Guía 4

Algo más sobre las ecuaciones con una variable

Indicadores de desempeño

Conceptual

- Establece equivalencias de expresiones de ecuaciones con fracciones algebraicas y de expresiones con valor absoluto.

Procedimental

- Utiliza la transformación de ecuaciones para hallar los valores de una incógnita.

Actitudinal

- Demuestra aprecio y valora las posibilidades que ofrece la matemática a situaciones cotidianas.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Consigno la siguiente tabla en el cuaderno y la completo con la expresión algebraica que represente lo que dice el enunciado:

Enunciado	Expresión algebraica
La suma de dos números naturales consecutivos es 15.	
La multiplicación de un número por su doble da 98.	
La resta de la cuarta parte de un número a su triple da 22.	$3x-\frac{x}{4}=22$
Un número dividido por su doble da 0.5	

2. Resuelvo las siguientes ecuaciones:
   a. $2(x-1)=4$
   b. $4x-5=34$
   c. $6x-12=4x-21$
   d. $0.32x+0.12=0.7x+0.1$

3. Resuelvo las siguientes operaciones:
   a. $\frac{3}{5}+\frac{-1}{2}$
   b. $\frac{2}{7}-\left(\frac{-11}{52}\right)$
   c. $\left\{\frac{1}{2}+\left[2-\left(\frac{-7}{18}+\frac{5}{12}\right)\right]\right\}+3$
   d. $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{-12}{6}\right)$
   e. $\left[\frac{1}{3}-\frac{4}{18}\right]\div\left[\frac{3}{5}\cdot\frac{45}{24}\right]$

4. Factorizo y anoto la técnica que utilicé:
   a. $3x+18x^2$
   b. $12x^2-35x-13$
   c. $x^2-8x+15$
   d. x^3y^9-125

TRABAJO EN EQUIPO

5. Ubicamos los libros adecuados en el CRA para realizar las siguientes consultas:
   a. Escribimos un breve resumen en el cuaderno de las técnicas de factorización.
   b. Realizamos una síntesis en el cuaderno de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con expresiones fraccionarias.

6. Socializamos las respuestas y solicitamos la presencia de nuestro profesor para que nos aclare las inquietudes presentadas.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Nos reunimos en equipos de tres compañeros, asignamos los roles necesarios para el buen desarrollo de la actividad, leemos con atención y consignamos los datos más importantes:

Ecuaciones racionales

Son aquellas que tienen fracciones; es decir, son expresiones que tienen la forma $\frac{p}{q}$, donde p y q son polinomios.

Ejemplos:

$$\frac{2}{x} \qquad \frac{x-5}{x+7} \qquad \frac{x^2y^2-xy}{x-y}$$

Las ecuaciones racionales tienen al menos una expresión racional. Su resolución requiere de las técnicas de factorización como las operaciones con expresiones fraccionarias.

2. Continuamos con la lectura relacionada con las ecuaciones racionales:

Recordemos que las ecuaciones tienen un lado izquierdo y un lado derecho, así como se muestra a continuación:

$$\underbrace{\frac{x}{2}-\frac{x-2}{3}}_{\text{Lado izquierdo}} = \underbrace{5}_{\text{Lado derecho}}$$

A continuación resolveremos la ecuación anterior, paso a paso:

Paso 1: Determinamos el mismo denominador para ambos lados de la ecuación:

$$\frac{x}{2}-\frac{x-2}{3}=\frac{5}{1}$$

Los denominadores de las expresiones son: 2, 3 y 1.
Deducimos el denominador común así:

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ & & & 1 \end{array} \qquad 2\cdot 3\cdot 1=6$$

El denominador común de las tres expresiones es 6.

$$\frac{3\cdot x}{3\cdot 2}-\frac{2\,(x-2)}{2\cdot 3}=\frac{6\cdot 5}{6\cdot 1}$$

Paso 2: Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el inverso multiplicativo del denominador, obteniendo una nueva ecuación sin denominadores:

$$\frac{3x}{6}-\frac{2(x-2)}{6}=\frac{30}{6}$$

$\frac{1}{6}$ el inverso multiplicativo es 6

$$6\cdot\left(\frac{3x}{6}-\frac{2(x-2)}{6}\right)=6\cdot\left(\frac{30}{6}\right)$$

$$\cancel{6}\cdot\left(\frac{3x}{\cancel{6}}\right)-\cancel{6}\cdot\left(\frac{2(x-2)}{\cancel{6}}\right)=\cancel{6}\cdot\left(\frac{30}{\cancel{6}}\right)$$

$$3x-2(x-2)=30$$

Paso 3: Eliminamos los paréntesis y reducimos los términos semejantes:

$$3x-2(x-2)=30$$
$$3x-2x+4=30$$
$$x+4=30$$

Paso 4: Resolvemos la ecuación:

$$x+4=30$$
$$x+\cancel{4}-\cancel{4}=30-4$$
$$x=26$$

Paso 5: Siempre debemos verificar la solución en la ecuación original. Si al hacerlo resulta que la solución probable da como resultado un denominador igual a cero, ese valor no puede ser la solución de la ecuación.

Si $x=26$, al reemplazar se tiene

$$\frac{26}{2}-\frac{26-2}{3}=5$$
$$13-\frac{24}{3}=5$$
$$13-8=5$$
$$5=5$$

Entonces $x=26$ es la solución de $\frac{x}{2}-\frac{x-2}{3}=5$

Ejemplo 1:

$$\frac{4t-5}{6}+\frac{3-t}{12}=\frac{5}{18}$$

Los denominadores de las tres expresiones son 6, 12 y 18; por tanto el denominador común es:

$$\begin{array}{ccc|c} 6 & 12 & 18 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 1 & 3 \end{array}$$

$2^2\cdot 3^2=4\cdot 9=36$
Entonces el denominador común es 36.

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{6\cdot(4t-5)}{6\cdot(6)}+\frac{3\cdot(3-t)}{3\cdot(12)}=\frac{2\cdot(5)}{2\cdot(18)}$$

$$\frac{6(4t-5)}{36}+\frac{3(3-t)}{36}=\frac{10}{36}$$

$$36\left(\frac{6(4t-5)}{36}+\frac{3\,(3-t)}{36}\right)=\left(\frac{10}{36}\right)36$$

$$\frac{\cancel{36}\,(6(4t-5))}{\cancel{36}}+\frac{\cancel{36}\,(3\cdot(3-t))}{\cancel{36}}=\frac{10}{\cancel{36}}\cdot\cancel{36}$$

$$6(4t-5)+3(3-t)=10$$
$$24t-30+9-3t=10$$

$21t - 21 = 10$

$21t = 10 + 21$

$21t = 31$

$t = \frac{31}{21}$

Realizamos la comprobación:

$$\frac{4\left(\frac{31}{21}\right) - 5}{6} + \frac{3 - \left(\frac{31}{21}\right)}{12} = \frac{5}{18}$$

Al resolverla se tiene que:

$$\frac{\frac{19}{21}}{6} + \frac{\frac{32}{21}}{12} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{38 + 32}{252} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{\overset{\overset{5}{\cancel{35}}}{\cancel{70}}}{\underset{\underset{18}{\cancel{126}}}{\cancel{252}}} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{5}{18}$$

Entonces $t = \frac{31}{21}$ sí es la solución de $\frac{4t-5}{6} + \frac{3-t}{12} = \frac{5}{18}$

Ejemplo 2:

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{4} = \frac{x-3}{12}$$

Los denominadores de las tres expresiones son 2, 4 y 12; por tanto el denominador común es:

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 12 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{array} \qquad 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{6 \cdot x}{6 \cdot 2} + \frac{3(x+1)}{3\,(4)} = \frac{x-3}{12}$$

$$\frac{6x}{12} + \frac{3(x+1)}{12} = \frac{x-3}{12}$$

$$\frac{6x + 3(x+1)}{12} = \frac{x-3}{12}$$

$$\cancel{12}\left(\frac{6x + 3(x+1)}{\cancel{12}}\right) = \cancel{12}\left(\frac{x-3}{\cancel{12}}\right)$$

$6x + 3(x+1) = x - 3$

$6x + 3x + 3 = x - 3$

$6x + 3x - x = -3 - 3$

$8x = -6$

$$x = \frac{\overset{3}{\cancel{-6}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

Las ecuaciones racionales se resuelven hallando el mismo denominador, tanto para el lado derecho como para el lado izquierdo de la ecuación. Luego, se utiliza la propiedad del inverso multiplicativo a ambos lados de la ecuación para eliminar el denominador, y así queda una nueva ecuación sin denominadores. Finalmente, se aplican las técnicas que se han estudiado para resolver ecuaciones.

3. Resolvemos las siguientes ecuaciones utilizando la técnica explicada:

a. $\frac{x+4}{5} + \frac{x}{3} = \frac{10}{15}$

b. $\frac{3x-5}{6} + \frac{1-x}{3} = \frac{x-2}{2}$

c. $\frac{2-5x}{2} + \frac{3-x}{11} = \frac{2}{3}$

d. $\frac{x-1}{12} + \frac{5-4x}{18} = \frac{3x-7}{8}$

e. $\frac{z}{3} + \frac{z}{5} = 2$

f. $\frac{m}{2} - 6 = \frac{m}{8}$

g. $\frac{k-7}{14} = \frac{1}{3} - \frac{k-3}{7} + \frac{12-k}{21}$

h. $\frac{p-12}{3} = \frac{4-p}{6} - \frac{4}{3}$

4. Convocamos al profesor para que valore nuestro trabajo y le solicitamos que nos aclare las dudas, si es necesario.

5. Continuamos con la lectura y consignamos las ideas principales en el cuaderno:

Existen algunas ecuaciones racionales que tienen polinomios como denominadores; para encontrar su denominador común es necesario factorizarlos, así como se muestra en los siguientes ejemplos:

Ejemplo 3:

$$\frac{2x}{4x+4} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x-3}{x+1}$$

Factorizamos cada uno de los denominadores:

$$\frac{2x}{4(x+1)} + \frac{x}{2(x+1)} = \frac{2x-3}{x+1}$$

Encontramos el denominador común a partir de los denominadores factorizados. En el caso de los coeficientes es 4 y del factor es $(x+1)$, por tanto el denominador común es $4(x+1)$, porque:

$4x+4 = 4(x+1) = 2^2(x+1)$
$2x+2 = 2(x+1)$
$(x+1)$
Denominador $\longrightarrow 2^2 \cdot (x+1) = 4(x+1)$

Colocamos cada expresión racional con el mismo denominador:

$$\frac{2x}{4(x+1)} + \frac{2x}{2(2x+2)} = \frac{4(2x-3)}{4(x+1)}$$

$$\frac{2x}{4x+4} + \frac{2x}{4x+4} = \frac{4(2x-3)}{4x+4}$$

Realizamos la multiplicación por la expresión $(4x+4)$ en ambos lados de la ecuación:

$\frac{1}{4x+4}$ el inverso multiplicativo es $4x+4$

$$(4x+4)\left(\frac{2x+2x}{4x+4}\right) = \left(\frac{4(2x-3)}{4x+4}\right)(4x+4)$$

$$\cancel{(4x+4)}\left(\frac{2x+2x}{\cancel{4x+4}}\right) = \left(\frac{4(2x-3)}{\cancel{4x+4}}\right)\cancel{(4x+4)}$$

$$2x+2x = 4(2x-3)$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} 2x+2x &= 4(2x-3) \\ 4x &= 8x-12 \\ 4x-8x &= -12 \\ -4x &= -12 \\ x &= \frac{-12}{-4} \\ &\boxed{x=3} \end{aligned}$$

Comprobamos la respuesta; recordemos, si nos da cero en algún denominador, no es la solución correcta:

$$\frac{2\cdot 3}{4(3)+4} + \frac{3}{2(3)+2} = \frac{2(3)-3}{3+1}$$

$$\frac{6}{12+4} + \frac{3}{6+2} = \frac{6-3}{3+1}$$

$$\frac{6}{16} + \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6+6}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\overset{3}{\overset{6}{\cancel{12}}}}{\underset{4}{\underset{8}{\cancel{16}}}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

Ejemplo 4:

$$\frac{2}{2x^2-11x+15} - \frac{3}{2x-5} = \frac{5}{x-3}$$

Revisemos los casos de factorización

Factorizamos cada uno de los denominadores:

$$\frac{2}{(x-3)(2x-5)} - \frac{3}{2x-5} = \frac{5}{x-3}$$

Encontramos el denominador común a partir de los denominadores factorizados:

- $2x^2 - 11x + 15 = (x-3)(2x-5)$
- $2x-5 = 2x-5$
- $x-3 = x-3$

Mínimo común múltiplo

MCM = $(x-3)(2x-5)$

Colocamos cada expresión racional con el mismo denominador:

$$\frac{2}{(x-3)(2x-5)} - \frac{(x-3)\,3}{(x-3)(2x-5)} = \frac{(2x-5)\,5}{(2x-5)(x-3)}$$

$$\frac{2-3\cdot(x-3)}{(x-3)(2x-5)} = \frac{5(2x-5)}{(x-3)(2x-5)}$$

Realizamos la multiplicación por la expresión $(x-3)(2x-5)$ en ambos lados de la ecuación:

$$(x-3)(2x-5)\left(\frac{2-3\cdot(x-3)}{(x-3)(2x-5)}\right)=\left(\frac{5(2x-5)}{(x-3)(2x-5)}\right)(x-3)(2x-5)$$

$$\cancel{(x-3)(2x-5)}\left(\frac{2-3\cdot(x-3)}{\cancel{(x-3)(2x-5)}}\right)=\left(\frac{5(2x-5)}{\cancel{(x-3)(2x-5)}}\right)\cancel{(x-3)(2x-5)}$$

$$2-3(x-3)\ =\ 5(2x-5)$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned}
2-3(x-3) &= 5(2x-5)\\
2-3x+9 &= 10x-25\\
-3x-10x &= -25-2-9\\
-13x &= -36\\
x &= \frac{-36}{-13}\\
x &= \frac{36}{13}
\end{aligned}$$

Comprobamos la respuesta; recordemos, si nos da cero en algún denominador, no es la solución correcta:

$$\frac{2}{2\left(\frac{36}{13}\right)^2-11\left(\frac{36}{13}\right)+15}-\frac{3}{2\cdot\left(\frac{36}{13}\right)-5}=\frac{5}{\frac{36}{13}-3}$$

$$\frac{2}{\frac{-21}{169}}-\frac{3}{\frac{7}{13}}=\frac{5}{\frac{-3}{13}}$$

$$\frac{-338}{21}-\frac{39}{7}=\frac{-65}{3}$$

$$\frac{-338-117}{21}=\frac{-65}{3}$$

$$\frac{-455}{21}=\frac{-65}{3}$$

$$\frac{-65}{3}=\frac{-65}{3}$$

6. Resolvemos las siguientes ecuaciones utilizando la técnica explicada:

a. $\frac{x}{x-3}+\frac{3}{5}=\frac{2}{6x-18}$

b. $\frac{8}{2x^2-9x-5}-\frac{3}{2x+1}=\frac{2}{x-5}$

c. $\frac{2x}{x^2-4}-\frac{3x-2}{x-2}=\frac{1}{x+2}$

d. $\frac{5}{3p^2+11p-20}=\frac{11}{3p-4}+\frac{8}{p+5}$

e. $\frac{7}{x^2-16}-\frac{x+2}{x-4}=\frac{x}{x+4}$

f. $-\frac{2s}{s+1}+\frac{5}{2s}=-2$

g. $\frac{-2}{h+3}=\frac{1}{h+4}-\frac{12h+21}{h^2+7h+12}$

h. $\frac{y}{2y+2}-\frac{2y+3}{4y+4}=\frac{2y-16}{y+1}$

7. Continuamos con la lectura para saber cómo solucionar las ecuaciones cuando forman una proporción:

Resolviendo proporciones

Recordemos que las proporciones son un tipo de ecuaciones racionales de la forma $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ y es necesario cumplir que $b\neq 0$ y $d\neq 0$. Estas ecuaciones se pueden resolver por medio de la multiplicación de los términos medios y extremos de la proporción, $a\cdot d=b\cdot c$. Las proporciones las estudiamos para trabajar con figuras semejantes o con las aplicaciones del Teorema de Tales.

Ejemplo 5:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{x+3}{3}$$

Multiplicamos los términos medios y extremos de la proporción:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{x+3}{3}$$

$$2\cdot(x+3)=3(x-3)$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned}
2x+6 &= 3x-9\\
2x-3x &= -9-6\\
-x &= -15\\
x &= 15
\end{aligned}$$

8. Hallamos el valor de la incógnita aplicando la propiedad de las proporciones:

a. $\frac{x-4}{3-2x}=\frac{6}{11}$

b. $\frac{-12-6y}{4}=\frac{2-4y}{2}$

c. $\frac{x-3}{x+4}=\frac{x-5}{x+8}$

d. $\frac{3x-2}{6x-9}=\frac{2x+3}{4x+6}$

9. Convocamos al profesor para que valore nuestro trabajo.

10. Continuamos con la lectura sobre ecuaciones que involucran valor absoluto y anotamos lo más importante en el cuaderno:

El **valor absoluto** es la forma en la que calculamos las distancias entre dos puntos. Siempre es un número positivo y en la mayoría de los casos encontramos dos valores que tienen la misma distancia.

Ejemplo:

$|3| = 3$ o $|\text{-}3| = 3$. En ambos casos, el valor absoluto es 3.

En las ecuaciones con valor absoluto siempre estamos buscando dos valores que hagan posible ese resultado.

Ejemplo 1:

$|x - 3| = 7$

Para resolver la ecuación tenemos que establecer cuándo la expresión que está en el valor absoluto es positiva y cuándo negativa. Es decir:

$x - 3 > 0$ y $x - 3 < 0$

En el primer caso, $x - 3 > 0$, la ecuación a resolver es $x - 3 = 7$

$x - 3 = 7$

$x - 3 + 3 = 7 + 3$

$x = 10$

En el segundo caso, $x - 3 < 0$, la ecuación a resolver es $\text{-}(x - 3) = 7$

$\text{-}(x - 3) = 7$
$\text{-}x + 3 = 7$
$\text{-}x + 3 - 3 = 7 - 3$
$\text{-}x = 4$
$x = \text{-}4$

Comprobamos que los valores 10 y -4 sean soluciones de la ecuación $|x - 3| = 7$

- Si $x = 10$ se tiene que

  $|10 - 3| = 7$

  $|7| = 7$

  $7 = 7$

- Si $x = \text{-}4$ se tiene que

  $|\text{-}4 - 3| = 7$

  $|\text{-}7| = 7$

  $7 = 7$

Entonces esos son los dos valores que solucionan la ecuación.

11. Encontramos, si es posible, las soluciones de las siguientes ecuaciones que involucran valor absoluto:

    a. $|x - 2| = 14$

    b. $|x + 3| = 2$

    c. $|3x - 2| = 1$

    d. $|4x - 5| = 20$

    e. $|3 - x| = 1$

    f. $|15 - x| = 20$

12. Presentamos los ejercicios realizados al profesor para que verifique si hemos comprendido el tema.

D Aplicación

TRABAJO EN PAREJAS

1. En compañía de mi compañero y teniendo en cuenta lo aprendido hasta el momento, resolvemos y consignamos en el cuaderno los siguientes problemas:

   a. Carolina y Pedro trabajan en un cultivo; si sólo trabaja Carolina gastaría 5 horas en arar el terreno, y si sólo trabaja Pedro y como tiene más experiencia gastaría 3 horas en hacerlo. ¿Cuánto tiempo tardarían los dos en realizar el arado del terreno?

b. Se quiere realizar la contratación de un maestro de obras para que embaldose dos baños y una cocina. Los cálculos muestran que se requieren 28 m^2 de baldosín para colocar las instalaciones correspondientes de plomería y para la ubicación de cuatro bombillos en cada uno. El maestro Hugo dice que gastaría 15 días y por día trabajado cobraría $50 000, en cambio el maestro Víctor dice que gastaría 20 días y que cobraría $60 000 por metro cuadrado.

✓ Si se decide contratar a los dos maestros, ¿cuánto tiempo gastarían para terminar la obra?
✓ ¿Cuál de los maestros le sale más caro?
✓ ¿Cuál maestro contrataría y por qué?

c. Rodrigo y Edwin revisan la calidad de 3 bultos de granos de café en 24 minutos; cuando el trabajo lo realiza sólo Rodrigo gasta 50 minutos. ¿Cuánto gastaría Edwin en revisar los granos de café?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Comparamos la forma y las soluciones de los problemas anteriores. En caso de existir controversia, revisamos las diferencias y buscamos una solución común.

3. Invitamos a nuestro profesor para solicitarle la aclaración de dudas.

E Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

Las ecuaciones son herramientas útiles para resolver situaciones en varios campos científicos, sociales y económicos, tanto cotidianos como no cotidianos.

1. Resolvemos las siguientes situaciones:

a. Carlos solicita un préstamo para iniciar su microempresa y el asesor del banco le explica que existe un monto libre de impuesto al aplicarse la siguiente fórmula $T = \frac{m}{1-f}$; donde T es el rendimiento

gravable equivalente, m es la inversión libre de impuesto y f es el rango del impuesto sobre los ingresos. Si Carlos se encuentra en el rango de 25% de impuestos sobre los ingresos:

✓ Determinamos el rendimiento gravable equivalente a una inversión libre de impuesto del 12%.
✓ Determinamos el valor de la inversión libre de impuesto.

b. La velocidad promedio se define como una razón entre la diferencia de las distancias y la diferencia de los tiempos correspondientes y se simboliza así:

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

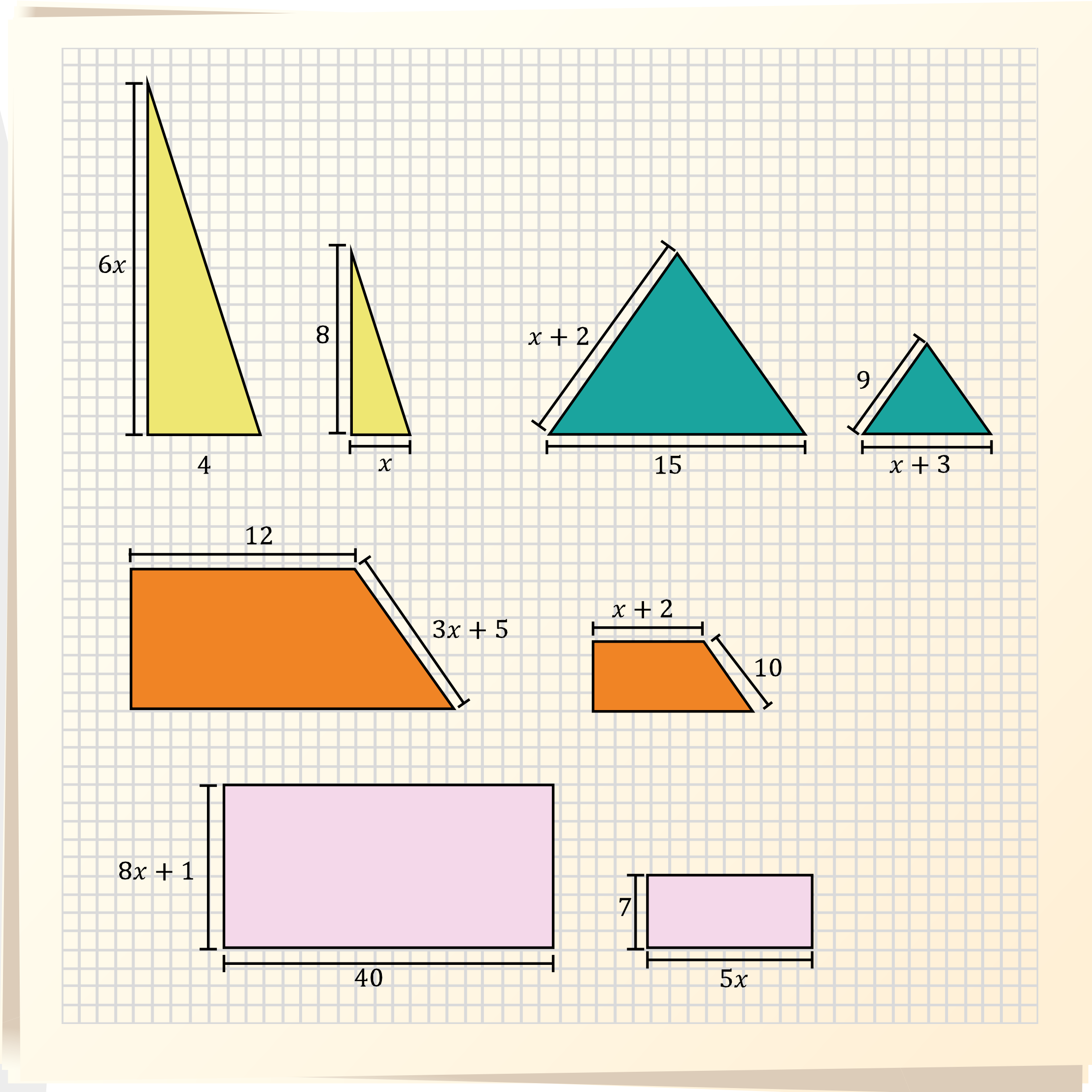
✓ Supongamos que se tiene un vehículo de carga que llevaba recorrido 240 Km (d_1) a las 2 horas (t_1) y 1 400 Km (d_2) a las 9 horas (t_2).

Determinamos la velocidad promedio.
✓ Si se mantiene la velocidad promedio dada en el anterior ejercicio, determinamos la distancia que llevaría el vehículo a las 6 horas.

c. Dos personas necesitan el mismo tiempo para pintar una pared. Si hacen juntas el trabajo, el tiempo total que necesitarán, ¿será menor, igual o mayor que la $1/2$ del tiempo? Explicamos.

d. Carolina tiene una campaña en la región sobre el reciclaje y Andrés tiene una campaña sobre el cuidado del agua y cada uno invierte 25 horas a la semana en ellas. Si desean trabajar juntos, ¿el impacto reduciría el tiempo del trabajo a la semana? Justificamos la respuesta.

e. Buscamos el valor de las medidas de las longitudes de los lados del par de figuras semejantes:



f. Es posible que en el CRA encontremos fichas geométricas, construimos dos ejercicios como los anteriores y los resolvemos.

2. Reflexionamos sobre las posibilidades que ofrecen las ecuaciones a la solución de las situaciones cotidianas:

a. Escribimos tres ejemplos de nuestra vida cotidiana en los cuales podamos usar las ecuaciones.

b. Redactamos cinco posibilidades que ofrecen las ecuaciones a la solución de las situaciones cotidianas.

c. Preparamos una exposición sobre las ecuaciones con una y dos variables para socializarla en la actividad de conjunto.

Evaluación por competencias

1. En una bodega se almacenan 120 metros cúbicos de arroz que equivale en peso a $x + 20$ toneladas. Si a 20 m^3 de arroz le caben $\frac{5x}{6}$ de toneladas, ¿cuál es el peso de carga que tiene la bodega?:

A. 50 toneladas.
B. 70 toneladas.
C. 100 toneladas.
D. 120 toneladas.

1

2. El valor de x en la expresión $\frac{x-1}{x+1} = \frac{p+q+1}{p+q-1}$ es:

A. -p - q
B. p + q
C. 1
D. -1

2

3. Considero las siguientes situaciones:

Simplifico:	Resuelvo:
$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} + \frac{8}{4x+3}$	$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = \frac{8}{4x+3}$

a. ¿Cuál es la diferencia entre las dos situaciones?.
b. Explico cómo resolvería cada una de las situaciones.
c. Determino la respuesta correcta para cada situación.

INFORMACIÓN PARA CONTESTAR LAS PREGUNTAS 4 Y 5

A las 10:30 am el agua que hay en un estanque ocupa la mitad de su capacidad. Si al abrirse una llave este estanque en dos horas más agrega 140 litros más de agua, logrando que el agua ocupe los $\frac{7}{12}$ de la capacidad del estanque:

4. ¿Cuál es la capacidad del estanque?:

A. 240 litros.
B. 380 litros.
C. 840 litros.
D. 1680 litros.

4

5. Si se deja la misma llave abierta, ¿a qué horas termina de llenarse el estanque?:

A. 12:30 pm.
B. 3:30 pm.
C. 10:30 pm.
D. 11:05 am.

5

Glosario

- **Adición con racionales:** Se requiere que el denominador sea el mismo para poder sumar los numeradores. Simbólicamente:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$$

- **División con racionales:** Se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. Simbólicamente:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

- **Ecuaciones racionales:** Son ecuaciones que involucran expresiones algebraicas de la forma $\frac{a}{b}$.
- **Expresiones racionales:** Son expresiones de la forma $\frac{a}{b}$,donde $b\neq 0$. Tanto el numerador como el denominador pueden ser números reales o polinomios.
- **Figuras semejantes:** Son figuras semejantes si cumplen dos condiciones: La primera consiste en que las medidas sean iguales entre ángulos correspondientes; y la segunda consiste en que con la medida de los lados correspondientes sea posible determinar razones que al compararse entre ellas sean iguales, es decir, se establezcan proporciones.
- **Multiplicación con racionales:** Se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores. Simbólicamente:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{db}$$

- **Proporciones:** Es una igualdad entre dos razones. Se representa así: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
- **Sustracción con racionales:** Se requiere que el denominador sea el mismo para poder restar los numeradores. Simbólicamente:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{d\cdot b}$$

- **Técnicas de factorización:** Consisten en encontrar los factores que al multiplicar den una expresión polinómica. Las más conocidas son: Factor común, factorización por agrupamiento, la factorización de diversos trinomios, la diferencia de cuadrados como la diferencia de cubos y la suma de cubos.