Matemáticas

9°
Noveno

Escuela Nueva - Escuela Activa

Módulo de

Matemáticas

UNIDADES
1 - 2

PRESENTACIÓN

Uno de los insumos importantes del programa Escuela Nueva – Escuela Activa lo constituyen los materiales de interaprendizaje para estudiantes. El valor pedagógico que tienen las guías o módulos en la aplicación de los principios de la Escuela Nueva – Escuela Activa, se asocia con el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, laborales y demás competencias necesarias para el buen desempeño social de los estudiantes; además, la estructura metodológica del material favorece el trabajo colaborativo y en equipo, la participación, la autonomía, las relaciones escuela – comunidad- escuela, la creatividad y el pensamiento lógico, a la vez que forma a los estudiantes en las diferentes disciplinas del conocimiento.

El presente módulo de interaprendizaje de Matemáticas para grado 9° fue construido en el marco de una Alianza de amplia trayectoria, constituida por el Comité de Cafeteros de Caldas y la Fundación Luker, y hace parte de las estrategias del Plan de Mejoramiento al Desempeño propuesto por estas dos instituciones, cuyo propósito fundamental es intervenir la calidad de la educación básica de establecimientos educativos rurales y urbanos vinculados al programa Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

El diseño de este módulo se realizó en concordancia con el modelo pedagógico activo y responde a los lineamientos de política del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a los estándares curriculares y el enfoque de formación por competencias, además, introduce un componente de apoyo en la evaluación, que había sido ampliamente demandado por los docentes de Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

Invitamos a los maestros y estudiantes a asumir este material como uno de los recursos que apoya el desarrollo del plan curricular. Su aprovechamiento eficaz, requiere por tanto, de la mediación permanente del maestro y en ningún caso pretende reemplazar su importante labor en el aula de clase.

La Fundación Luker y el Comité de Cafeteros de Caldas resaltan y agradecen a todas aquellas personas e instituciones que colaboraron en la construcción de esta nueva versión de Módulos, con la que esperamos contribuir para que los niños, niñas y jóvenes de Caldas y de Colombia, puedan tener una mejor educación como una condición de equidad, que les dará mayores posibilidades de alcanzar un proyecto de vida digno, donde todos y todas tengan igual oportunidad.

Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Manizales, enero de 2015

CRÉDITOS MÓDULOS MATEMÁTICAS GRADO NOVENO COMITÉ DIRECTIVO

Elsa Inés Ramírez Murcia
Coordinadora Desarrollo Social
Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Pablo Jaramillo Villegas
Gerente Educación Fundación Luker

Santiago Isaza Arango
Director Educación Fundación Luker

COORDINACIÓN

Alexander Ossa Calvo
Comité de Cafeteros de Caldas

Paola Andrea Vallejo Aristizábal
Comité de Cafeteros de Caldas

EQUIPO TÉCNICO

María Piedad Marín Gutiérrez
Consultora Fase de Planeación

Diego Villada Osorio
Consultor Mallas Curriculares

Bibiana Yaneth Pérez Alcalde
Revisión Metodológica

CORPOEDUCACIÓN

Liz Stefany López Ospina
Coordinadora
Luz Alexandra Oicatá Ojeda
Revisión Disciplinar

AUTORES

Luz Alexandra Oicatá Ojeda

ELABORACIÓN DE MALLAS CURRICULARES

Yolanda de las Mercedes Beltrán de Covaleda (Universidad de Antioquia-Acompañamiento Técnico), Jhoana Alexandra Muñoz Nieto, Carlos Alberto Bastos Sánchez, Jhon Fredy Ossa Calvo, Francisco Vallejo García, María Rubiela Castrillón Hurtado, Gonzalo Alarcón Cortez, Manuel Andrés Correa Gallego, Viviana Marcela Vásquez Osorio, Ligia Inés García.

VALIDACIÓN

Valentina Osorio Morales, Daniel Henao Castaño, Diego Alberto Toro Ortiz, Jhon Jairo Quintero Pérez, Paula Marcela Castrillón, Carlos Andrés Zuluaga, Carlos Eduardo Noreña A.

DISEÑO PROYECTO GRÁFICO Y DIAGRAMACIÓN

Blanecolor S.A.S Manizales

IMPRESIÓN

Carvajal Soluciones de Comunicación S.A.S. Marzo 2020

ISBN: 978-958-8702-67-4

CONTENIDO

Unidad 1

Ampliemos nuestras técnicas para dar soluciones a nuevas situaciones problema

Estándares

- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.

Competencias

Matemáticas:

- Resuelvo sistemas de ecuaciones lineales en el conjunto de los números reales y los aplico en diversas situaciones matemáticas y no matemáticas. Además, establezco procesos de medición y variación de los componentes de la circunferencia y del círculo y empleo estimaciones y aproximaciones.

Ciudadanas:

- Participo o lidero iniciativas democráticas en mi medio escolar o en mi comunidad, con criterios de justicia, solidaridad y equidad, en defensa de los derechos civiles y políticos.

Guía 1

Conozcamos algunos de los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2

Indicadores de desempeño

Conceptual

- Identifica diferentes métodos algebraicos para solucionar ecuaciones lineales 2 × 2.

Procedimental

- Utiliza los diferentes métodos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 × 2.

Actitudinal

- Muestra disposición para cuestionar sus propios procedimientos y es reflexivo en la realización de los mismos.

A

Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

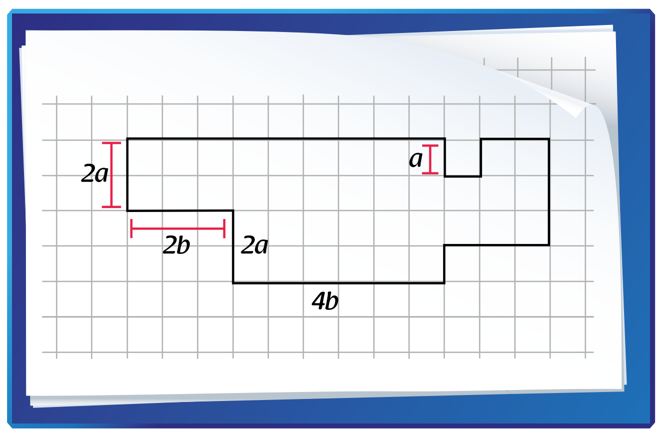
1. Resuelvo las siguientes situaciones en mi cuaderno:

   a. Rodrigo pagó \$48 000 por comprar unas galletas y capuchinos en una cafetería. Si cada galleta vale \$1 200 y el capuchino vale el triple del valor de la galleta, ¿cuántas galletas y capuchinos puede comprar?

   ✓ ¿Se puede expresar la cantidad de galletas compradas en términos de los capuchinos? ¿Cómo se haría? En ese caso, ¿cuál sería la variable independiente?

   ✓ Si se sabe que Rodrigo compró 10 galletas, ¿cuántos capuchinos compra con \$48 000?

   b. Si se sabe que el perímetro es de 180 cm, ¿cuál es la longitud a y b de la figura?



   ✓ ¿Se puede expresar la longitud de a en términos del perímetro? ¿Cómo se haría? En ese caso, ¿cuál sería la variable independiente?

   ✓ ¿Cuánto vale a, si $b = 16$?

2. Resuelvo las siguientes ecuaciones y explico qué técnica utilizo:

   a. $7(x-8)-3(x+2)=-66$

   b. $-4(y-7)=15$

   c. $\dfrac{3x-4}{6x-7}=\dfrac{2x+5}{4x-11}$

   d. $\dfrac{2(r-4)}{3}-\dfrac{5(4-r)}{4}=-6$

TRABAJO EN PAREJAS

3. Comparo las respuestas de los ejercicios anteriores con un compañero. Entre los dos llegamos a definir el resultado que consideramos correcto.

4. Despejamos de cada ecuación la incógnita o variable solicitada:

   a. $s=2p+3q$ despejo p.

   b. $v=\dfrac{d}{t}$ despejo d.

   c. $cd+c=pc+n$ despejo c.

5. Invitamos al docente a evaluar las actividades desarrolladas.

BC

Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Nos reunimos en equipos de tres, asignamos los roles que consideremos necesarios para el buen desarrollo de las siguientes actividades y anotamos en nuestros cuadernos las ideas más importantes.

Las ecuaciones con las que hemos trabajado hasta el momento tienen sólo una incógnita, pero existen otras situaciones en las que se requiere trabajar con ecuaciones simultáneas para resolver una situación, como es el caso del sistema de dos ecuaciones, cada una con dos incógnitas.

Por ejemplo:

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=-9 \end{cases}$$

Si observamos, cada ecuación tiene dos variables x y y. Además, cada una de ellas tiene la forma de función lineal, es decir, que su gráfica es una línea. Es por ello que se llama **sistema de ecuaciones lineales con dos variables.**

Existen varios métodos para solucionarlos, los cuales desarrollaremos en esta guía:

a. Método gráfico.

b. Método de eliminación de variables.

c. Método de sustitución.

d. Método de igualación.

Método gráfico

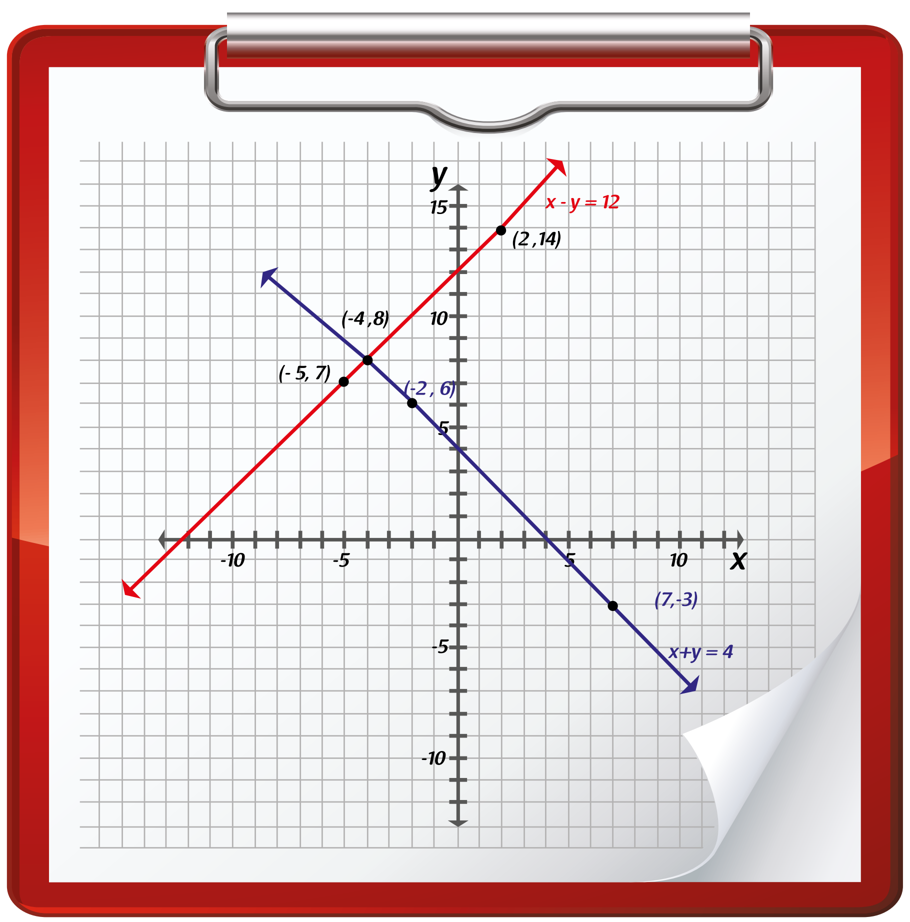
En este método cada una de las ecuaciones se representa en el mismo plano cartesiano. Su solución, si existe, es determinar las coordenadas del punto de intersección. A continuación se dan los pasos a seguir:

Paso 1: Determinamos dos puntos por cada ecuación para dibujar la recta. Para ello, tenemos que seleccionar dos valores numéricos para la variable independiente, x, los que queramos:

x	$x + y = 4$
-2	6
7	-3

x	$x - y = -12$
-5	7
2	14

Paso 2: Representamos cada una de las ecuaciones en el mismo plano cartesiano:



Paso 3: Determinamos el punto de intersección, si existe. En este caso es $x = -4$ y $y = 8$.

Paso 4: Comprobamos los valores encontrados en cada una de las ecuaciones:

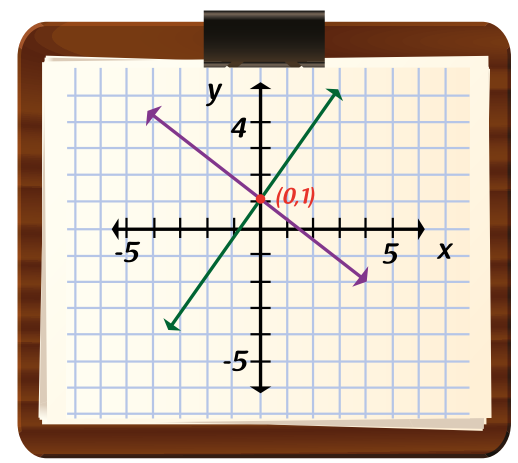
$x + y = 4$	$x - y = -12$
Reemplazamos x por -4 , y, y por 8.	Reemplazamos x por -4 , y, y por 8.
$-4 + 8 = 4$	$-4 - 8 = -12$
$4 = 4$	$-12 = -12$

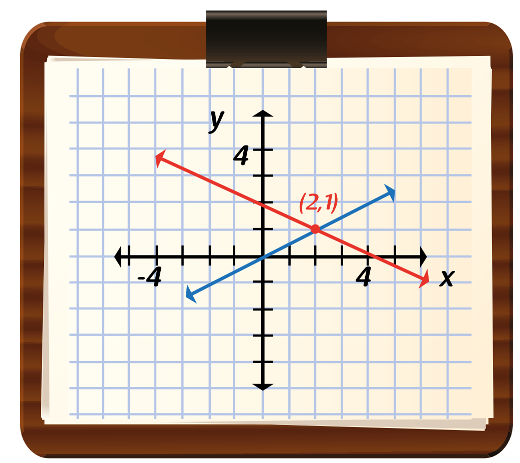
2. Encontramos, si es posible, los valores de x y y de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 4x + 8y = 16 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 4x + 3y = -14 \\ x + 2y = -17 \end{cases}$ e. $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 0 \end{cases}$ f. $\begin{cases} -7x + 3y = 5 \\ 2x + y = -7 \end{cases}$

3. Escribimos la solución de cada sistema de ecuaciones y deducimos las ecuaciones representadas en cada plano cartesiano:





4. Continuamos con la lectura sobre el método de eliminación, no olvidemos consignar en el cuaderno:

Método de eliminación

Este método consiste en encontrar una ecuación equivalente a una dada y permite con la operación suma eliminar una de las dos variables y así obtener una ecuación de una sola incógnita. Su solución, si existe, es determinar los valores de x y y que corresponden al punto solución. A continuación se dan los pasos a seguir de este método a través de un ejemplo:

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 32 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

Paso 1: Enumeramos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 32 & (1) \\ x + y = 9 & (2) \end{cases}$$

Paso 2: A la ecuación (2) se le encuentra una ecuación equivalente que cumpla la condición de tener el opuesto aditivo del coeficiente de x de la ecuación (1). Es decir, el opuesto de 2x es -2x, para ello multiplicamos la ecuación (2) por -2 a ambos lados de la ecuación.

$x + y = 9$ se multiplica por -2 a ambos lados de la igualdad:

$$-2x - 2y = -18 \quad (3)$$

Paso 3: Sumamos esta ecuación (3) equivalente a la ecuación (1):

$$\begin{array}{rl} 2x + 9y = 32 & (1) \\ -2x - 2y = -18 & (3) \\ \hline 0x + 7y = 14 & \\ 7y = 14 & (4) \end{array}$$

Paso 4: Resolvemos la ecuación (4) resultante:

$$\begin{aligned} 7y &= 14 \\ y &= \frac{14}{7} \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Paso 5: Reemplazamos el valor y obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones originales, así se tiene una ecuación con la otra variable:

$$\begin{aligned} 2x + 9\,(2) &= 32 \\ 2x + 18 &= 32 \\ 2x &= 32 - 18 \\ 2x &= 14 \quad (5) \end{aligned}$$

Paso 6: Resolvemos la ecuación (5) obtenida:

$$\begin{aligned} 2x &= 14 \\ x &= \frac{14}{2} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Paso 7: Verificamos los valores $x = 7$; $y = 2$ en cada una de las ecuaciones del sistema:

$$\begin{array}{r|l} 2x + 9y = 32 & x + y = 9 \\ 2(7) + 9\,(2) = 32 & 7 + 2 = 9 \\ 14 + 18 = 32 & 9 = 9 \\ 32 = 32 & \end{array}$$

Por tanto, (7, 2) es la solución del sistema.

5. *Resolvemos los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de eliminación de una variable y los consignamos en el cuaderno:*

a. $\begin{cases} 3x - 2y = -9 \\ x + y = 2 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x - y = 0 \\ -x - y = 4 \end{cases}$ c. $\begin{cases} x - y = -5 \\ -x - y = -1 \end{cases}$

6. *Continuamos con la lectura sobre el método de sustitución, no olvidemos consignar en el cuaderno:*

Método de sustitución

Este método consiste en despejar una de las variables en una de las ecuaciones, y se reemplaza o sustituye en la otra ecuación para obtener una nueva con una sola incógnita. Su solución, si existe, es determinar los valores de x y y, lo que corresponde al punto solución. A continuación se dan los pasos a seguir de este método a través de un ejemplo:

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 32 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

Paso 1: Enumeramos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 32 & (1) \\ x + y = 9 & (2) \end{cases}$$

Paso 2: Despejamos una de las dos variables en una de las ecuaciones. En este caso, despejamos x en la ecuación (1):

$$\begin{aligned} 2x + 9y &= 32 \quad (1) \\ 2x &= 32 - 9y \\ x &= \frac{32 - 9y}{2} \end{aligned}$$

Paso 3: Sustituimos el valor de x por la expresión encontrada en la ecuación (2):

$$\frac{32 - 9y}{2} + y = 9 \quad (3)$$

Paso 4: Resolvemos las operaciones y despejamos el valor de y:

$$\frac{32}{2}-\frac{9y}{2}+y=9$$

$$\frac{32}{2}-\frac{9y}{2}+\frac{y}{1}=9$$

$$\frac{32}{2}-\frac{9y}{2}+\frac{2y}{2}=9$$

$$\frac{32-9y+2y}{2}=9$$

$$\frac{32-7y}{2}=9$$

$$32-7y=18$$

$$-7y=18-32$$

$$-7y=-14$$

$$y=\frac{-14}{-7}$$

$$y=2$$

Paso 5: Sustituimos el valor de y en la ecuación despejada de la ecuación (1), y hallamos el valor correspondiente a la otra variable:

$$x=\frac{32-9(2)}{2}$$

$$x=\frac{32-18}{2}$$

$$x=\frac{14}{2}$$

$$x=7$$

Paso 6: Verificamos los valores encontrados en ambas ecuaciones y de nuevo obtenemos que la solución del sistema es el punto (7, 2).

7. Resolvemos los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de sustitución de una variable:

a. $\begin{cases} x+4y=65 \\ x-3y=-40 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+3y=19 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x+5y=29 \\ x-6y=-28 \end{cases}$

8. Presentamos al profesor las actividades realizadas para que valore el aprendizaje logrado y aclaramos algunas dudas.

9. Continuamos con la lectura sobre el método de igualación, no olvidamos seguir consignando en el cuaderno:

Método de igualación

Este método consiste en establecer una igualdad con las ecuaciones dadas, a partir del despeje en ambas ecuaciones de la misma variable. Luego, se establece una nueva ecuación con ellas y se obtiene una ecuación con una sola incógnita. Su solución, si existe, es determinar los valores de x y y que corresponden al punto solución. A continuación se dan los pasos a seguir de este método a través de un ejemplo:

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ 3x+4y=18 \end{cases}$$

Paso 1: Enumeramos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x-3y=-5 & (1) \\ 3x+4y=18 & (2) \end{cases}$$

Paso 2: Despejamos la misma variable de ambas ecuaciones. En este caso, despejamos x:

En la ecuación (1):

$$2x-3y=-5$$

$$2x=-5+3y$$

$$x=\frac{-5+3y}{2} \quad (3)$$

En la ecuación (2):

$$3x+4y=18$$

$$3x=18-4y$$

$$x=\frac{18-4y}{3} \quad (4)$$

Paso 3: Establecemos una igualdad con las expresiones obtenidas, ecuaciones (3) y (4) :

$$x=x$$

$$\frac{-5+3y}{2}=\frac{18-4y}{3}$$

Paso 4: Realizamos las operaciones y determinamos el valor de y:

$$3(-5+3y)=2(18-4y)$$

$$-15+9y=36-8y$$

$$9y+8y=36+15$$

$$17y=51$$

$$y=\frac{51}{17}$$

$$y=3$$

Paso 5: Reemplazamos el valor numérico obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el valor de x:

$$x = \frac{-5 + 3(3)}{2}$$

$$x = \frac{-5 + 9}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{x = 2}$$

Paso 6: Verificamos los valores $x = 2$; $y = 3$ en cada una de las ecuaciones del sistema:

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -5 \\ 2(2) - 3(3) &= -5 \\ 4 - 9 &= -5 \\ -5 &= -5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x + 4y &= 18 \\ 3(2) + 4(3) &= 18 \\ 6 + 12 &= 18 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$

Por tanto, (2, 3) es la solución del sistema.

10. Resolvemos los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de igualación de una variable:

a. $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 7x + 3y = -33 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ c. $\begin{cases} -x - 2y = -3 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$

d. $\begin{cases} -x - y = -5 \\ -x + 7y = 11 \end{cases}$ e. $\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + y = 5 \end{cases}$ f. $\begin{cases} -3x + 4y = -5 \\ x + y = -3 \end{cases}$

11. Llenamos la siguiente tabla escribiendo las semejanzas y diferencias del método de igualación con los otros métodos y las consignamos en el cuaderno:

Método de igualación	Método gráfico	Método de eliminación	Método de sustitución
Semejanzas			
Diferencias			

12. Solicitamos a nuestro docente que revise nuestros procedimientos.

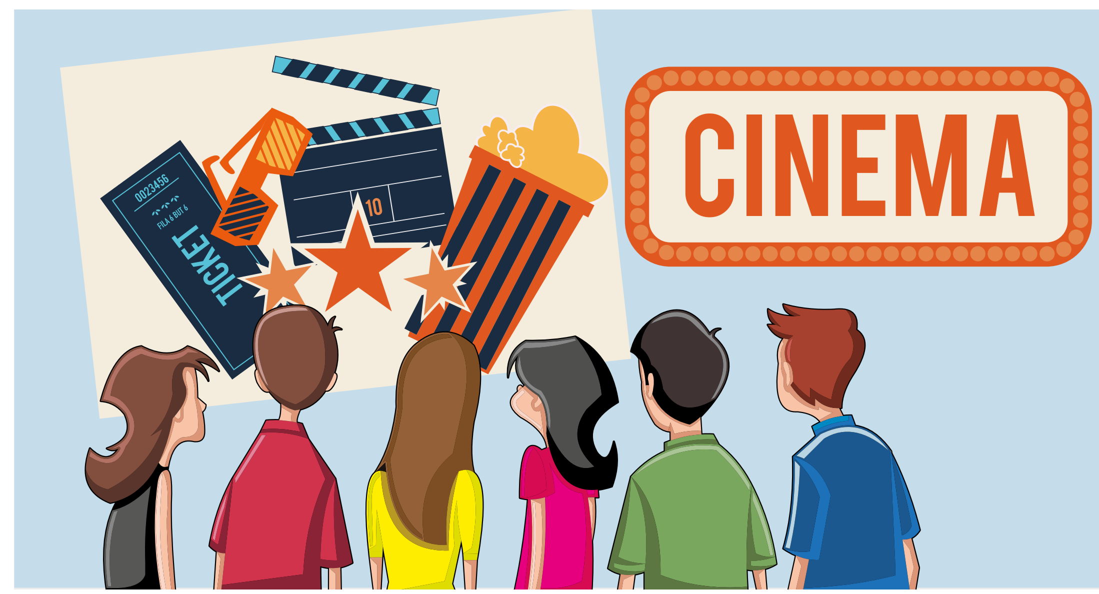
D Aplicación

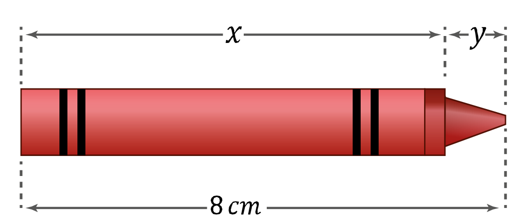
TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo en mi cuaderno las siguientes situaciones empleando alguno de los métodos tratados:

   a. La suma de dos números es 115 y su diferencia es 25. ¿Cuáles son esos números?

   b. El precio de las boletas para una película familiar en el colegio fue de $ 3 000 para estudiantes y de $ 4 500 para los que no eran estudiantes. Si se venden 450 boletas para un total de $ 1 725 000, ¿cuántos boletas de cada clase se compraron?





   c. Un crayón de 8 centímetros de largo y 1 centímetro de diámetro se debe hacer de 5 milimetros cúbicos de cera en color. El crayón va a tener la forma de la figura. Encuentre el valor de "x" del cilindro y la altura de "y" del cono.

TRABAJO EN PAREJAS

2. Comparamos los resultados obtenidos de manera individual en las situaciones anteriores. Llegamos a un consenso para determinar si alguno de los dos tuvo errores y explicamos las razones para que esto ocurriera.

3. En plenaria realizamos y compartimos nuestras observaciones sobre cada una de las situaciones anteriores.

4. Compartimos con nuestros compañeros y profesor las actividades realizadas; consignamos en los cuadernos las conclusiones generadas durante la actividad y la plenaria.

E Complementación

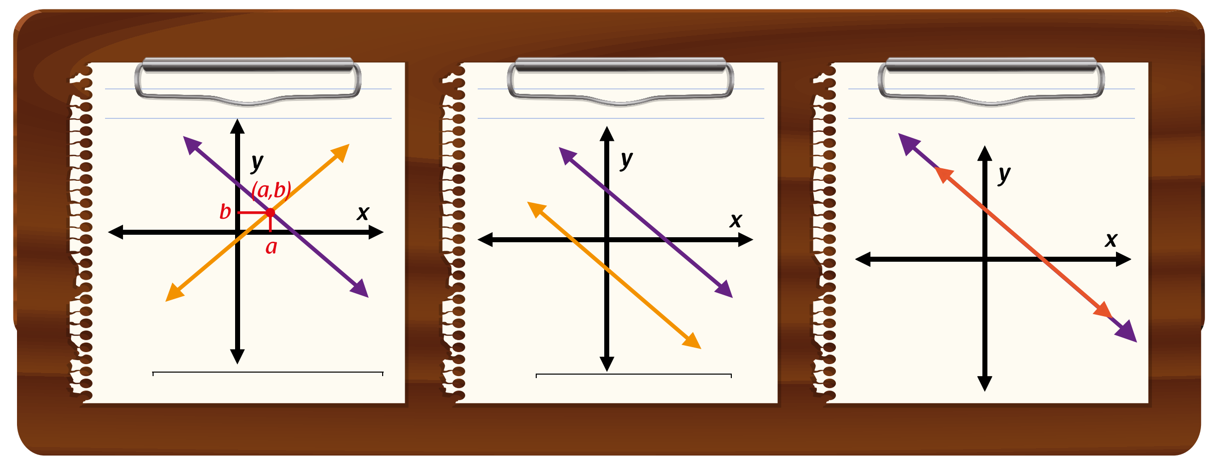
TRABAJO EN PAREJAS

1. Resolvemos las siguientes situaciones y formulamos una situación similar que se adapte a los datos de nuestro colegio:

   a. En un colegio hay dos líderes para seleccionar uno como personero. La suma de votos por cada uno de los líderes es de 640. La cantidad de votos de uno de los líderes es cinco menos que el triple de los votos del otro, ¿cuántos votos hay por cada líder?

   b. Se determinaron 48 propuestas de formación para los estudiantes en los derechos políticos y civiles. La cantidad de propuestas relacionadas con derechos políticos es 3 más que la cuarta parte de las propuestas para derechos civiles. ¿Cuántas propuestas hay por cada tipo de derecho?

2. Analizamos las siguientes gráficas y establecemos las ecuaciones de esos sistemas de ecuaciones y cuál es la solución de cada uno:



3. Presentamos el cuaderno al profesor para su valoración y luego sustentamos nuestras respuestas.

Evaluación por competencias

1. Determino si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y argumento mi respuesta a través de un ejemplo:

A. Existen sistemas de ecuaciones 2 × 2 que no tienen solución. ( ).

B. Cuando en el método gráfico de sistemas de ecuaciones 2 × 2 se da la misma recta el sistema tiene solución. ( ).

C. Cuando en el sistema de ecuaciones 2 × 2 la solución con el método de igualación es 0= 3, significa que no hay solución. ( ).

1

Selecciono la respuesta correcta y justifico mi elección:

2. Al resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x - y = 5 \end{cases}$ se obtiene como solución:

A. $x = 1\,;\, y = 1$

B. $x = 2\,;\, y = 1$

C. $x = 0\,;\, y = -5$

D. $x = 1\,;\, y = 0$

2

3. La suma de dos números es 3.5 y su diferencia es 1. Los números son:

A. 1 y 3.5

B. 3.5 y 2.5

C. 2.25 y 1.25

D. 2.5 y 1

3

4. Raúl y Carlos deciden formar una sociedad con el fin de reunir $1 660 000, aportando según la razón 5 a 3 respectivamente. ¿Cuánto aporta Carlos?:

A. $ 680 000.

B. $ 1 050 000.

C. $ 1 000 000.

D. $ 622 500.

4

5. El punto (3, 5) es la solución del sistema de ecuaciones:

A. $\begin{cases} -4x + y = 5 \\ -3x + y = 15 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ -4x + 7y = 23 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 6x + y = -23 \\ -3x + 4y = -11 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ -4x + y = 17 \end{cases}$

5