



Resolvemos problemas con ecuaciones en el contexto de los números naturales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las propiedades de la igualdad.

Procedimental

Utiliza métodos informales y formales para resolver ecuaciones.

Actitudinal

Identifica las diferentes posiciones de los compañeros para validar la resolución de un problema.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

- De acuerdo con la balanza que aparece en la imagen anterior; se pesaron unas papas al lado derecho, ¿cuántas papas representa el signo ? para que la balanza quede en equilibrio?
- Leo con atención la siguiente situación, la escribo y la resuelvo:

Hay tres cajas llenas con la misma cantidad de lápices y 5 lápices más. En total hay 41 lápices.

¿Cuántos lápices hay en cada una de las cajas para que en total pueda decir que tengo 41 lápices?

$$3 \times \square + 5 \text{ lápices} = 41$$

Número de lápices por caja

- Observo con mucha atención las situaciones que se me plantean a continuación, las consigno en mi cuaderno, busco el número para que, al colocarlo, se pueda mantener la igualdad:

$$15 + \square = 50$$

$$\square - 64 = 36$$

$$128 + 646 + \square = 875$$

- Después de haber resuelto los anteriores ejercicios, realizo lo siguiente:
 - ✓ Describo el procedimiento que empleé para resolver cada uno de los ejercicios anteriores.
 - ✓ Compruebo si los valores numéricos asignados en el recuadro permiten mantener el resultado dado y conservar la igualdad.

TRABAJO EN EQUIPO

Solicitamos al moderador que lidere la siguiente actividad.



Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

- Leemos con atención el siguiente texto y lo consignamos en el cuaderno:

Una *igualdad* es una equivalencia entre dos o más expresiones numéricas. Por ejemplo:

$$3 + 2 = 5$$

$$216 - 5 \times 8 = 176$$

Primero se debe realizar la operación de multiplicación y luego la adición

Toda igualdad cumple con las siguientes propiedades:

- Reflexiva**
Consiste en considerar que cada número es igual a sí mismo.
Ejemplo: $8 = 8$; $5 + 3 = 6 + 2$
- Simétrica**
Si de acuerdo con la reflexión un número es igual a otro, entonces ambos son iguales.
Ejemplo: $5 + 3 = 6 + 2$ es lo mismo que decir que $6 + 2 = 5 + 3$;
 $10 = 5 \times 2$ es lo mismo que decir $5 \times 2 = 10$
- Transitiva**
Si un número es igual a otro y, a la vez, este es igual a otro número, entonces todos son iguales entre sí.



Ejemplo: $3 \times 5 = 15$ y $15 = 10 + 5$; entonces $3 \times 5 = 10 + 5$

2. Aplicamos las propiedades de las igualdades en los siguientes ejercicios, consignándolas en el cuaderno:

- a. Justificamos en esta igualdad la *propiedad reflexiva*.

$$40 + 12 = 52$$

- b. Justificamos en esta igualdad la *propiedad simétrica*.

$$56 \div 8 \times 9 = 63$$

Primero se debe realizar la operación de división y luego la de multiplicación

- c. Justificamos en esta igualdad la *propiedad transitiva*.

$$721 + 31 - 50 = 702$$

3. Continuamos con la lectura, no olvidando consignar en el cuaderno.

Cuando en una igualdad existe un valor o varios valores desconocidos, se denominan "*ecuaciones*". El valor desconocido en las ecuaciones se puede representar de varias maneras:

- a. Se puede representar mediante recuadros, por ejemplo:

$$12 \times \square = 15 \times 4$$

- b. Se puede representar con signos de interrogación, por ejemplo:

$$? - 16 = 34$$

- c. También lo podemos representar con letras del alfabeto (desde la **a** hasta la **z**) y es la forma más conocida de reconocer el valor desconocido:

$$a + 23 = 70$$

4. De acuerdo con lo anterior; respondemos:

- ¿Una ecuación es una igualdad? Argumentamos la respuesta.
- ¿Cuál es la diferencia entre igualdades y ecuaciones?

5. Leemos atentamente y consignamos en el cuaderno.

Para resolver ecuaciones existen varios métodos, para esta guía trabajaremos dos métodos:

Método de ensayo y error

Consiste en ir colocando varios números que reemplacen la incógnita, se comprueba que sirva y se detiene hasta lograr un valor para que la igualdad sea cierta.

Ejemplo:

$$\square + 17 = 38$$

Se piensa en un número que al sumarlo con 17 permita que el resultado sea 38.

Pensamos inicialmente en el 10, ¿cuál es el resultado?; con el 20, ¿Cuál es el resultado? Hasta llegar a la cantidad que permita mantener la igualdad.

6. Aplico este método para solucionar las siguientes ecuaciones:

$$12 \times \square = 60$$

$$? - 16 = 34$$

$$a + 23 = 70$$

$$180 \div b = 60$$

$$40 + 25 - g = 47$$

$$? \times 5 = 2.000$$

$$(3 \cdot m) + 10 = 34$$

$$60 - s = 48$$

$$450 \div \square = 5$$

7. Apliquemos el método de ensayo y error en las siguientes situaciones problema que plantean una ecuación:

- La suma de las edades de Felipe y Alejandra es de 35 años. Alejandra tiene 11 años. ¿Cuántos años tiene Felipe?
- A Fernando le regalaron \$8.500, compró algo para comer y quedó con \$2.350. ¿Cuánto dinero gastó para comer Fernando?

- c. La edad del padre es de 47 años. Entre el padre y el hijo suman 65 años. ¿Cuántos años tiene el hijo?
- d. La diferencia entre la población de Pereira y Manizales es de 40.567. Si la población de Manizales es de 368.433 habitantes, ¿cuál es la población de Pereira?
- e. Carlos tiene tres bolsas con la misma cantidad de dulces en cada una. Si se desempacan da un total de 417. ¿Cuántos dulces tiene cada bolsa?
- f. Andrés tenía 84 canicas y las repartió en partes iguales entre algunos de sus amigos. A cada uno le tocó 21 canicas. ¿Cuántos amigos recibieron canicas?
- g. El papá de Fabián tiene 5 veces su edad. Si Fabián tiene 14 años. ¿Cuántos años tiene su papá?
- h. Repartí los dulces del día de los niños entre 5 amigos. Si cada uno le recibió 12 dulces. ¿Cuántos dulces tenía?
8. Continuamos con la lectura y consignamos en el cuaderno.

Otro método para resolver ecuaciones, es el **método basado en la igualdad**. Se utiliza la propiedad de igualdad de la suma o propiedad de igualdad de multiplicación a través de la realización de operaciones iguales a ambos lados de la ecuación, se logra obtener en un sólo lado la incógnita y en el otro el valor que permite mantener la igualdad.

A continuación, abordamos dos clases de ecuaciones de acuerdo a su forma.

Para resolver **ecuaciones de la forma $x + a = b$ ó $x - a = b$** , donde **x** es el valor de la incógnita. Se utiliza la propiedad de la igualdad de la suma; es decir, que podemos sumar o restar lo mismo sin alterar la igualdad.

Ejemplo 1:

$$x + 12 = 25$$

Aplicamos la propiedad de la igualdad de la suma, restando a ambos lados 12. De la siguiente manera:

$$x + 12 - 12 = 25 - 12$$

Realizamos las operaciones indicadas del lado izquierdo $12 - 12$ y del lado derecho $25 - 12$

$$x + 0 = 13$$

Aplicamos la propiedad modulativa y queda así:

$$x = 13$$

Siempre se debe comprobar el valor. Para ello, se reemplaza el valor por el dado en la ecuación y debemos obtener efectivamente una igualdad, en este caso es reemplazar el valor de **x** por 13.

$$13 + 12 = 25 \\ 25 = 25$$

Ejemplo 2:

$$x - 37 = 19$$

Aplicamos propiedad de la igualdad de la suma, sumo ambos lados 37. De la siguiente manera:

$$x - 37 + 37 = 19 + 37$$

Realizamos las operaciones indicadas del lado izquierdo $37 - 37$ y del lado derecho $19 + 37$ y queda así:

$$x + 0 = 56$$

Aplicamos la propiedad modulativa

$$x = 56$$

9. Ahora comprobemos la respuesta y consignémosla en el cuaderno.

10. Continuemos la lectura.

Para el caso de las **ecuaciones de la forma $a \cdot x = b$ ó $x \div a = b$** donde **x** es el valor de la incógnita se utiliza la propiedad de la igualdad de la multiplicación. Es decir, podemos multiplicar o dividir lo mismo sin alterar la igualdad.

Ejemplo 3:

$$2 \cdot y = 46$$

Se aplica la propiedad de la igualdad de la multiplicación: ambos lados dividimos por 2. De la siguiente manera:

$$2 \cdot y \div 2 = 46 \div 2$$

Realizamos las operaciones del lado izquierdo $2 \div 2$ y del lado derecho $46 \div 2$. Queda de la siguiente manera:

$$1 \cdot y = 23$$

Aplicamos la propiedad modulativa y el valor de **y** queda:

$$y = 23$$

Se comprueba el resultado reemplazando el valor de la incógnita en este caso la **y** por 23.



Se realizan las operaciones que quedaron indicadas. Así:

$$3 \cdot a + 0 = 36$$

Se aplica la propiedad modulativa de la siguiente manera:

$$3 \cdot a = 36$$

Como aún no se sabe el valor de la incógnita, se continúa dividiendo a ambos lados por 3. Así:

$$3 \cdot a \div 3 = 36 \div 3$$

Se realizan las operaciones correspondientes. Así:

$$1 \cdot a = 12$$

Entonces, el valor de **a** es 12.

$$a = 12$$

13. Ahora realicemos la comprobación de la siguiente manera:

$$3 \cdot 12 + 5 \stackrel{?}{=} 41$$

Primero multiplicamos 3 por 12. Así:

$$36 + 5 \stackrel{?}{=} 41$$

Se realiza la suma de 36 y 5, dando como resultado:

$$41 = 41$$

14. Practicamos el método basado en la igualdad en las siguientes ecuaciones y comprobamos si el resultado es correcto reemplazando el valor de la incógnita:

a. $28 - b = 16$

d. $x \div 2 = 250$

b. $x + 50 = 74$

e. $16 + 4 - y = 15$

c. $3 \cdot x + 3 = 42$

f. $11 \cdot x + 12 = 144$

15. Resolvamos las siguientes situaciones aplicando ecuaciones y el método basado en la igualdad:

a. Tenía ahorrado de lo que me dan para mis algos en el colegio, cierta cantidad de dinero, me regalaron de cumpleaños \$18.250. En este momento tengo \$68.900, ¿cuánto dinero tenía ahorrado?

b. Compré 5 cajas de chokolatinas y cada caja tiene la misma cantidad, si en total son 600 chokolatinas, ¿cuántas chokolatinas hay en cada caja?

$$2 \times 23 = 46$$

$$46 = 46$$

Ejemplo 4:

$$m \div 4 = 8$$

Aplicamos la propiedad de la igualdad de la multiplicación: a ambos lados multiplicamos por 4.

$$4 \times m \div 4 = 4 \times 8$$

$$4 \times m \div 4 = 32$$

Realizamos las operaciones del lado izquierdo $4 \div 4$ y del lado derecho 8×4 . Queda de la siguiente manera:

$$1 \times m = 32$$

Aplicamos la propiedad modulativa:

$$m = 32$$

11. Ahora comprobemos si el valor de **m** es el correcto.

12. Retomando la situación planteada en la vivencia:

Hay tres cajas llenas de lápices y 5 lápices más. En total hay 41 lápices.

¿Cuántos lápices hay en cada una de las cajas para que en total pueda decir que tengo 41 lápices?

Datos conocidos: 3 cajas con la misma cantidad de lápiz y 5 lápices más y que me quedó en total: 41 lápices

Dato desconocido: el valor del número de lápices que hay en cada caja. Representaremos tal valor con la letra **a**.

La ecuación que surge de esta situación es la siguiente:

$$3 \cdot a + 5 = 41$$

Para resolver este tipo de ecuaciones, primero se aplica la propiedad de la igualdad de la suma y luego la propiedad de la multiplicación. Tal como se observa:

$$3 \cdot a + 5 = 41$$

Se resta en ambos lados por 5. Así:

$$3 \cdot x + 5 - 5 = 41 - 5$$

- c. En el día de la mujer; se compraron 90 claveles, para repartirlos entre las niñas del salón y las profesoras. Si les pudimos dar a cada una de a 3 claveles, ¿a cuántas mujeres les dimos claveles?
- d. Las edades de tres hermanos suman 51 años. Si sabemos que uno de los hermanos tiene 15 años y otro tiene 19 años, ¿cuántos años tiene el tercer hermano?



Aplicación

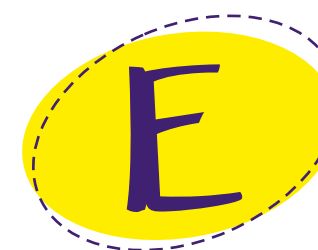
Las ecuaciones tienen mucha aplicación en la vida cotidiana. Cada vez que tenemos que tratar de encontrar valores desconocidos, estamos empleándolas.

TRABAJO EN FAMILIA

1. Con la supervisión de mi familia, completo la siguiente tabla y resuelvo las ecuaciones.

Situación planteada	Ecuación	Valor de la incógnita
Ejemplo: La mitad de un número es 56. ¿Cuál es el número?	$x \div 2 = 56$	
El doble de la cantidad de personas que van al parque es 138. ¿Cuántas personas van al parque?		
La diferencia entre un número y 9 es 42. ¿Cuál es el número?		
Un rectángulo tiene de largo 18 cm y su perímetro es de 46 cm. ¿Cuanto mide de ancho?		
Si sabemos que todos los ángulos de un triángulo suman 180° . Dos de los ángulos miden $A = 64^\circ$ y $B = 37^\circ$. ¿Cuál es el valor del tercer ángulo?		

La diferencia entre dos cantidades es de 156. Si el número menor es 784. ¿Cuál es el número mayor?		
64 es igual al doble de cierta cantidad. ¿Cuál es la cantidad?		
Carlos tiene 5 veces la edad de su hijo Juan. Si entre los dos tienen 60 años. ¿Cuántos años tiene Juan?		
El colegio recibió un premio de la Secretaría de Educación debido a su trabajo por conservar el medio ambiente. Si le dieron al rector \$1.800.000. Si son 12 grupos. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada grupo?		



Complementación

TRABAJO CON EL PROFESOR

Las ecuaciones nos sirven también para adivinar cantidades. Juega a resolver los siguientes ejercicios:

1. Resolvemos la siguientes situaciones que pretenden adivinar números:

Ejemplo:

- a. Piensen un número, lo duplican, le añaden 5 unidades, lo multiplican por 5, le suman 75 unidades y luego multiplican todo por 10.
- ✓ Pensemos un número: como no lo conocemos, lo vamos a representar por medio de la incógnita, en este caso **b**.
 - ✓ Lo duplicamos significa multiplicarlo por dos: $2 \cdot b$
 - ✓ Le añadimos 5 unidades o sea que se le suman 5: $2 \cdot b + 5$

- ✓ Lo multiplicamos por 5, hacemos uso de paréntesis:
 $5 \cdot (2 \cdot b + 5)$
 - ✓ Le sumamos 75 unidades, o sea que se suman a la cantidad que se lleva 75: $5 \cdot (2 \cdot b + 5) + 75$
 - ✓ Luego lo multiplicamos todo por 10 quedaría así:
 $10 \cdot \{5 \cdot (2 \cdot b + 5) + 75\}$
 - ✓ Ahora decimos la repuesta de esas operaciones y se resuelve la ecuación.
- b. Pensamos un número, le sumamos 2, elevamos el resultado al cuadrado, le restamos 4 veces el número inicial. ¿Cuál es el número?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Formulemos 10 ecuaciones para socializarlas.
3. Formulemos 5 situaciones para ser modeladas con ecuaciones.
4. Intercambiamos entre las diferentes mesas las ecuaciones y situaciones para que se resuelvan.

Evaluación por competencias

1. Respondo falso (F) o verdadero (V) según corresponda en las siguientes afirmaciones:

- A. Una ecuación siempre es una igualdad. ()
- B. Decir que $3 + 4 = 6 + 1$, es aplicar la propiedad reflexiva. ()
- C. El método de ensayo y error significa poner al azar valores hasta que se mantenga la igualdad. ()
- D. Trasponer términos significa pasar los términos al otro lado de la igualdad sin cambiar el signo. ()

1

2. Escribo dentro del paréntesis, si las siguientes expresiones son igualdades (i) o ecuaciones (e):

- A. $567 + 263 + 145 = 149 + 515$ ()
- B. $2 \cdot j = 13 + 15$ ()
- C. $1.280 = 1.160 + v$ ()
- D. 635 dividido 5 + 8 = 270 dividido 2 ()
- E. 18 por 4 + 32 = 50 por 2 + 4 ()

2

3. Soluciono las siguientes ecuaciones:

- A. $q + 45 = 186$
- B. $y + 16 = 928$
- C. $8.268 - e = 5.698$

3

Con la siguiente situación resuelvo de la pregunta 4 hasta las 6:

María solicitó un préstamo de \$580.000, con ese dinero pagó la primera cuota del mueble de su biblioteca. Si luego de haber pagado María quedo con \$524.000. ¿Cuál es el valor de la cuota pagada?

4. La ecuación más adecuada para la situación es:

- A. $580.000 - 524.000 =$
- B. $580.000 - x = 524.000$
- C. $x + 524.000 = 580.000$
- D. la (b) y la (c)

4

5. ¿Cuál es el valor de la incógnita?

- A. \$ 20.000
- B. \$ 60.000
- C. \$ 56.000
- D. \$ 80.000

5

6. ¿Qué operación tuve que realizar para resolver la ecuación:

- A. Una suma.
- B. Una resta.
- C. Una multiplicación.
- D. Una división.

6

Glosario

- **Formular:** Representar mediante signos matemáticos las relaciones entre las diferentes magnitudes de un enunciado.
- **Incógnita:** Cantidad desconocida que es preciso determinar en una ecuación o en un problema para resolverlos.
- **Método:** Modo de decir o realizar acciones de manera ordenada.
- **Procedimiento:** Acción de realizar o ejecutar alguna operación, en este caso matemática.
- **Propiedad:** Característica que poseen los números y las operaciones que se realizan entre ellos.