las medidas o las cantidades

## Indicadores de desempeño

### Conceptual

- Diferencia la estimación, la aproximación y el redondeo en situaciones cotidianas y no cotidianas.

### Procedimental

- Formula y resuelve situaciones problema que requieren de la estimación, aproximación y redondeo.

### Actitudinal

- Participa en la resolución de situaciones de la vida cotidiana, científicas y matemáticas.

# A Vivencia

## TRABAJO INDIVIDUAL

1. Escribo tres definiciones distintas de las siguientes palabras: Estimación, aproximación y redondeo. Intento buscar en diccionarios distintos o si es posible en páginas web distintas.

## TRABAJO EN PAREJAS

2. Llenamos la siguiente tabla con la información encontrada y determinamos las semejanzas y diferencias:

	Estimación vs aproximación	Aproximación vs redondeo	Estimación vs redondeo
Semejanzas			
Diferencias			

3. Observamos las siguientes etiquetas nutricionales y respondemos las preguntas:

### INFORMACIÓN NUTRICIONAL

Valor medio por cada:	100 ml	330 ml
Valor energético	195kj(47Kcal)	644kj(155 Kcal)
Proteínas	0,4 g	1,3 g
Hidratos carbono	11,0 g	36,3 g
de los cuales azúcares	10,6 g	35,0 g
Grasas	0,1 g	0,3 g
de las cuales saturadas	0,0 g	0,0 g
Fibra	0,3 g	1,0 g
Sodio	0,0 g	0,0 g

Producto A

	por 100 ml	por 500 ml	%IDR*
Energía	400kj/Kcal	2001Kj/471 Kcal	
Proteínas	10,6 g	53 g	
Hidratos de carbono	12,5g	62,5 g	
Grasa	0,2	1,0 g	
Vitamina E	1,2 mg	6,0 mg	60
Tiamina	0,14 mg	0,7 mg	50
Riboflavina	0,17 mg	0,9 mg	53
Niacina	1,8 mg	9,0 mg	50
Vitamina B6	0,18 mg	0,9 mg	45
Biotina	0,01 mg	0,05 mg	33

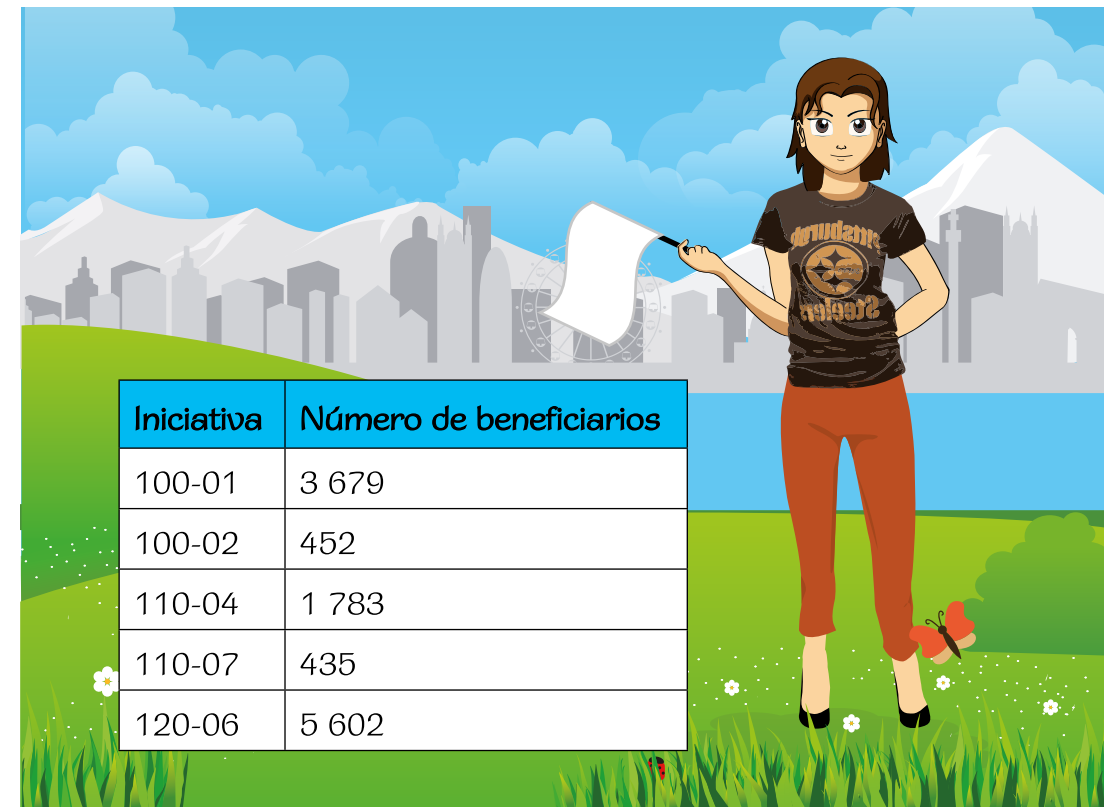
\*IDR = Ingesta Diaria Recomendada.

Producto B

- a. ¿Cuál es el nutriente que más tiene cada producto?
- b. ¿Cuáles son los datos numéricos que obtenemos de cada nutriente si los aproximamos a Kilogramos?

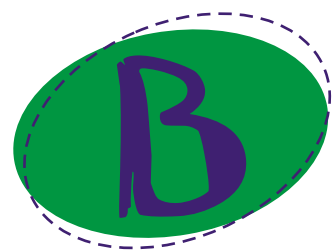
- c. Organizamos los datos numéricos de los nutrientes de tal forma que todos queden aproximados al número entero cercano; ¿cómo quedarían?

4. Carolina revisa los siguientes datos, los cuales ilustran las iniciativas de paz y solidaridad que han liderado diferentes personas en la comunidad del municipio Rosales en los últimos 4 años:



- a. Ella tiene que presentar la misma tabla con los datos numéricos cercanos al siguiente número 100. Elaboramos la nueva tabla.
- b. Ahora, tiene que presentar la misma tabla con los datos numéricos cercanos al siguiente número 1 000. Construimos esta nueva tabla.
- c. ¿Cuál de las dos tablas presentan una mejor aproximación a los datos reales? Justificamos la respuesta.

5. Socializamos con nuestros compañeros, nuestro profesor y estamos atentos a sus recomendaciones.



## Fundamentación Científica

### TRABAJO EN EQUIPO

- Nos reunimos en equipos de tres, asignamos los roles que consideremos necesarios para el buen desarrollo de las actividades y consignamos en el cuaderno los aspectos más relevantes:

Existen varios datos, tanto numéricos como medidas, que para operar o analizar es necesario realizar el proceso de redondeo, aproximación o estimación.

### Aproximación y redondeo

La aproximación es un dato muy cercano al valor real o a una condición particular; y con este es posible realizar cálculos. Los datos que son aproximaciones se representan con el símbolo  $\approx$ .

Las aproximaciones se realizan por defecto o exceso en contextos geométricos o numéricos.

Estudiemos algunos ejemplos en algunas situaciones matemáticas:

#### Ejemplo 1:

Si sabemos que  $\sqrt[3]{3} \approx 1.732050807568877 \dots$  Observamos que el número decimal es una aproximación, y en la siguiente tabla realizaremos un estudio de aproximación:

	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso
A menos de una unidad.	1	2
A menos de una décima.	1.7	1.8
A menos de una centésima.	1.73	1.74
A menos de una milésima.	1.732	1.733
A menos de una diezmilésima.	1.7320	1.7321
A menos de una cienmilésima.	1.73205	1.73206
A menos de una millonésima.	1.732050	1.732051

Si continuamos con el proceso de aproximación sucesivamente podremos concluir que:

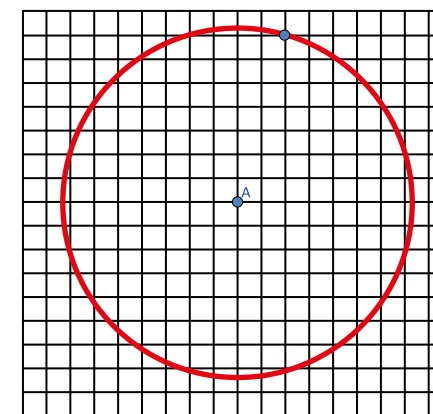
- No podremos determinar exactamente el valor de  $\sqrt[3]{3}$ .
- El número decimal que expresa la raíz cuadrada de 3, es infinito y no periódico.
- La aproximación se realiza por defecto o por exceso para determinar el valor más cercano.

En este proceso a cualquier aproximación por defecto le corresponde una aproximación por exceso. La aproximación por exceso se obtiene sumando 1, 0.1, 0.01, 0.001, o la unidad correspondiente, según sea el caso. La aproximación por defecto se obtiene restando 1, 0.1, 0.01, 0.0001, o la unidad correspondiente, según sea el caso.

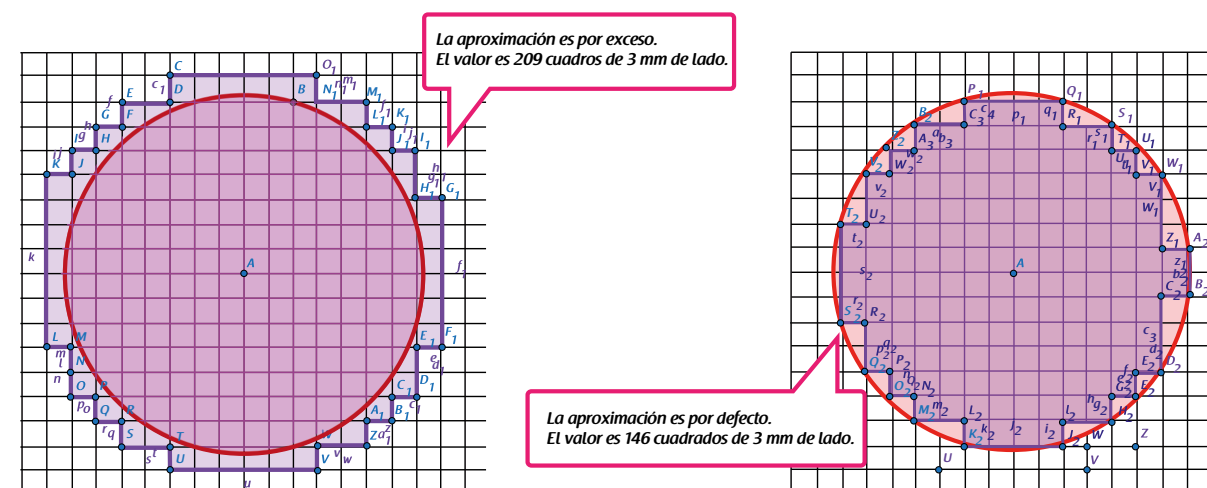
#### Ejemplo 2:

Determinamos el valor del área de la circunferencia por aproximaciones por defecto o por exceso.

**Paso 1:** Elaboramos una cuadrícula que tenga una medida específica. En este caso será de 3 mm por lado.



**Paso 2:** Realizamos una aproximación a la figura geométrica, tanto por exceso como por defecto:

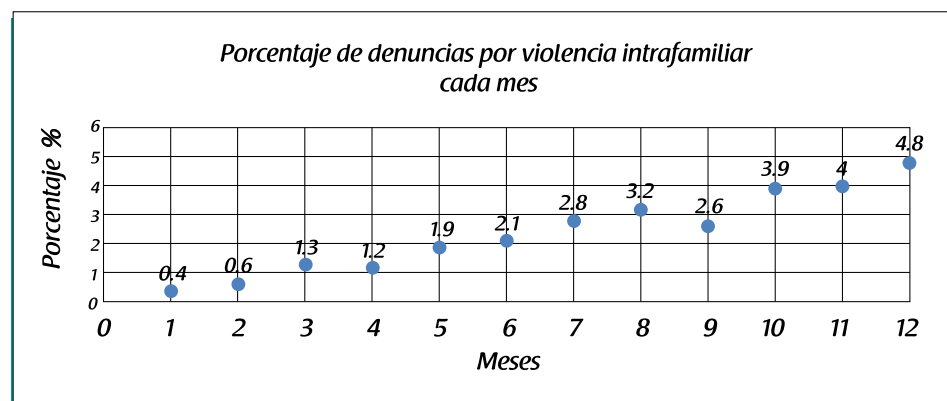


**Paso 3:** Determinamos el valor de aproximación del área como una desigualdad entre los valores encontrados:

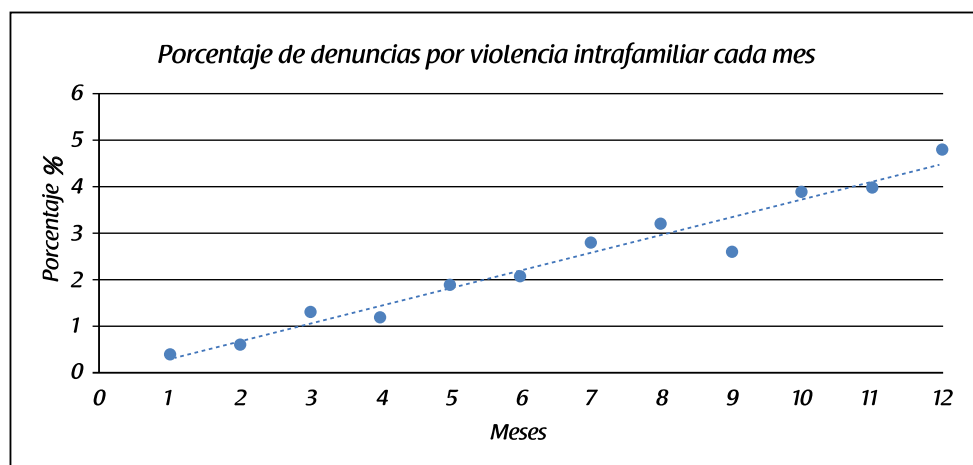
$$\begin{array}{l} \text{Calculamos} \\ 146 \times (3\text{mm})^2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Calculamos} \\ 146 \times (3\text{mm})^2 \end{array}} \right\} 1\,314\text{mm}^2 < \text{área del círculo} < 1\,881\text{mm}^2 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Calculamos} \\ 209 \times (3\text{mm})^2 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Calculamos} \\ 209 \times (3\text{mm})^2 \end{array}$$

### Ejemplo 3:

Existen aproximaciones de los datos estadísticos a una función. En la gráfica se muestran los casos de violencia intrafamiliar, de los cuales se han presentado denuncias en la comisaría durante un año:



Es posible realizar una aproximación a una recta, cuya ecuación es  $y = 0.4x - 0.1$ , donde  $x$  es el mes; y,  $y$  el porcentaje de denuncias hechas por mes:



Existe un proceso de aproximación de un número decimal por otro que tenga menor número de cifras decimales. Este lo podemos realizar de dos formas distintas: **Truncamiento** y **redondeo**.

El **truncamiento** consiste en dejar un número de decimales deseado y quitar los que sobran.

### Ejemplo 4:

Se tiene el decimal 3.141523 y se desea aproximar a las centésimas por el método de truncamiento. El resultado que tendremos será entonces 3.14

En cambio, **el redondeo** consiste en aumentar, disminuir o conservar la cifra que

se solicita en una unidad, según sea el caso; aplicamos las siguientes reglas:

**Primer regla:** Si la primera cifra que se omite (arroja) es 0,1, 2, 3 o 4; entonces es la última cifra que se conserva en el número aproximado, sin ningún cambio. Esto se conoce como **redondeo con defecto**.

### Ejemplo 5:

Si el número dado es 3.143 y se solicita dejar dos cifras, se tiene entonces que la aproximación es 3.1

**Segunda regla:** Si después de la última cifra conservada sigue un 9, 8, 7, 6 ó 5, luego de la cual hay una o varias cifras significativas, entonces es necesario sumar una unidad a la cifra que se conserva; si la última cifra que se conserva es 9, esta se debe cambiar a 0 y el valor de la penúltima cifra se debe aumentar en una unidad. Esto se conoce como **redondeo con exceso**.

### Ejemplo 6:

Si se tiene el decimal 25.167 y se solicita redondeo a las décimas se obtendrá 25.2

**Tercera regla:** Si la última cifra conservada es sólo 5 o 5 seguido de ceros, se toma como última cifra el número par más próximo; es decir, la cifra par retenida se deja, y si es impar se toma la cifra superior.

### Ejemplo 7:

Si se tiene el decimal 39.425 y se desea aproximar a centésimas, como el número anterior a 5 es par se deja así: 39.42

En cambio, si se tiene el decimal 234.135 y se aproxima a centésima, como el número anterior a 5 es impar se aumenta una unidad, así: 234.14

Igualmente, existe redondeo en los números naturales; este consiste en encontrar el natural más próximo y múltiplo de 10.

### Ejemplo 8:

Si se tiene el número 34 561 su redondeo a las decenas será así: 34 560.

Por otro lado, existen otro tipo de redondeos que se indican a continuación:

**Redondeo múltiplo:** Consiste en escribir el número múltiplo más próximo al número dado.

**Redondeo impar:** Consiste en escribir el número entero impar más próximo al número dado.

**Redondeo par:** Consiste en escribir el número par más próximo al número dado.

Así mismo, existe redondeo con números enteros a una unidad, de tal forma que queda en ceros. Por ejemplo, al redondear 34 556 a la centena más próxima se tiene como resultado 34 600.



## La estimación estadística

Es un número que permite hacer inferencias sobre el comportamiento de los datos para determinar la probabilidad de ocurrencia de un evento. Por ejemplo, cuál es la probabilidad de que en la región se presente una sequía el próximo año; lo que se intenta establecer es en qué medida se espera que este suceso se dé en este tipo de región. Entonces, estamos resolviendo problemas sobre la ocurrencia de la probabilidad de un evento a partir de los datos muestrales, por eso en todos los casos son aproximaciones.

Los procedimientos de estimación se pueden dividir en dos tipos, **estimación puntual** y **estimación por intervalo**.

### Estimación puntual

Un procedimiento de estimación puntual utiliza la información de una muestra para llegar a un solo número o punto, que estima el parámetro de interés. La forma de calcular el estimador es: Si disponemos de una muestra de tamaño  $n$  de la población a la que se refiere la probabilidad, entonces la frecuencia relativa de apariciones del suceso  $A$ , en el que se quiere determinar la probabilidad de la muestra, es el estimador  $\pi$ . Simbólicamente:

$$\frac{f_A}{n} \rightarrow P(A) = \pi$$

El problema de este estimador es que se modifica porque el tamaño de la muestra no es constante. Es por ello que existe la necesidad de determinar estimación por intervalo.

### Estimación por intervalo

Un estimador por intervalo utiliza los datos de una muestra para determinar dos puntos que pretenden abarcar el valor real del parámetro estimado. Para ello, necesitamos cierto grado de confianza, lo que significa que se aceptará cierto nivel de error; por ejemplo, si se tiene una confianza del 95% a la vez se está aceptando 5% de error.

- La estimación por intervalo requiere que se tengan los siguientes datos:

$$\pi \in p_0 \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$$

- El rango de valores que incluye el valor de  $\pi$  con una probabilidad  $(1 - \alpha)$ .
- $P_0 = f_a/N$  es la frecuencia relativa del suceso en una muestra de tamaño  $n$ . En todos los casos, vamos a considerar la muestra representativa de la población.
- $Q_0 = 1 - P_0$
- $z_{1-\alpha/2}$  corresponde al valor de una distribución normal,  $N(0,1)$ , que delimita un intervalo  $(1 - \alpha)$ . En todos los casos de la guía  $(1 - \alpha) = 0.95$

y al realizar  $(1 - \alpha/2) = 0.975$  corresponde a un valor de la normal  $z_{0.975} = 1.96$

### Ejemplo 9:

Consideremos que un 27.3% de un total de 279 plantas de café responden favorablemente a un riego alterno. ¿Cuál sería la estimación de la probabilidad de que una planta de café responda favorablemente a este riego alterno?

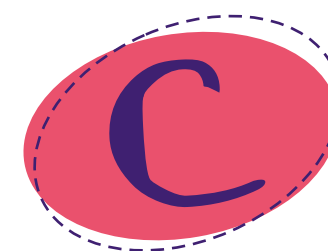
Determinamos los datos:

La muestra tiene el tamaño  $n = 279$ ,  $P_0 = 0.273$ ,  $q_0 = 1 - 0.273 = 0.727$  y el nivel de confianza es de 0.95, lo que equivale a una  $Z = 1.96$ . Por tanto:

$$\begin{aligned} \pi &\in 0.273 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.273 \cdot 0.727}{279}} \\ \pi &\in 0.273 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.273 \cdot 0.727}{279}} \\ \pi &\in 0.273 \pm 0.052 \\ \pi &\in (0.221, 0.325) \end{aligned}$$

Por lo tanto, estimamos con una confianza del 95% que el valor de la probabilidad buscada está entre 0.221 y 0.325.

2. Convocamos al profesor para que nos aclare cada una de nuestras inquietudes y para que revise las actividades desarrolladas hasta el momento.



## Ejercitación

### TRABAJO INDIVIDUAL

1. Realizo las siguientes operaciones con decimales utilizando el procedimiento de redondeo por truncamiento a centésimas:

- a.  $0.345 + 12.36789 + 16.458$
- b.  $45.321 - 21.03245$
- c.  $45.321 \times 2.34901$
- d.  $34.2012 \div 0.012$



2. Completo las tablas para realizar las aproximaciones por defecto o por exceso y me ayudo con una calculadora para encontrar los decimales:

a.

$\sqrt[2]{2}$	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso
A menos de una unidad.		
A menos de una décima.		
A menos de una centésima.		

b.

$\sqrt[3]{5}$	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso
A menos de una unidad.		
A menos de una décima.		
A menos de una centésima.		
A menos de una milésima.		
A menos de una diezmilésima.		
A menos de una cienmilésima.		
A menos de una millonésima.		

c.

$\frac{\sqrt[2]{27}}{2}$	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso
A menos de una unidad.		
A menos de una décima.		
A menos de una centésima.		
A menos de una milésima.		
A menos de una diezmilésima.		
A menos de una cienmilésima.		

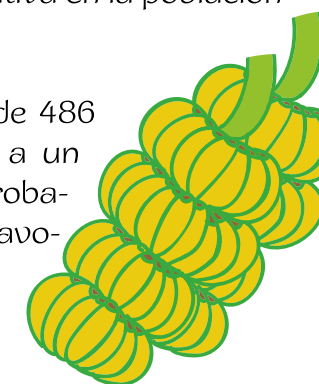
3. Indico el tipo de redondeo que utilizo y hago la operación con los datos aproximados, mostrando el margen de error:

- $3\,457 + 12\,789$  redondeo en la cifra de las centenas.
- $36\,751 - 23\,123$  redondeo en la cifra de las decenas.

- $2.3010475 + 45.00237$  redondeo en la cifras de las milésimas.
- $0.001 + 2.12$  redondeo en la cifra de las décimas.

4. Resuelvo las siguientes situaciones:

- En una encuesta realizada a 134 personas, un 67% contestan afirmativamente a la pregunta: ¿Está usted de acuerdo con la utilización de fertilizantes químicos para controlar las plagas? Estimo la probabilidad de personas favorables a esta iniciativa en la población original (95% de confianza).
- Teniendo en cuenta que un 38.2% de un total de 486 plantas de banano responden favorablemente a un riego químico; ¿cuál sería la estimación de la probabilidad de que una planta de banano responda favorablemente a este riego (95% de confianza)?
- Al observar que de los 345 estudiantes de una escuela, el 3.15% están perdiendo el año escolar según el Sistema Institucional de Evaluación, ¿cuál sería la estimación de la probabilidad de que los estudiantes sean promovidos al siguiente grado, si se realiza un cálculo sobre el 95% de confianza?



### TRABAJO EN EQUIPO

- Socializamos el trabajo realizado sobre cada una de las situaciones anteriores e invitamos al docente a que valore nuestros aprendizajes.



## Aplicación

### TRABAJO EN PAREJAS

Resolvemos las siguientes situaciones:

- En la comunidad de la región Carolina, se presentaron cinco propuestas para reducir la violencia de la zona y se realizó una encuesta de apoyo de las mismas:

PROPUESTAS	A FAVOR
PRIMERA	32
SEGUNDA	19
TERCERA	43
CUARTA	36
QUINTA	57

- Hallamos la estimación puntual por cada propuesta.
  - Hallamos la estimación por intervalo por cada propuesta.
- En un hospital se realizó un estudio sobre problemas con hepatitis a algunos pacientes:

Tabla de contingencia **MEJORA \*GRUPO**

		GRUPO		Total
		Tratamiento	Control	
MEJORA	Recuento	35	20	55
	% de GRUPO	74,5%	42,6%	58,5%
Si	Recuento	12	27	39
	% de GRUPO	25,5%	57,4%	41,5%
Total	No	47	47	94
	% de GRUPO	100,0%	100,0%	100,0%

- Determinamos la estimación puntual del grupo tratamiento.
- Determinamos la estimación puntual del grupo control.
- Determinamos la estimación por intervalos de mejoramiento afirmativo.
- Determinamos la estimación por intervalos de mejoramiento negativo.

- Comparamos la estimación por intervalos de mejoramiento afirmativo con tratamiento y control.

- En la siguiente tabla de datos agrupados se presenta la altura de los estudiantes de 9° de un colegio:

Altura en cm	Frecuencia absoluta
150 – 155	3
155 – 160	6
160 – 165	12
165 – 170	18
170 – 175	25
175 – 180	17
180 – 185	10
185 – 190	7

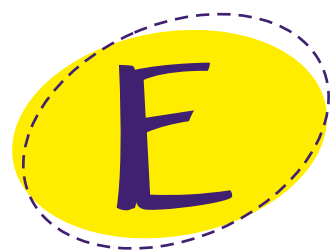
Respondemos de acuerdo a los siguientes criterios:

- Encontramos las medidas de tendencia central (mediana, moda y promedio). Teniendo en cuenta esta información, elaboramos una conclusión al respecto.
- Hallamos el rango, la desviación estándar y la varianza. Teniendo en cuenta esta información, elaboramos una conclusión al respecto.
- Determinamos la estimación puntual de las estaturas más bajas.
- Determinamos la estimación por intervalo de las estaturas más altas.

### TRABAJO EN EQUIPO

- Comparamos nuestras respuestas de los ejercicios anteriores con los demás compañeros para llegar a un consenso del trabajo realizado.
- Elaboramos un cuadro que muestre las ventajas que tiene la estimación para estudiar o inferir el comportamiento de un conjunto de datos.
- Convocamos a nuestro profesor para que valore nuestro trabajo.





## Complementación

### TRABAJO EN FAMILIA

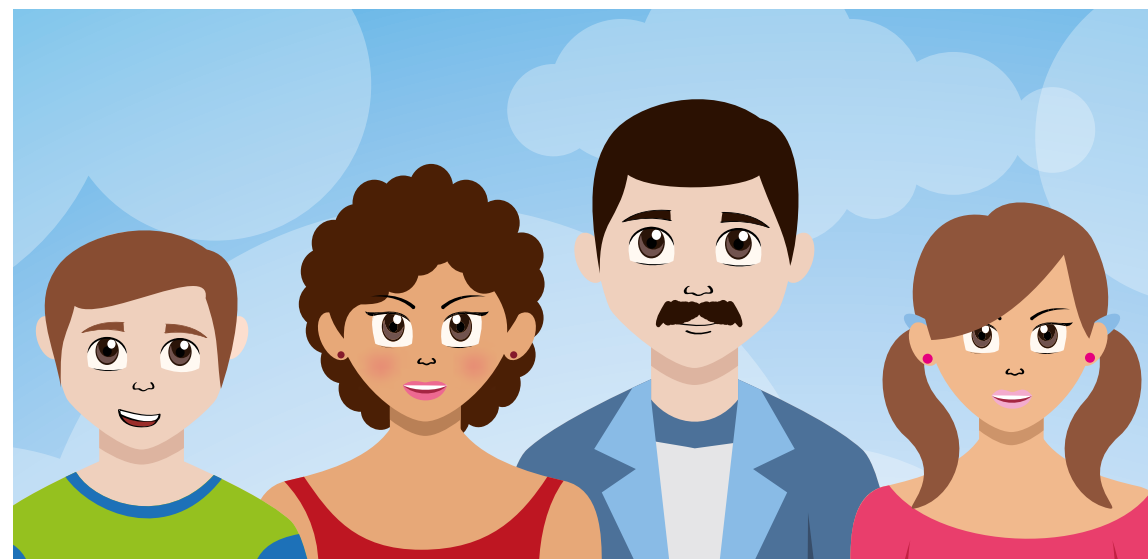
1. Establecemos dos problemáticas para priorizar en la comunidad por cada uno de los aspectos:
  - a. Económico
  - b. Social
  - c. Justicia
  - d. Escolar

Se sugieren las siguientes preguntas para ayudar a la conversación con la familia:

- ✓ ¿Cuáles son los problemas económicos que se perciben en la comunidad?
  - ✓ ¿Cuáles son los problemas sociales que se perciben en la comunidad?
  - ✓ ¿Cuáles son los problemas de justicia que se perciben en la comunidad?
  - ✓ ¿Cuáles son los problemas escolares que se perciben en la comunidad?
2. Determinamos un orden para las problemáticas encontradas en el ejercicio anterior, de tal forma que vaya desde la primera, es decir, la más urgente a atender, a la menos urgente a atender. De ese orden seleccionamos dos de las problemáticas más urgentes.
  3. Elaboramos dos propuestas que den solución a las problemáticas a priorizar. Para ello, se deben realizar preguntas, por ejemplo, qué pueden realizar como comunidad para dar solución y quiénes liderarían, entre otras.

### TRABAJO EN GRUPO

4. Resolvemos las siguientes actividades de acuerdo al trabajo en familia:
  - a. Elaboramos una encuesta que trate la urgencia para atender las problemáticas relacionadas con la familia para el 30% de la población del aula.



- b. Elaboramos una encuesta de favorabilidad a las propuestas construidas en familia para aplicar en el 30% de la población del colegio.
  - c. Aplicamos las encuestas al 10% de la población cercana al colegio. Realizamos los cálculos de la estimación de cada pregunta de la encuesta.
  - d. Determinamos el interés de la comunidad por una de las propuestas a través de las medidas de tendencia central, dispersión y posición.
  - e. Preparamos un informe sobre las decisiones que toma el grupo para fomentar la propuesta seleccionada por la comunidad.
5. Cuando todo el grupo presente sus propuestas, realizamos un debate en torno a la mejor propuesta y sacamos una conclusión con relación al uso de los datos estadísticos para tomar decisiones para la comunidad.



## Evaluación por competencias

### INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 1 Y 2

En una encuesta realizada a 432 personas, un 67% contesta afirmativamente a la pregunta: ¿Está usted de acuerdo con la utilización de las TIC en la escuela a través de los móviles o tablets?

1. La estimación de la proporción de personas que favorecen esta iniciativa en la población original y con una confianza del 95% es:

- A. (0.61, 0.73).  
B. (0.59, 0.75).  
C. (0.59, 0.75).  
D. (0.64, 0.70).

1

2. Si se aumenta el número de encuestados al doble y se mantienen los demás datos, la estimación por intervalo se:

- A. Modifica al doble el inicio del intervalo.  
B. Modifica a la mitad el final del intervalo.  
C. Aumenta dos centésimas el inicio del intervalo.  
D. Disminuye dos décimas el final del intervalo.

2

### INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 3, 4 y 5

Camilo no llena completamente la siguiente factura por redondeo a las centenas porque no tenía monedas de otra nominación para dar lo que sobraba:

DULCERÍA DE ANDRES			
Nombre: Camilo Rojas		C.C.34.567.001	Fecha: 23 sept.
Artículo	Cantidad	Valor por unidad	Valor total
Carne	75 libras	5 400	
Tomate	1 libra	300	
Cebolla cabezona	10 libras	1 200	
Papa	1 bulto de 75 libras	55 000	
Cilantro	1 libra	1 000	
Mantequilla	5 libras	1 200	
Aguacate	50 unidades	2 500	
Cebolla larga	1 libra	1 000	
Yuca	25 libras	1 200	
Plátano maduro	50 unidades	600	
Total			
IVA 20%			
TOTAL A CANCELAR			

3. Elaboro la factura con los precios reales de cada unidad; se anotó lo que se descontó con (-) y lo que se agregó con (+) de cada valor de la unidad en la siguiente tabla:

Artículo	Valor por unidad	Lo que se agregó o quitó para el redondeo
Carne	5 400	-37.23
Tomate	300	+43.66
Cebolla cabezona	1 200	+23.22
Papa	55 000	+20.89
Cilantro	1 000	-18.56
Mantequilla	1 200	-36.15
Aguacate	2 500	-42.78
Cebolla larga	1 000	+7.33
Yuca	1 200	+85.11
Plátano maduro	600	-26, 21

4. ¿Cuál es el valor mayor: El de la cancelación de la factura con precios redondeados o el de los precios reales?
5. Si se realizan los cálculos con truncamiento en el IVA en la cifra de las décimas, ¿cuál es el costo a pagar?

## Glosario

- **Aproximación:** Es una representación inexacta, sin embargo, es suficientemente fiel como para ser útil.
- **Estimar:** Querer e inferir; parámetro estadístico que determina una proporción de ocurrencia.
- **Parámetro:** Es un número que representa a un conjunto de datos.
- **Probabilidad de un suceso:** Es un parámetro característico de la población objeto de estudio.
- **Redondeo:** Procedimiento para realizar aproximaciones a la cifra solicitada.
- **Truncamiento:** Consiste en dejar los decimales con el número deseado y quitar lo que sobra.

## Bibliografía

Angel, A. (2008). Álgebra intermedia. Séptima edición. México: Pearson Educación.

Batanero, C. y Godino, J.D (2003). Estocástica y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-0-3. 75 páginas.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-6-2. 155 páginas.

Swokowski, E y Cole, J (2009). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Doceava edición. México: Pearson Educación.

Triola M.F (2009). Estadística. Décima Edición. México: Pearson Educación.

Valdivieso, R (s.f.). Matemática para todos. Fascículo 12: procesamiento de datos. Venezuela: Fundación Polar.