Grado 11

EDUCACIÓN MEDIA CON PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARA EL TRABAJO

INSTITUCIONES PARTICIPANTES DEL PROYECTO:
Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Corpoeducación
Instituto Caldense para el Liderazgo
Secretaría de Educación de Manizales
Universidad Autónoma de Manizales

CÁLCULO

UNIDADES 1 · 2 · 3

Impresión: Carvajal Soliciones de Comunicación S.A.S
Mayo 2019

Grado 11º

EDUCACIÓN MEDIA CON PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARA EL TRABAJO

CÁLCULO

Autor Cálculo:

ABEL ANTONIO AGUDELO CARMONA

Licenciado en matemáticas - Universidad Católica-

Posgrado en computación para la docencia -Universidad Antonio Nariño-

Asesoría y Coordinación:

Mg. RUBIEL TRUJILLO ARIAS

Lic. JOSÉ RAÚL OSPINA OSORIO

I.A. CLAUDIA MILENA CARDONA TORRES

Consultora Asociada Corpoeducación LILIANA GONZÁLEZ ÁVILA

Diseño y diagramación:

ESPACIO GRÁFICO COMUNICACIONES S.A.

UNIDADES 1 · 2 · 3

PRESENTACIÓN

El presente módulo de interaprendizaje para grado 11º hace parte de la estrategia de ampliación de cobertura en educación media para el área rural del departamento de Caldas. Este material pedagógico, el cual sigue los principios y fundamentos del Programa Escuela Nueva, ofrece los contenidos generales del área de Cálculo de acuerdo con los estándares curriculares y promueve en los estudiantes el desarrollo de competencias laborales generales, las cuales les permitirán desempeñarse exitosamente en su vida productiva futura.

El diseño de este material se realizó en el marco del Proyecto de **EDUCACIÓN MEDIA CON PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARA EL TRABAJO** adelantado por el Comité de Cafeteros de Caldas, con el importante concurso de la FUNDACIÓN LUKER, quien aportó el capital semilla para el diseño y puesta en marcha de la propuesta de educación media para el área rural del departamento de Caldas, Corpoeducación, el Instituto Caldense para el Liderazgo, la Universidad Autónoma y la Secretaría de Educación de Manizales, éstas últimas instituciones pusieron a disposición del proyecto su experiencia en el desarrollo de proyectos educativos, orientados hacia la educación para el trabajo.

Esta primera versión de módulos para el grado 11º debe considerarse como material de prueba y por lo tanto estará sujeto a las modificaciones que se requieran, tanto en contenido como en presentación.

Adicionalmente, este módulo maneja un componente transversal de proyecto de vida, con el ánimo de atender las necesidades de los jovenes con relación a su orientación vocacional.

Agradecemos a los autores por sus conocimientos, dedicación y esfuerzo puesto en el diseño del presente módulo de interaprendizaje con Metodología Escuela Nueva.

ELSA INÉS RAMÍREZ MURCIA

Coordinadora Programas de Formación y Educación°

Comité de Cafeteros de Caldas

Presentación

La alianza por la Educación Rural de Antioquia ERA tiene el propósito de fortalecer la educación rural en todos los niveles, aportando en términos de cobertura, calidad y pertinencia, con el fin de contribuir significativamente al desarrollo social y económico de las comunidades en sus territorios. Para lograrlo, está implementando un programa de acompañamiento a las instituciones y sus sedes educativas, basado en los principios de las pedagogías activas, que articula todos los niveles educativos hasta llegar a la Universidad en el Campo.

Los principios de las pedagogías activas parten del ser: la persona como centro de un aprendizaje activo y significativo. Pretenden brindar una educación que facilite al individuo desempeñarse en los diferentes aspectos de la vida, ser feliz, proyectarse y ser útil a su comunidad.

El material de interaprendizaje es fundamental para el desarrollo de las pedagogías activas. Este centra el aprendizaje en el estudiante, responde de manera significativa a cada uno de los principios y favorece sustancialmente el desarrollo de competencias. Está compuesto por módulos que contienen guías con las que los estudiantes interactúan, dialogan, y en las que se promueven diferentes formas de trabajo como: trabajo individual, en equipo o en grupo. El trabajo con guías de interaprendizaje propicia la reflexión, el trabajo colaborativo y el desarrollo de la autonomía, a través de momentos que se relacionan y dan significado a los aprendizajes.

Además, los módulos son herramientas que le facilitan al docente su labor como mediador en el proceso de aprendizaje y posibilitan el trabajo en aulas multigrado (varios grados en una misma aula), donde el maestro debe acompañar las diferentes áreas del currículo.

Agradecemos al área de educación del Comité de Cafeteros de Caldas por compartir con las comunidades de Antioquia su experiencia y el material desarrollado; un material diseñado teniendo en cuenta las pautas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional y las necesidades del contexto rural.

Este material no pretende remplazar al maestro y, por el contrario, es una oportunidad para fortalecer su rol dentro del aula de clase y en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Invitamos a los directivos docentes, maestros y estudiantes a utilizar de manera responsable este material, a adoptarlo y adaptarlo como apoyo al desarrollo del plan curricular. Hacerlo, dará mayores oportunidades al desarrollo rural de nuestra región.

era
EDUCACIÓN RURAL
PARA ANTIOQUIA

CONTENIDO

UNIDAD 1

EL CUENTO DE CONTAR Y SUS APLICACIONES

VIADUCTO PEREIRA - DOS QUEBRADAS

Diseños detallados para construcción por la firma Figg Engineers, Inc.

Tipo de puente: estructura colgante atirantada, con tablero de vigas metálicas y losa de concreto.

Longitud: 615 m, con una luz principal de 211 m.

Altura de las pilas principales: 100 m.

Una estructura como ésta que debe soportar no sólo el peso del flujo vehicular sino también los embates del viento y las amplias oscilaciones producidas por el efecto de un posible terremoto, requiere diseños en que intervienen, con toda seguridad, ecuaciones e inecuaciones.

LOGROS DE LA UNIDAD:

- Actualiza conocimientos de matemática ya estudiados como conjuntos, ecuaciones y factorización.
- Identifica los diversos conjuntos numéricos, justifica su creación y efectúa con ellos operaciones elementales.
- Define, grafica y clasifica los intervalos y ejecuta correctamente la unión y la intersección entre ellos.

- Define las desigualdades, establece sus propiedades y las usa de manera adecuada para resolver inecuaciones, interpretando geométricamente los resultados.
- Define el concepto de valor absoluto, establece sus propiedades y las usa para resolver ecuaciones e inecuaciones que contienen valor absoluto.
- Comprende y manifiesta los sentimientos y pensamientos sobre algún tema o situación. (COMUNICACIÓN).
- Utiliza en forma eficiente las herramientas necesarias para desarrollar los procesos. (MANEJO TECNOLÓGICO).
- Usa adecuadamente la información para enfrentar situaciones. (GESTIÓN DE LA INFORMACIÓN).
- Comprende el valor del trabajo en la sociedad.

Amigos y amigas de grado once: Estamos culminando nuestro nivel de Educación Media.

Obtenido el grado, debemos enfrentarnos a la realidad de la vida, que puede ser: vincularse a actividades laborales o continuar con nuestros estudios. En ambos casos se requiere tener muy claros elementos de análisis para poder estructurar nuestro PROYECTO DE VIDA cuya formulación se coordinará desde el área de filosofía.

Los análisis deben orientarse a nuestro desempeño como personas integrales en los campos:

1. **Personal:**
   ¿Quién soy?
   ¿Cuáles son mis fortalezas o limitaciones como persona?
   ¿Qué valores deben caracterizar mi desempeño social?

2. **Familia:**
   ¿Cómo son nuestras relaciones?
   ¿Cómo es nuestra comunicación?
   ¿Es incondicional nuestro apoyo?
   ¿Hay respeto por las diversas formas de pensar?
   ¿Contaré con apoyo económico para lograr mis metas?

3. **Trabajo:**
   ¿Cumplo con lo que me compete como estudiante?
   ¿Soy consciente de que debo prepararme para afrontar los retos que me presentará la vida?
   ¿He pensado en cómo será mi futuro, bien sea como persona vinculada laboralmente con una institución o quizá pueda iniciar mi propia empresa?
   ¿He analizado las posibilidades de trabajo del medio en que vivo de tal modo que me pueda vincular cuando concluya mis estudios?

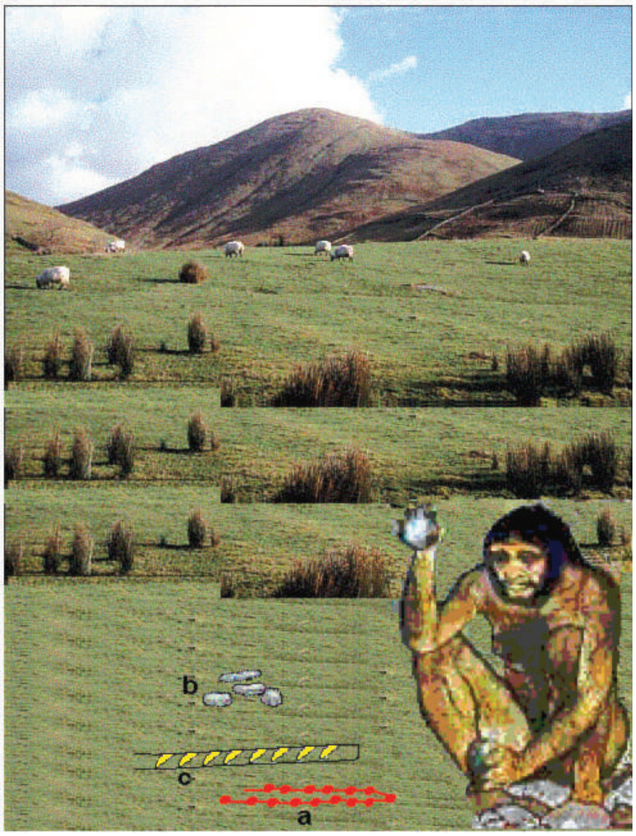
4. **Comunidad:**
   ¿Apoyo, en la medida de mis capacidades, cualquier iniciativa que beneficie a mi comunidad?
   ¿Soy solidario con las personas que me rodean?
   ¿Qué aporte personal puedo hacer por mis vecinos?

En esta unidad reflexionaremos específicamente sobre lo que será nuestro desempeño en el TRABAJO.

Los aprendizajes matemáticos aquí desarrollados contribuirán en el trabajo (como empresario o como trabajador) a mostrar unos desempeños eficientes, bien sea en mi propia empresa o bien como una persona bien cualificada en el campo laboral.

GUÍA 1

LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS
¿CÓMO CONTABA EL HOMBRE PRIMITIVO?



Usando guijarros o nudos en una cuerda o ranuras en un trozo de madera, el hombre primitivo podía determinar si su rebaño había crecido o se había disminuido.

INDICADORES DE LOGROS

- Explica, lógicamente, la necesidad de ampliar el conjunto numérico.
- Describe cada uno de los conjuntos numéricos.
- Identifica los diferentes tipos de números y establece apropiadamente las relaciones de pertenece, no pertenece, contenido y no contenido.
- Representa los reales en la recta numérica (recta real).
- Comprende, interpreta, analiza y produce diferentes tipos de textos según sus necesidades. (COMUNICACIÓN).

- Expresa con autonomía lo que quiere y lo que piensa en forma verbal y no verbal.
- Usa un lenguaje verbal y no verbal adecuado al medio.
- Demuestra respeto por los conceptos emitidos por los otros.
- Reconoce la diferencia entre procesos de información y comunicación.
- Identifica algunas características básicas que debe poseer la persona para el desempeño en el trabajo.

Con los compañeros leemos y analizamos el siguiente contenido:

Además de los conjuntos numéricos que vamos a desarrollar en esta guía, también trataremos la competencia laboral general **Comunicación**, que se entiende como "capacidad para comprender ideas o bien símbolos que facilitan la adecuada interacción y la realización de actividades propias de una cultura o una sociedad".
"Es una competencia que aplicamos permanentemente, toda vez que tenemos la necesidad de comunicarnos a todo momento con las personas que nos rodean".

Además, de estar atentos a los conceptos y actividades que encontremos en la guía, relacionados con esta competencia debemos tener en cuenta los conceptos sobre trabajo.

A

¿QUÉ CONOZCO SOBRE LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS ESTUDIADOS EN CURSOS ANTERIORES?

Leo y analizo las siguientes situaciones:

En la gráfica que hay en la presentación de ésta guia, ¿Qué elementos que sirvan para la comunicación se observan?

¿Se pueden considerar los números como elementos que sirven para comunicarse?
En otros grados se ha trabajado con ejercicios como estos:

2 + 5 = _______ ó 7 * 9 = _______

¿Cuál conjunto numérico se está utilizando y cuáles operaciones se indican?

Si planteamos los ejercicios como:

5 + 2 = _______ ó 9 * 7 = ________

¿Cómo son los resultados obtenidos comparados con los anteriores?

¿Qué propiedades se han aplicado?

Comunique y discuta sus respuestas con las de otro compañero, pónganse de acuerdo y prepárense para discutirlas con el subgrupo.

Ahora planteemos lo siguiente:

7 – 4 = _______ y 4 – 7 = _______. ¿Cómo son los resultados? ¿Es suficiente el conjunto de los naturales para efectuar la operación SUSTRACCIÓN?

Igualmente, discuto mi respuesta con otro compañero y estemos listos para discutirla con el subgrupo.

B

¿PARA QUÉ SE CREAN LOS ENTEROS?

Leo, interpreto, interiorizo y anoto en el cuaderno lo que aparece en el recuadro verde. Además, anoto las respuestas que considero necesarias para hacer las discusiones.

Al tratar de sumar dos números naturales, la operación siempre es posible, así se conmuten los dos sumandos. Con la sustracción se comprueba que en ocasiones la operación no tiene sentido en los naturales, es decir, es imposible ejecutar la resta.

Como el problema de la sustracción debía ser resuelto, el hombre solucionó esa dificultad creando otro conjunto numérico: LOS ENTEROS.

Los enteros se obtienen a partir de los naturales anteponiéndoles el signo "+" ó el "–" e introduciendo el "0" (cero). Por tanto:

$$Z = \{-\infty \ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, 3, 4, \ldots +\infty\}$$

Como se ve, los Z están conformados por los enteros positivos Z^+, Z^- y el 0.

Luego: $Z = Z^+ \cup Z^- \cup \{0\}$

Por lo general se omite el signo "+" en los enteros positivos, es decir, los enteros positivos y los naturales son un mismo conjunto.

Con algunos ejemplos, verifique que en **Z** siempre se pueden sumar, multiplicar y restar dos números.

Veamos lo que ocurre con: 20=÷4 _______ y con -10÷2=______. ¿A cuál conjunto le pertenecen los resultados? Discuta su respuesta con un compañero.

Si conmutamos el dividendo y el divisor, ¿se obtendrá el mismo resultado? Evidentemente, no. Tal situación obliga a ampliar el conjunto numérico, llegándose así a los números racionales o fraccionarios.

Los racionales se definen formalmente como:
$Q=\left\{x=\frac{a}{b}\,/\,a\in Z \wedge b\in Z \wedge b\neq 0\right\}$ (se lee "el conjunto Q de los racionales está conformado por los x que son iguales a "a" sobre "b" tales que **a** le pertenece a los enteros y **b** le pertenece a los enteros y **b** es diferente de 0). Esta última parte de la definición " prohíbe " la división por 0.

Son racionales: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{16}{75}$; - $\frac{8}{2}$; $\frac{0}{3}$; 6 No son irracionales $\frac{3}{0}$; $\frac{0}{0}$ (tienen el aspecto de una fracción, pero no se puede dividir por 0).

Si efectuamos las divisiones indicadas en los fraccionarios del ejemplo, resulta:

$\frac{1}{2}=0.500...;\ \frac{3}{4}=0.7500...;\ \frac{2}{3}=0.666...;\ \frac{16}{75}=0.2133...;\ -\frac{8}{2}=-4.00..;\ \frac{0}{3}=0.00.$

¿Qué característica tienen los resultados que aparecen a la derecha del "="?

Efectivamente, los racionales se reconocen porque se pueden escribir como un cociente entre enteros (sin que el divisor sea 0) o como desarrollos decimales periódicos.

A propósito, ¿qué entiende por **periódico**?

Cito algunos ejemplos usando elementos de su entorno y compare su respuesta con la de un compañero.

En este momento ¿cuál es nuestro conjunto más amplio?

Comparo mi respuesta con la de un compañero.

En los racionales están definidas la suma, la sustracción, la multiplicación y la división (siempre que el divisor no sea 0), pero empezamos a enfrentarnos a situaciones como estas:

$$\sqrt{25}\,;\ \sqrt[3]{8}\,;\ \sqrt[5]{-32}\,;\ \sqrt{\frac{16}{81}}\,;\ \sqrt{2}\,;\ \pi$$

Si simplificamos donde sea posible, queda:

$\sqrt{25}$; $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[5]{-32} = -2$; $\sqrt{\frac{16}{81}} = \pm\frac{4}{9}$ Se observa que los resultados son racionales.

En $\sqrt{2}$ la simplificación es imposible y lo único que podemos hacer es aproximar el resultado, así: $\sqrt{2} \approx 1.414213...$ y $\pi \approx 3.141592...$ (el símbolo "≈" se lee aproximadamente igual) y son desarrollos decimales no periódicos, en contraposición a los números racionales. Este nuevo conjunto es el de los IRRACIONALES:

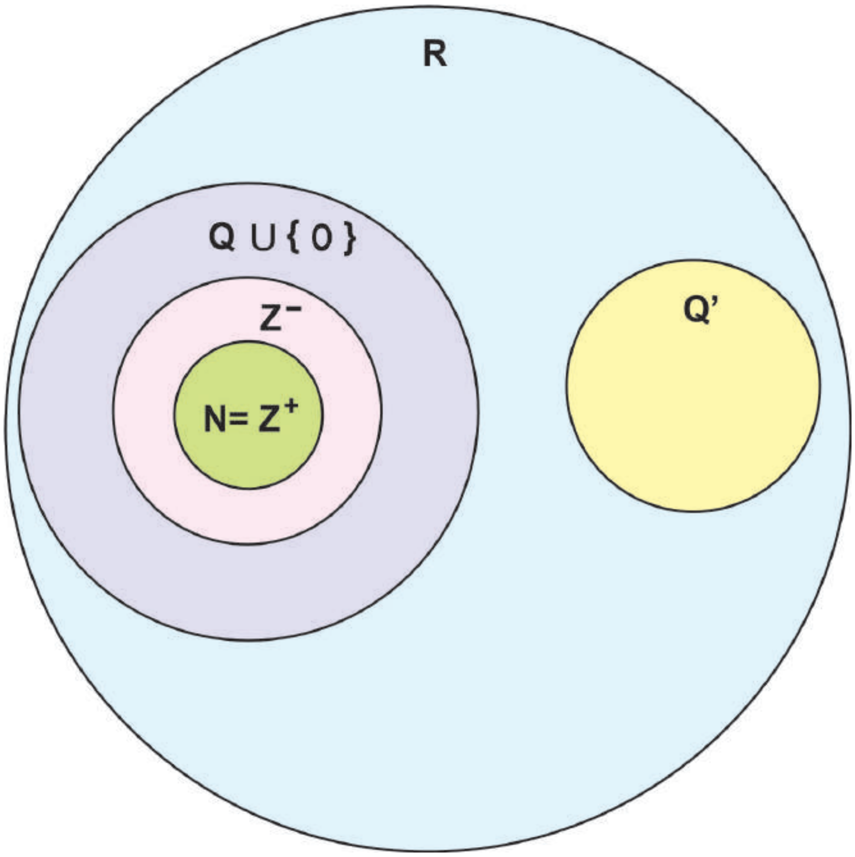
Q′= {Son las raíces no exactas y números como π, e}

Nótese que en este momento tenemos dos conjuntos que son disyuntos, es decir, no tienen elementos comunes y si los unimos tendremos el gran conjunto de los números reales que será el conjunto referencial o universal para el desarrollo de los temas del programa de cálculo. Luego:

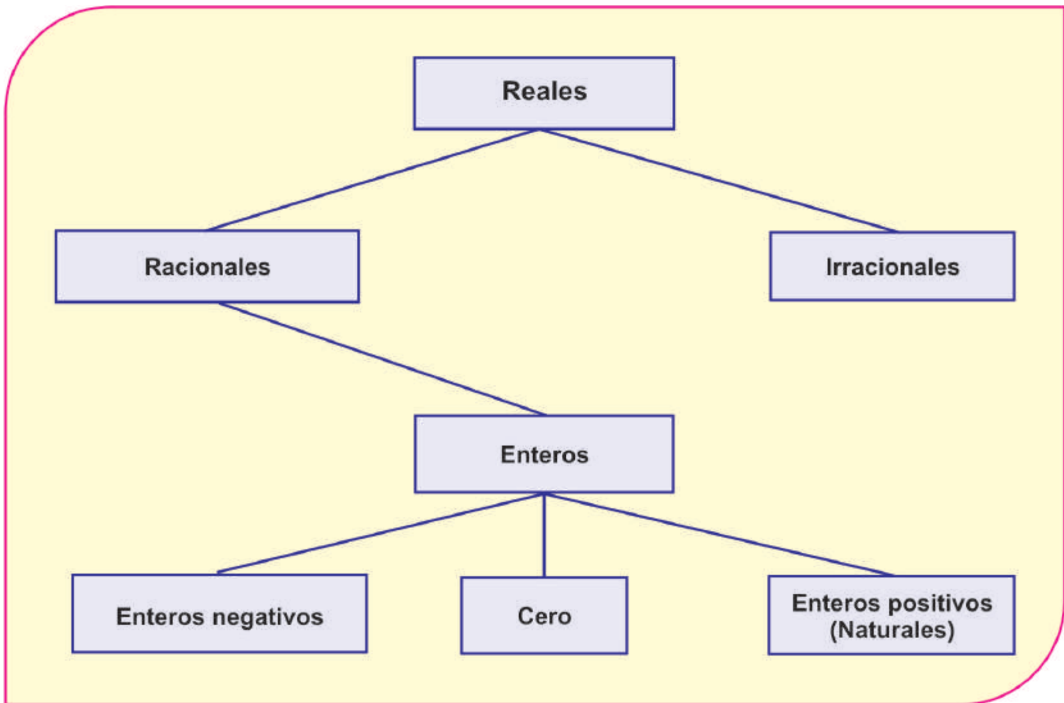
R = Q∪Q′, cuya característica es que se pueden expresar como desarrollos decimales.

En los reales **R** están definidas todas las operaciones: suma, resta, multiplicación, división (que no sea entre 0), potenciación, radicación (siempre y cuando no se trate de raíces pares de números negativos) y logaritmación (siempre que no sea de números negativos).

A continuación se presenta el diagrama de Venn-Euler de los conjuntos numéricos que es útil para establecer la verdad o falsedad de enunciados verbales.

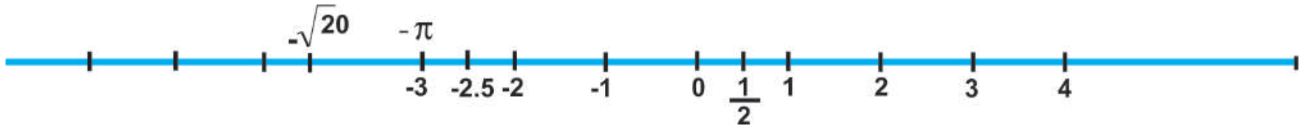


Igualmente se presenta el diagrama arbolar de los conjuntos numéricos, también para decidir la verdad o falsedad de enunciados verbales.



LOS NÚMEROS REALES Y LA RECTA REAL

Es bastante útil para nuestros propósitos representar geométricamente los reales. Para ello consideremos la recta que se ve en la gráfica; se conviene en que 0 es el punto de referencia u origen; todos los puntos que están a su derecha se consideran positivos y en sentido contrario, negativos; con un segmento escogido arbitrariamente metrizamos, tanto a la derecha como a la izquierda de 0 y aceptamos que la longitud de ese segmento mide 1, es decir, es la unidad.



En la recta se pueden representar los naturales (1, 2, 3, 4...), los enteros (0, +1, -1, -2,...), los racionales (1/2, -5/2,...) y los irracionales ($-\pi$, $-\sqrt{20}$,...), o sea, todos los números reales: es la recta real.

El lenguaje más preciso que existe es el de las matemáticas porque sus símbolos son universalmente aceptados, ya que comunican ideas y ofrecen información útil y concisa.

Así como en las matemáticas, el lenguaje que utilicemos en la cotidianidad debe ser claro, concreto y conciso para que la comunicación resulte efectiva.

Para afianzar nuestro conocimiento sobre conjuntos numéricos, analicemos e interpretemos con un compañero algunos ejemplos, pero antes de iniciar el ejercicio el ayudante del subgrupo verificará la forma como cada uno de los integrantes interpreta o comprende las instrucciones de los planteamientos 1 a 8, pues cuando interactuamos con nuestros compañeros y el profesor, se evidencia la competencia "comunicación".

Por ello seamos claros, concretos y precisos en nuestros mensajes; respetemos el uso de la palabra y hagamos uso de todas las formas utilizadas para comunicarnos: signos, expresiones verbales y conceptos escritos. El interés y responsabilidad que demostremos en el trabajo nos fortalecerá la formación que se requiere para el éxito en todas las actividades.

Ahora sí, iniciamos el ejercicio:

1) Partiendo del conjunto numérico más reducido al más amplio clasifiquemos el número -12 (podemos usar el diagrama de Venn-Euler ó el arbolar para ayudarnos).

   -12 es entero, es racional, es real.

2) Partamos ahora del conjunto más amplio al más reducido para clasificar el número $\sqrt[3]{64}$
   Como $\sqrt[3]{64}=4$, entonces es real, racional, entero, natural.

3) ¿Es verdadero o es falso que $1.000 \in N$? Es verdadero porque 1000 es un número natural.

4) ¿Es verdadero o falso que $5.41... \in Z$?. Es falso porque un desarrollo decimal periódico es un número racional.

5) Usando los símbolos $\subset$ (contenido en), $\not\subset$ (no contenido en) llenar los espacios de modo que la proposición sea verdadera:

   N____ Z; Q____ N; R_____ N

   Guiándonos por los diagramas anteriores, se tiene: $N \subset Z$; $Q \not\subset N$; $R \subset N$

   Ayudándose de los diagramas, decidir la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando la respuesta:

6) Todos los naturales son racionales: es verdadero porque los racionales incluyen a los enteros que, a su vez incluyen a los naturales.

7) Algunos enteros son naturales: es verdadero porque los naturales y los enteros positivos son el mismo conjunto.

8) Algunos racionales no son reales: es falso porque los reales incluyen a todos los racionales.

Para comprobar el avance en el tema de los conjuntos numéricos, con el mismo compañero del subgrupo analizamos el siguiente comentario y luego, basándonos en los ejercicios resueltos antes, desarrollamos en el cuaderno los planteamientos 1 y 2. Compartimos y discutimos nuestras apreciaciones y después de concertar nos preparamos con argumentos, para defender nuestra posición, pues si nos proyectamos al futuro podemos prever que el conocimiento de los conjuntos numéricos puede darnos la posibilidad de ser más eficientes.

Podemos pensar que si nuestro ingeniero empleador nos pide, por ejemplo, preparar una mezcla de cemento al 3, realmente nos está indicando que por cada tres paladas de arena debemos usar una de cemento; y si fuera 1.5 de arena, debemos deducir que se requiere 0.5 (media palada) de cemento si queremos conservar la proporción. No olvidemos que estamos en un mundo altamente competido y en consecuencia hemos de procurar ser siempre muy eficientes laboralmente si queremos tener posibilidades de éxito.

1. Completamos la siguiente tabla con los símbolos $\in$ ó $\notin$ según que el número de la columna de la izquierda pertenezca o no a los conjuntos indicados en la parte superior:

Números \ Conjunto	N	Z	Q	Q'	R
8	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
-8					
$-\frac{2}{3}$					
2.32444...					
$\sqrt[5]{32}$					

2. Utilizando los símbolos (contenido en), (no contenido en) llenamos los espacios de modo que la proposición sea verdadera (nos ayudamos con los diagramas):

Z____Q;   Q____R;   Z____N;   Q____Z;   { 0 }____N;

Por último, evaluamos nuestra comunicación con el compañero de trabajo: ¿nos entendimos bien? ¿Fuimos claros en los conceptos expresados? ¿Nos aportamos mutuamente?

D

¿PARA QUÉ NOS SIRVEN LOS DIVERSOS CONJUNTOS NUMÉRICOS?

Menciono algunas actividades de mi cotidianidad en las que necesito utilizar elementos de los diversos conjuntos numéricos (por ejemplo, cuando compramos algo usamos el conjunto de los racionales –así sea inconscientemente- para determinar cuánto debemos pagar).

Comparto mis ideas con las de otros compañeros y presentamos informe al profesor.

Igualmente, señalo momentos familiares en los que exista buena o mala comunicación; si es mala, es el momento para orientar a mi familia sobre la forma correcta de comunicarse entre los miembros que la conforman.

También evaluamos el ambiente de trabajo que se percibe en mi subgrupo para identificar fortalezas y debilidades en el desempeño.

La comunicación puede darse en forma verbal, por escrito, por gestos, a través de símbolos o signos, etc. En el caso de las matemáticas, que tienen su propio lenguaje, se usan variados signos para dar información.

Comprobémoslo: con los compañeros de subgrupo digamos que información nos dan los siguientes símbolos:

$\neq$	
(x, y)	
x^5	
$\Rightarrow$	
$\forall x$	
π	
$a + b$	

IDEAS PARA MI PROYECTO DE VIDA

Hago una introspección, medito sobre mi proyección al futuro, mis sueños e ilusiones, en qué me gustaría desempeñarme, los medios disponibles para alcanzar mis metas y estos elementos los escribo y archivo en mi carpeta personal con la finalidad de utilizarlos en la estructuración de mi proyecto de vida.

Además, reflexiono sobre los siguientes cuestionamientos:

a. ¿Qué tipo de actividades laborales conozco?

b. ¿Cuáles me gustan y por qué?

c. ¿Tiene relación mi gusto con las habilidades que poseo?

ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA