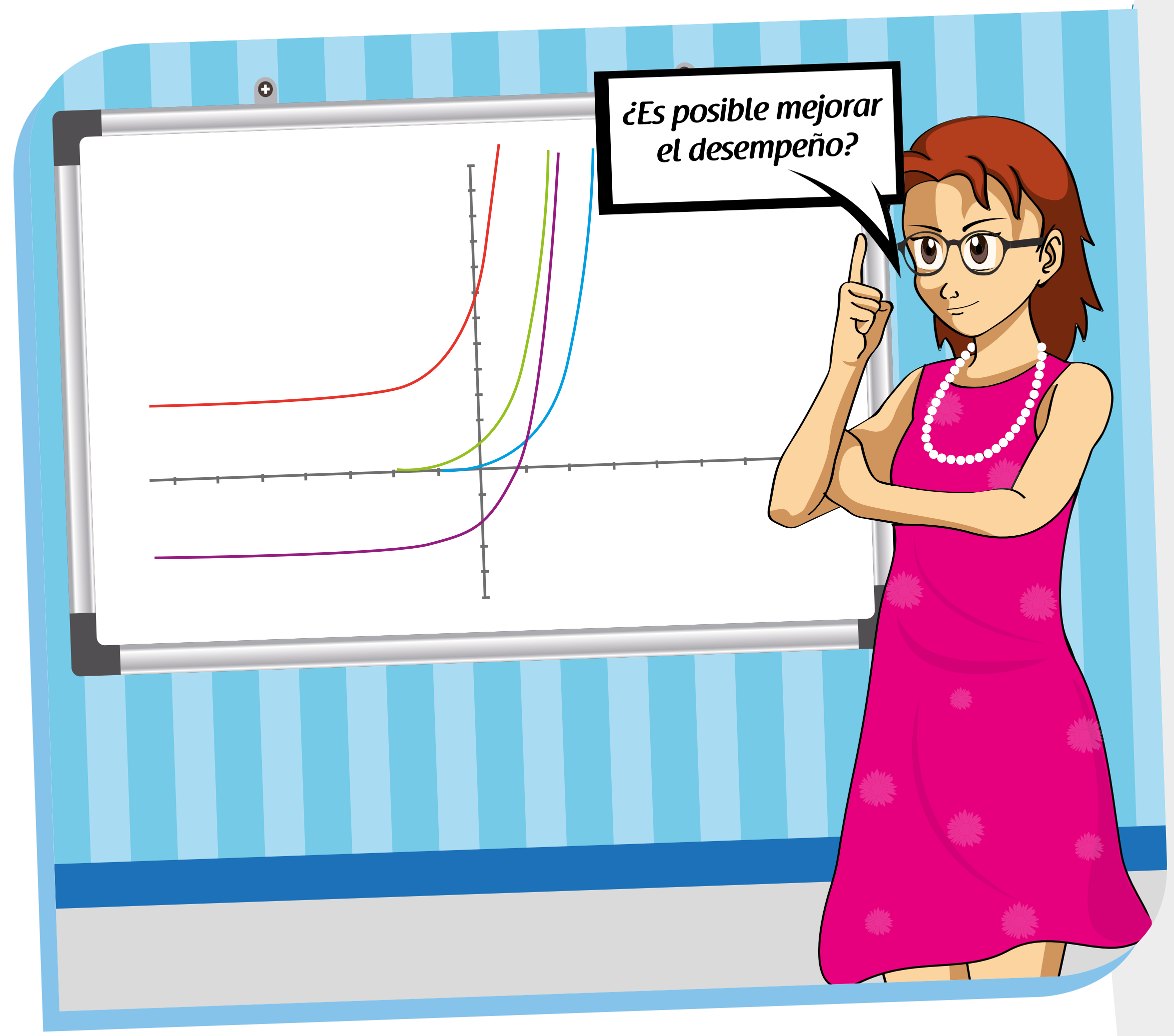
Glosario

- **Ecuación lineal de una variable:** Es una ecuación de la forma $ax + b = 0$, donde a y b son números reales y la letra x representa la variable.
- **Ecuaciones equivalentes:** Son aquellas que tienen la misma solución.
- **Plano cartesiano:** Está formado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o de las equis (x), y la vertical, eje de las ordenadas o de las yes, (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de origen.
- **Resolver la ecuación:** Consiste en encontrar todos los valores que hacen que esa ecuación sea una igualdad.
- **Variable independiente:** Es aquella cuyo valor no depende de la otra.

Guía 5

Comprendamos las transformaciones de las funciones polinómicas



Indicadores de desempeño

Conceptual

- Establece diferencias entre los diferentes registros de las transformaciones de las funciones polinómicas.

Procedimental

- Aplica las transformaciones polinómicas para identificar y explicar fenómenos de la naturaleza.

Actitudinal

- Demuestra aprecio y valora las posibilidades que ofrece la matemática a situaciones cotidianas y científicas.

A Vivencia

TRABAJO EN PAREJAS

1. De los siguientes ejercicios determinamos cuáles son funciones y cuáles relaciones. Justificamos nuestras respuestas:

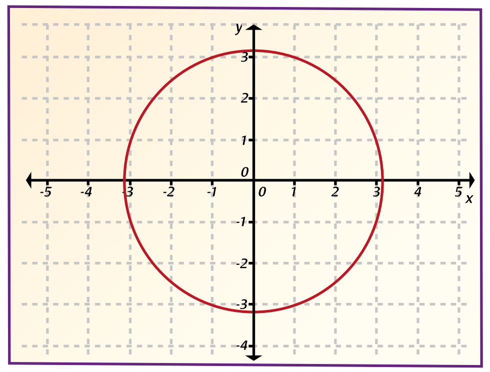
a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	4	-1	-4	-5	-4	-1	4	11	20

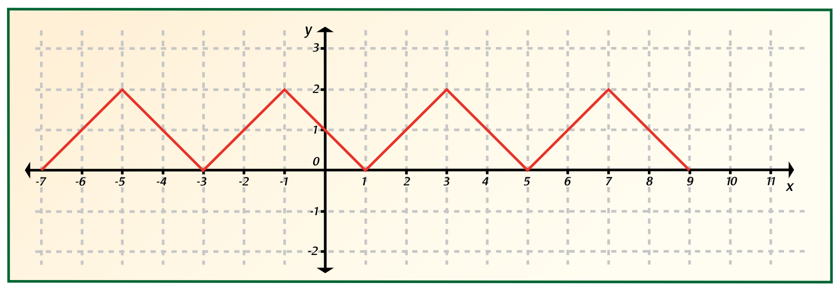
b.

x	y
-3	1
-2	0
-1	1
0	0
1	1
2	0
3	1

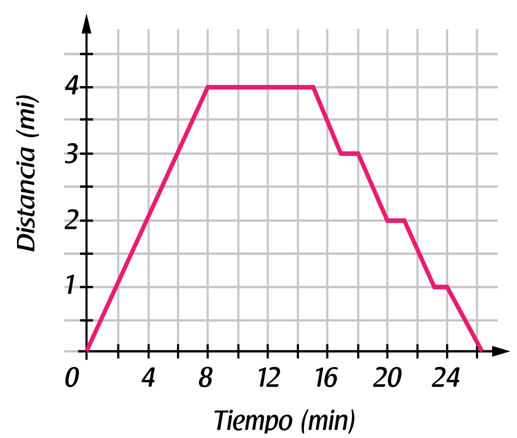
c.



d.

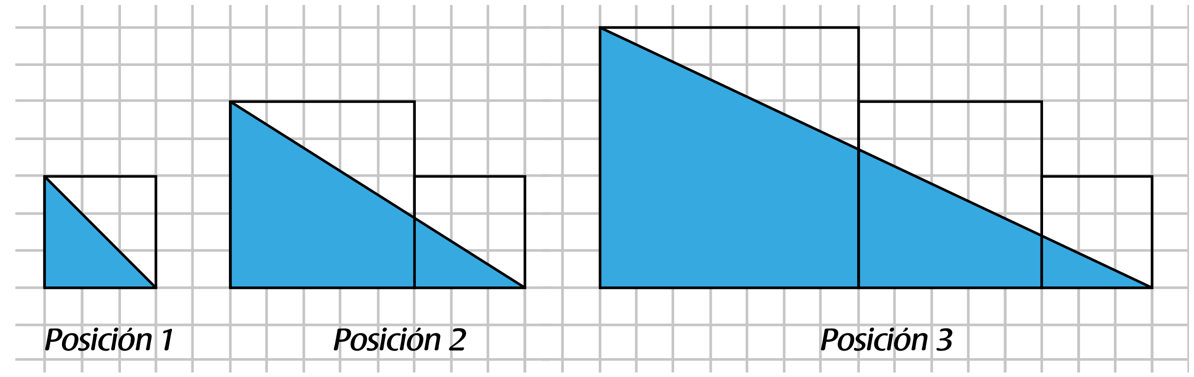


2. Natalia maneja una tienda de víveres; salió a comprar un poco de artículos para surtirla y luego manejó directo hasta su casa. La gráfica de la función $y = f(x)$ muestra la distancia desde la casa de Natalia hasta la tienda y el tiempo que requiere para realizar este recorrido.



   a. ¿Qué significa f(4)?
   b. ¿Cuántas millas recorre Natalia para surtir su tienda?
   c. ¿Cuánto tiempo se demoró Natalia realizando las compras?
   d. Si cada parada de Natalia fue por un semáforo en rojo, ¿cuántos semáforos hay?

3. Carlos va aumentando la longitud de los lados un centímetro. Cada vez va trazando un triángulo rectángulo en la parte inferior y pinta el pedazo superior. ¿Cuántos centímetros cuadrados no se pintarán cuando tenga 10 cuadros?



4. Invitamos al profesor a revisar nuestras actividades.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Nos reunimos en equipos de tres, asignamos los roles que consideremos necesarios para el buen desarrollo de las siguientes actividades y elaboramos un mapa conceptual con las ideas principales de la lectura:

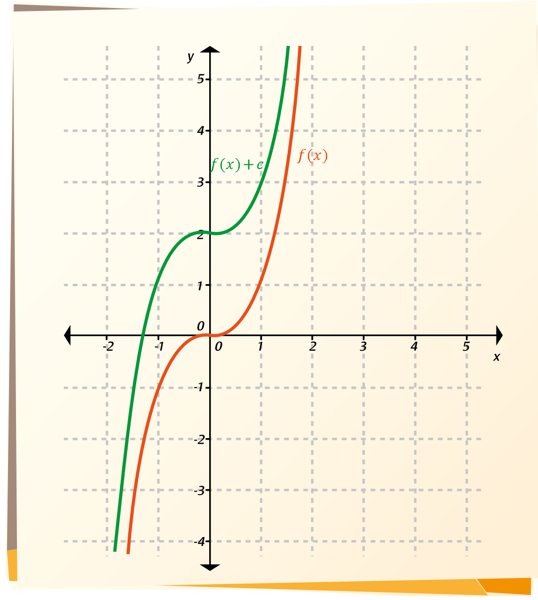
Transformaciones rígidas

En la gráfica de una función polinómica se realiza un cambio en la posición pero la gráfica conserva su forma. Las transformaciones rígidas son: Traslación y reflexión.

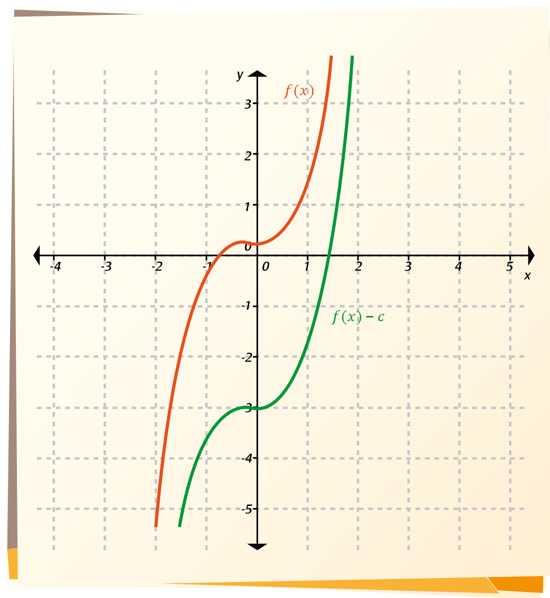
Traslación

Es un desplazamiento que se realiza en forma vertical u horizontal. Si tenemos que $y = f(x)$ y c es una constante positiva, entonces las gráficas de las funciones se alteran de la siguiente manera:

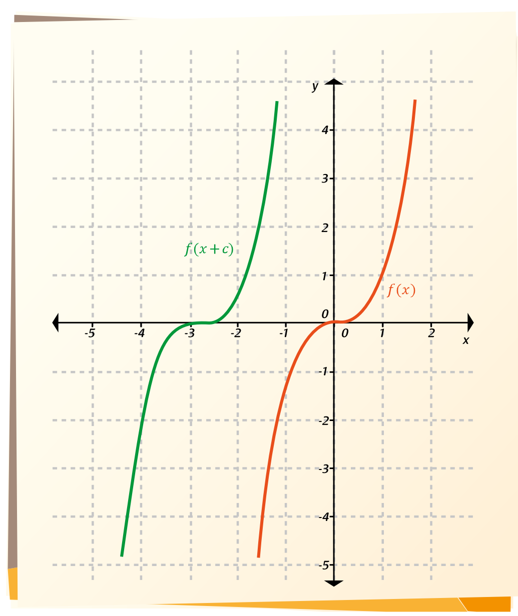
- $y = f(x) + c$ es la gráfica de f desplazada **verticalmente hacia arriba** c unidades:



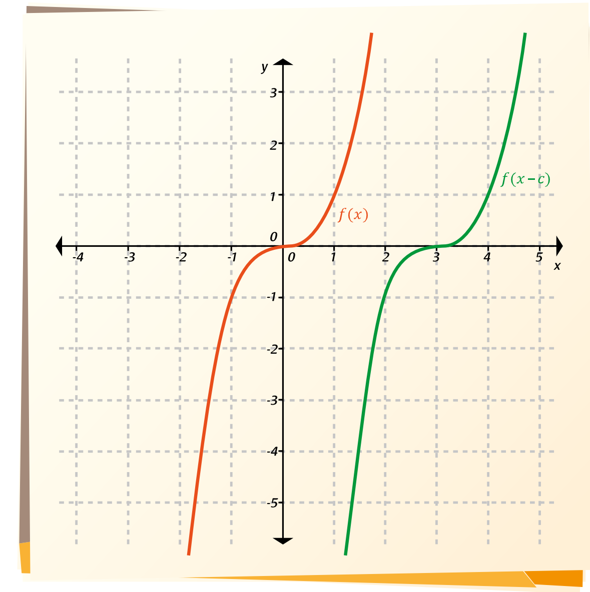
- $y = f(x) - c$ es la gráfica de f desplazada **verticalmente hacia abajo** c unidades:



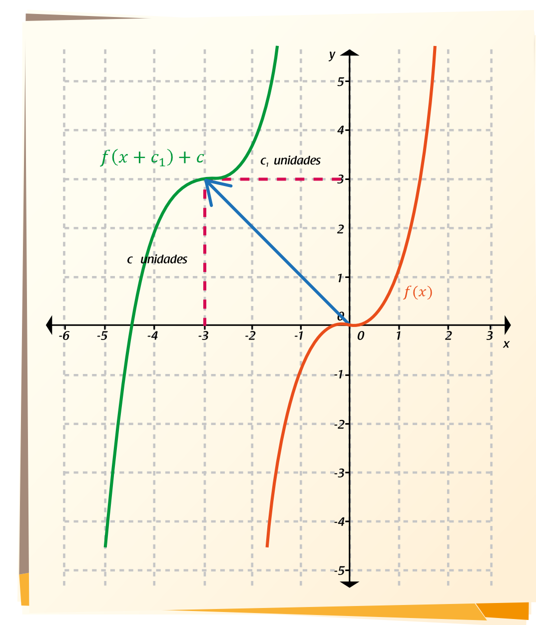
- $y = f(x + c)$ es la gráfica de f desplazada **horizontalmente hacia la izquierda** c unidades:



- $y = f(x - c)$ es la gráfica de f desplazada **horizontalmente hacia la derecha** c unidades:



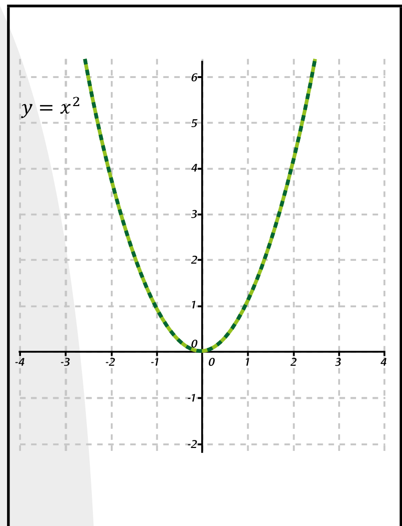
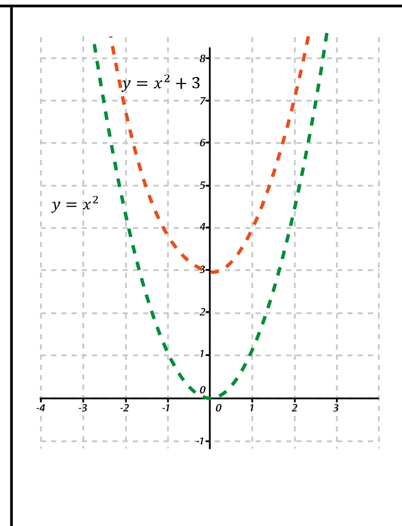
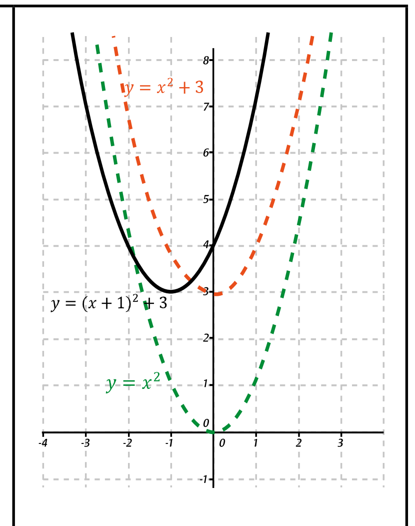
- $y = f(x \pm c_1) \pm c$ es la gráfica de f desplazada **horizontalmente y verticalmente** c unidades, aunque c puede tener valores distintos:



Ejemplo 1:

Graficamos $f(x) = (x + 1)^2 + 3$

La gráfica base es $y = x^2$, y se desplaza de forma vertical 3 unidades hacia arriba y de forma horizontal 1 unidad hacia la izquierda. Entonces la gráfica es:

		
Gráfica base	Gráfica desplazada 3 unidades hacia arriba.	Gráfica desplazada 1 unidad hacia la izquierda.

2. Elaboramos las gráficas de las siguientes funciones, utilizando el curvígrafo y hojas milimetradas que encontramos en el CRA. Indicamos cuál es la gráfica base y los tipos de desplazamientos a realizar:

a. $y = x^3 - 5$

b. $y = x^4 + 2$

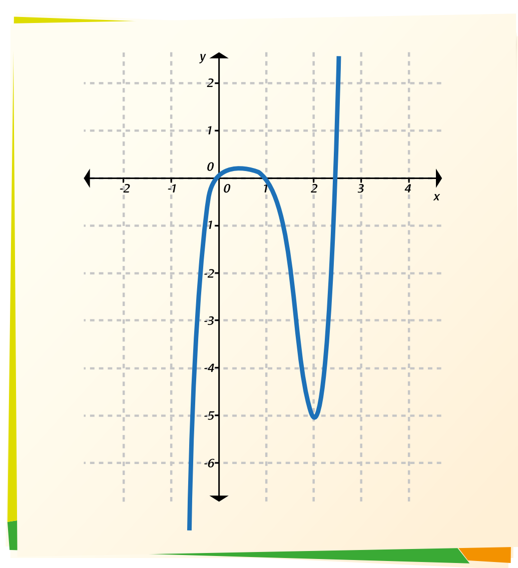
c. $y = (x+2)^2$

d. $y = (x+3)^2 - 1$

e. $y = (x-1)^3 + 2$

f. $y = (x-5)^4 - 2$

3. Utilizamos la gráfica de la función $y = f(x)$ para realizar las gráficas de las siguientes funciones:



a. $f(x) + 2$

b. $f(x) - 4$

c. $f(x+2)$

d. $f(x-3)$

e. $f(x-5) + 1$

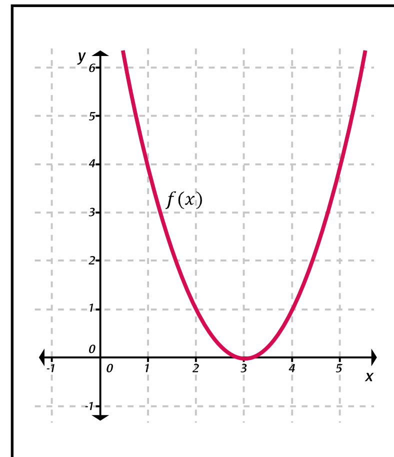
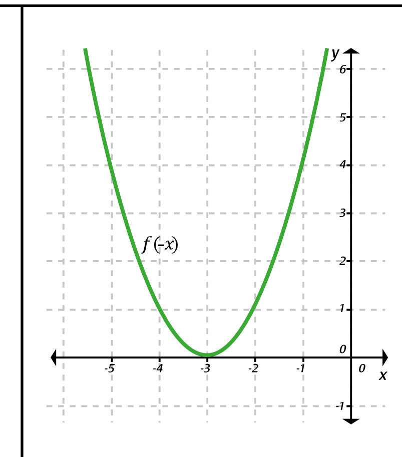
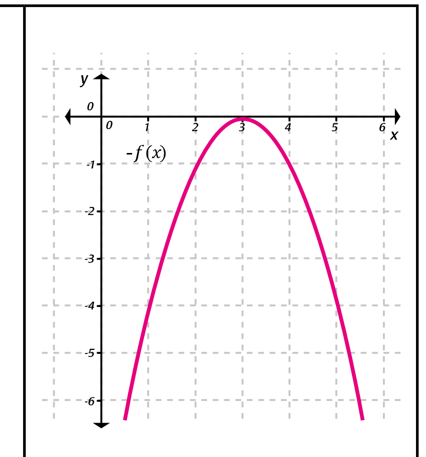
4. Continuamos con la lectura y seguimos anotando las ideas principales para nuestro mapa conceptual:

Otra de las transformaciones a estudiar son **las reflexiones**. Estas se basan en la idea del espejo pero este se ubica en uno de los ejes para que la gráfica dada se refleje. Se representan de forma simbólica de la siguiente manera:

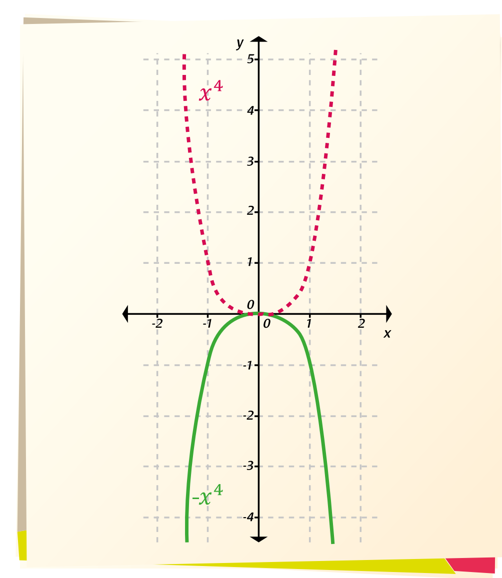
Suponemos que $y = f(x)$ es una función. Entonces

- $y = -f(x)$ es la gráfica de f reflejada en el ***eje x***.
- $y = f(-x)$ es la gráfica de f reflejada en el ***eje y***.

A continuación se muestran las gráficas correspondientes:

		
Gráfica base	La gráfica se refleja con respecto al eje y.	La gráfica se refleja con respecto al eje x.

Ejemplo 2:
Realizamos la gráfica de $y = -x^4$. Sabemos que la gráfica base es $y = x^4$ y al tener el signo menos este se refleja con respecto al eje x. Entonces la gráfica es:



5. Realizamos las siguientes gráficas y dibujamos la gráfica correspondiente a $y = -f(x)$ de las funciones dadas. Para este trabajo utilizamos el curvígrafo y hojas milimetradas que encontramos en el CRA:

a. $f(x) = x^3 - 2x$

b. $g(x) = x^5 + 2x^4 - 3x$

c. $h(x) = (x+2)^2$

d. $i(x) = (x+3)^3$

e. $j(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 4x + 1$

f. $l(x) = 2x^2 - 4x + 1$

6. Elaboramos las gráficas $y = f(-x)$ correspondientes a las funciones del ejercicio anterior. Para este trabajo utilizamos el curvígrafo y hojas milimetradas que encontramos en el CRA.

7. Seguimos con la lectura y escribimos las ideas principales en el mapa conceptual:

Transformaciones no rígidas

Estas transformaciones alteran la forma de la función estirándola o comprimiéndola. Cuando la función f se multiplica por una constante c positiva, la gráfica cambia pero retiene aproximadamente su forma original.

Estiramientos

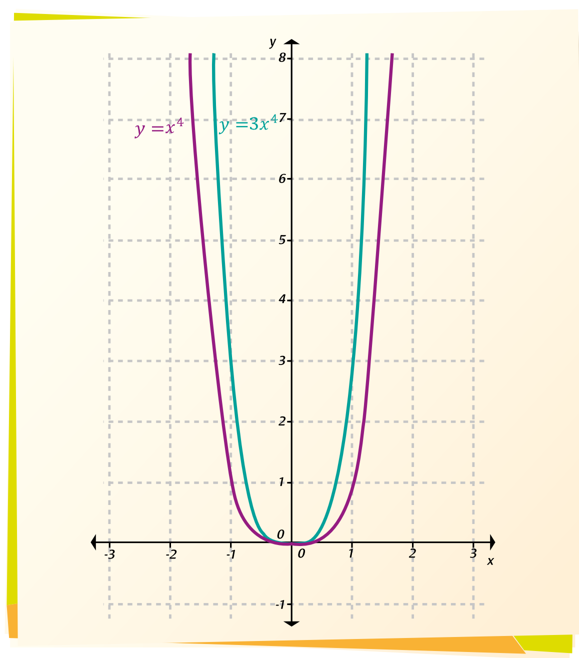
Los estiramientos de la gráfica son verticales cuando esta se aleja del eje x y se acerca al eje y.

Compresión

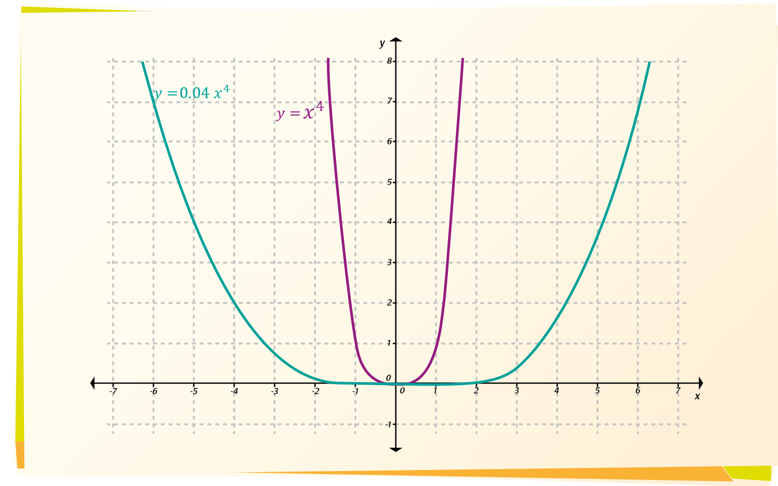
La compresión de la gráfica es horizontal cuando esta se aleja del eje y y se acerca al eje x.

Suponemos que $y = f(x)$ es una función y que c es una constante positiva. Entonces la gráfica:

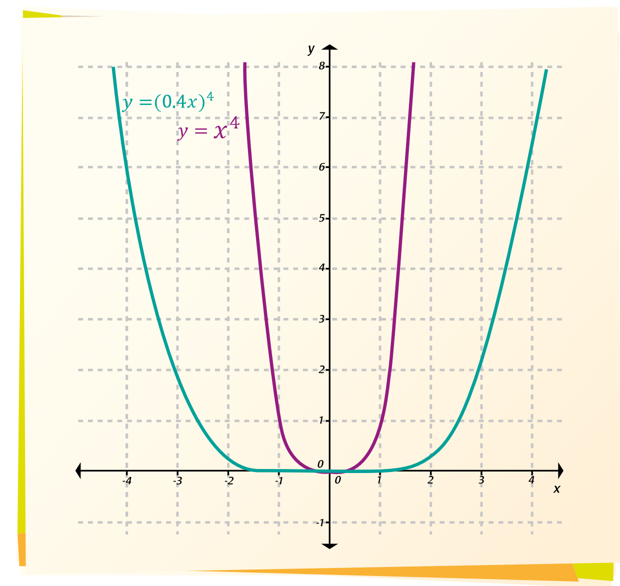
- $y = cf(x)$ es la gráfica de $f(x)$ **estirada** verticalmente por un factor de $c > 1$:



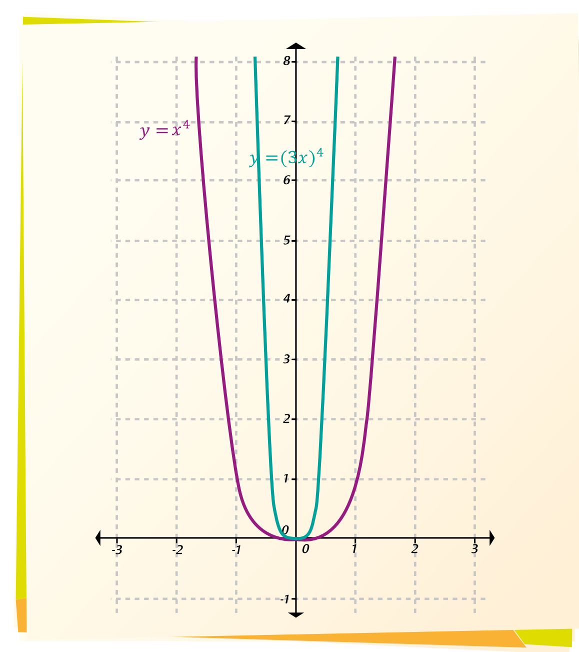
- $y = cf(x)$ es la gráfica $f(x)$ **comprimida** verticalmente por un factor c, si $0 < c < 1$:



- $y = f(cx)$ es la gráfica $f(x)$ **estirada** horizontalmente por un factor c, si $0 < c < 1$:



- $y = f(cx)$ es la gráfica $f(x)$ **comprimida** horizontalmente por un factor de $c > 1$:



8. Realizamos las gráficas correspondientes y explicamos qué tipo de transformación no rígida estamos realizando. Para este trabajo utilizamos el curvígrafo y hojas milimetradas que encontramos en el CRA:

   a. $y = 2x$
   b. $y = 0.5x$
   c. $y = (3x)^3$
   d. $y = (0.1x)^2$

9. Invitamos a nuestro profesor a valorar nuestro trabajo.

D Aplicación

TRABAJO EN FAMILIA

1. Resolvemos las siguientes situaciones realizando observaciones, si es posible:

   a. Si cada media hora saludamos a dos personas, ¿cuántas habremos saludado en 10 horas, si iniciamos a las 8 am con cinco personas? Elaboramos una gráfica para mostrar el progreso.
   b. Si cada hora se realiza una transacción de $450 mil, ¿cuánto dinero se recogerá desde las 7 am hasta las 5 pm?
   c. Un modelo de la difusión del virus del ébola se determina por la siguiente fórmula $p(x) = -x^2 + 4.76x$, donde x es el número de personas infectadas y $p(x)$ las personas nuevas que se infectarían. ¿Qué sucedería si se llega a la mitad de infectados, aumenta o disminuye su número?

2. Invitamos al profesor a que revise nuestras respuestas.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Socializamos las respuestas; en caso de controversia llegamos a un acuerdo.

4. Escribimos una situación que se relacione con el deterioro del medio ambiente de nuestra región. Mostramos nuestra agilidad estableciendo una función polinómica que exponga cómo se deteriora el ambiente a través del tiempo. Sustentamos la información con la encontrada en periódicos, libros o si es posible en páginas web que referencien el tema. Redactamos algunas pautas de acciones de familia y del colegio para mejorar la situación y preservar el medio ambiente.

5. Realizamos un debate en torno a la mejor propuesta y sacamos una conclusión al respecto que consignaremos en el cuaderno.

6. A partir de la propuesta seleccionada, construimos carteleras y folletos que ayuden a cuidar el medio ambiente; esta información deberá ser comunicada a través del gobierno escolar.

E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

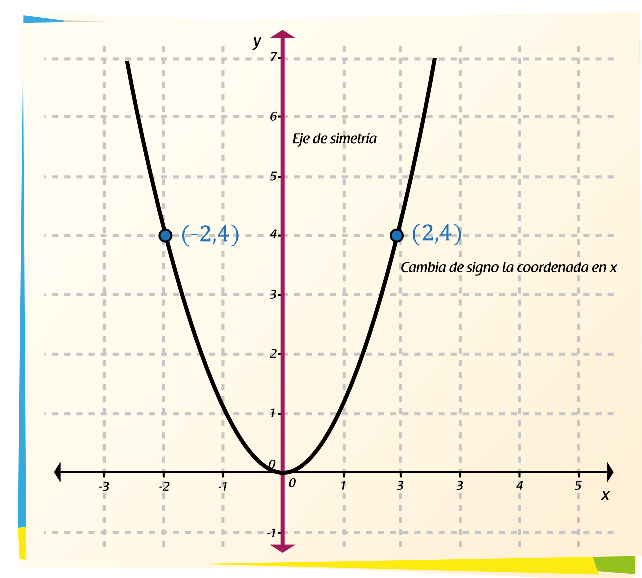
1. Realizamos la siguiente lectura y anotamos los aspectos más importantes en nuestros cuadernos:

Simetrías

Es una especie de reflexión que se da en la gráfica, la cual define como eje de reflexión al eje x, al eje y, y al punto de origen del plano cartesiano.

a) Simetría con respecto al eje y
Esta se da cuando al sustituir x por $-x$ se obtiene la misma ecuación de la función. Esto quiere decir que la función es par.

Ejemplo 1:
Si se tiene $y = x^2$, al reemplazar por $(-x)^2 = (-x)(-x) = x^2$. Esta es la gráfica:

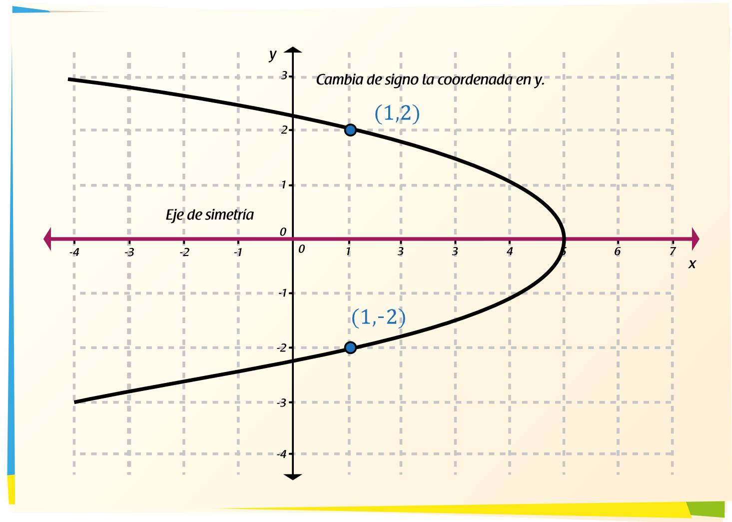


b) **Simetría con respecto al eje x**
Esto sucede cuando al sustituir y por $-y$ se obtiene la misma ecuación de la función.

Ejemplo 2:
Si se tiene $5 = x + y^2$, al reemplazar por $-y$ la ecuación que se tiene es:

$$5 = x + (-y)^2$$
$$5 = x + y^2$$

Entonces, la gráfica es:



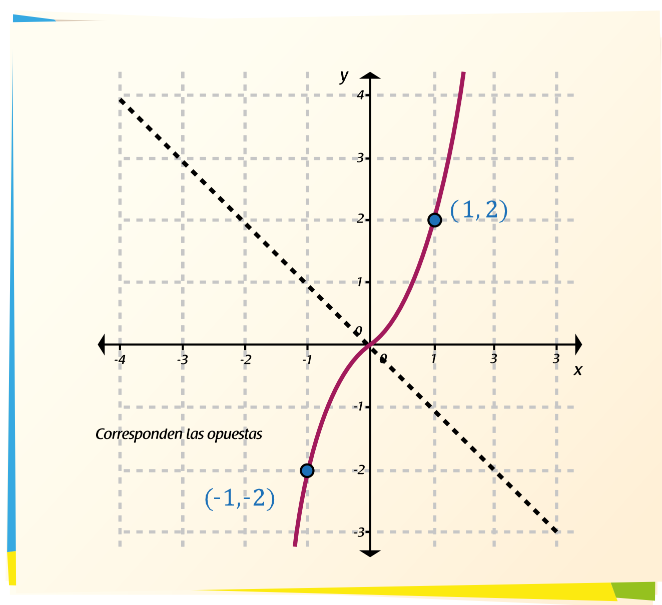
c) **Simetría con respecto al origen**
Esto sucede cuando al sustituir x por $-x$ y y por $-y$ se obtiene la misma ecuación. Esto quiere decir que la función es impar porque $f(-x) = -f(x)$.

Ejemplo 3:
Si se tiene $y = x^3$, al reemplazar por $-x$ la ecuación que se tiene es

$$y = (-x)^3 = (-x)(-x)(-x) = -x^3$$

Que es lo mismo que $-f(x) = -(x)^3 = -(x \cdot x \cdot x) = -x^3$

Entonces, la gráfica es simétrica con respecto al origen, así:

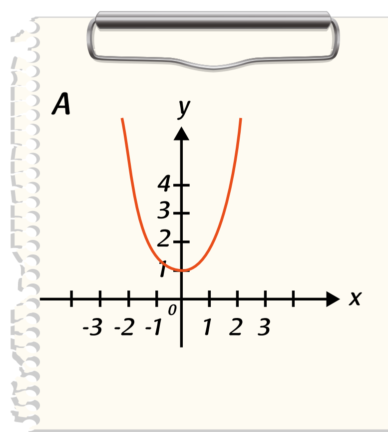


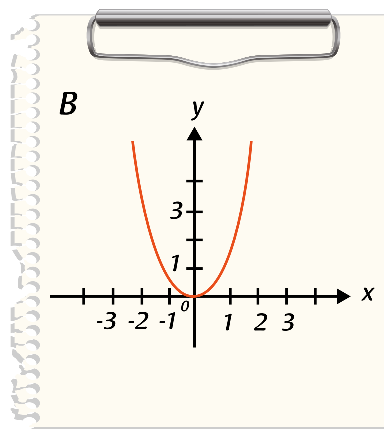
2. Elaboramos las siguientes gráficas en nuestros cuadernos y explicamos si es posible que tengan alguna de las simetrías estudiadas:
   a. $f(x) = x^2 + 3x - 10$
   b. $g(x) = x^4 - x^2$
   c. $h(x) = x^5$
   d. $i(x) = x^6$
   e. $j(x) = 2x - 3$
   f. $k(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 5x - 6$

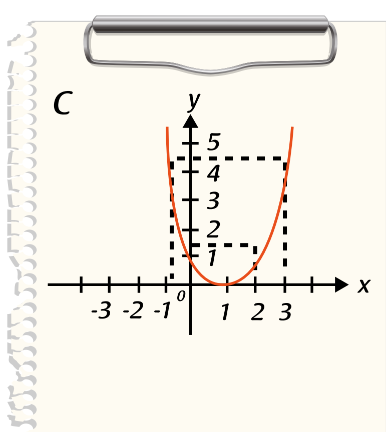
3. Invitamos al profesor a revisar las actividades desarrolladas anteriormente y aclaramos las dudas correspondientes.

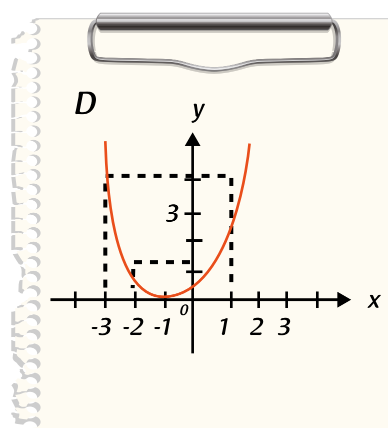
Evaluación por competencias

1. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la ecuación $y = x^2 + 1$?:



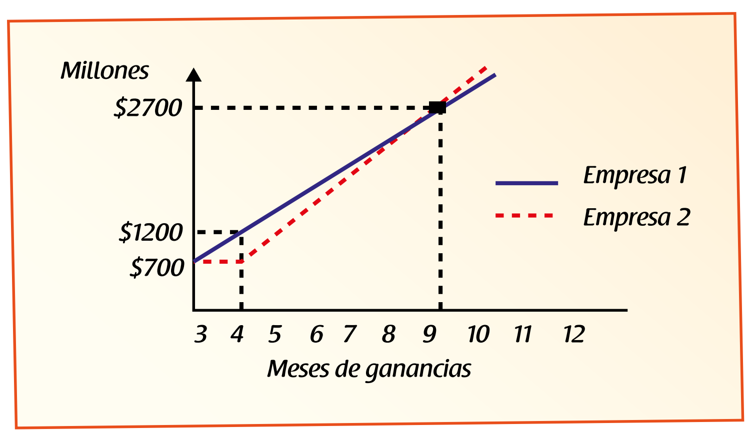






INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 2, 3 Y 4

La gráfica representa el movimiento de ganancias de dos empresas textiles:



2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la ganancia $g\ (n)$ de la empresa 1 según el número de meses n?:

A. $g\ (n) = 1994.5n - 16247.75$
B. $g\ (n) = 500n - 800$
C. $g\ (n) = 500n + 700$
D. $g\ (n) = n + 700$

2

3. ¿Cuándo obtienen las mismas ganancias las dos empresas?:

A. Tercer mes.
B. Cuarto mes.
C. En la mitad del noveno mes.
D. En la mitad del décimo mes.

3

4. La empresa textil con mejores ganancias es:

A. Empresa 1.
B. Empresa 2.
C. Ninguna empresa.
D. Ambas empresas.

4

5. Si se tiene la función $y = x^2 + 1$, esto quiere decir que se aplica la transformación:

A. Traslación vertical.
B. Traslación horizontal.
C. Reflexión con respecto al eje y.
D. Reflexión con respecto al eje x.

5

6. La función base para estudiar el movimiento de $f(x) = -(x+2)^2$ es:

A. x

B. $x + 2$

C. x^2

D. $(x + 2)^2$

6

Glosario

- **Compresión:** Es una transformación no rígida. Consiste en alejar cada vez los valores de la función a un eje.
- **Estiramiento:** Es una transformación no rígida. Consiste en acercar cada vez los valores de la función a un eje.
- **Reflexión:** Es una transformación rígida que se le realiza a la función para reflejarla con respecto a un eje.
- **Simetrías:** Se dan cuando los valores de una función se reflejan respectivamente obteniéndose una reflexión con respecto al eje x, eje y, o el origen.
- **Traslación:** Es una transformación rígida que se le realiza a la función para desplazarla de forma horizontal o vertical.