

Bibliografía

- Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Diccionario de la lengua española. Recuperado de <http://www.rae.es>.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Martín, Malena (2011, 6 de agosto). Historia de nuestros números [web log post]. Recuperado de <http://aprendiendomatematicas.com/bachillerato/historia-de-nuestros-numeros-i/>.
- Impact Mathematics course 2. MacGraw Hill Companies. Recuperado de http://www2.lhric.org/poCantico/math/Course_2/chap02-s.pdf.
- Pujadas M., Eguiluz L. (2000). *Fracciones ¿un quebradero de cabeza? Sugerencias para el aula*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Unidad 2



Los números naturales, los números enteros y sus propiedades, nos ayudan a resolver problemas

1. Estándares:

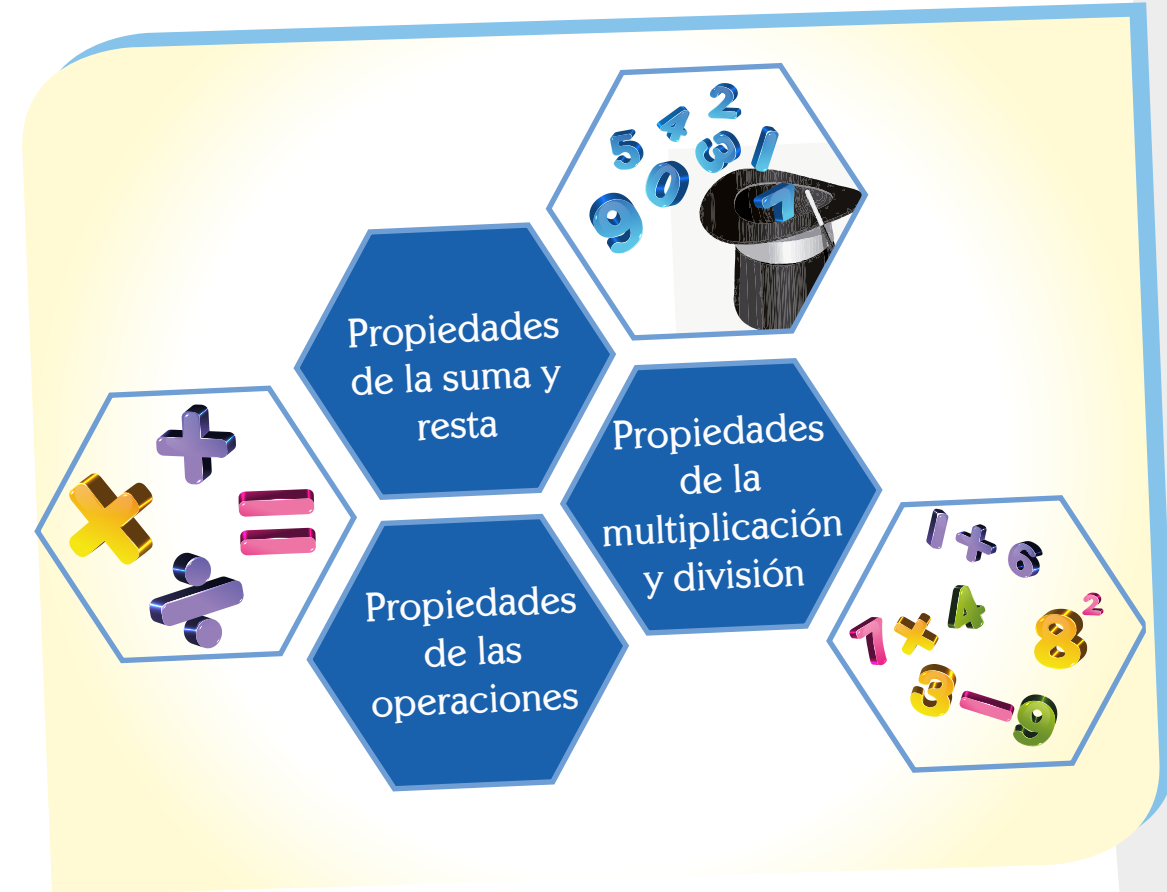
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
- Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones,

reflexiones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

2. Competencia:

- Analizo, interpreto y propongo situaciones que involucren los números naturales, los números enteros, haciendo prácticas algunas relaciones geométricas y estadísticas para la resolución de problemas.

Guía 1



Algunas propiedades de los números naturales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica algunas propiedades de las operaciones de los números naturales para resolver situaciones problema.

Procedimental

Formula situaciones problema en donde se pueden aplicar las propiedades de los números naturales.

Actitudinal

Asume roles, responsabilidades y compromisos acordes a sus capacidades y a las necesidades del equipo.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Escribo cinco números mayores que 10 y menores que 100, y respondo con cada uno de ellos, las siguientes preguntas:
 - a. ¿Es un número par o impar?, ¿por qué?
 - b. ¿Es un número primo?, ¿por qué?
 - c. Escribo tres operaciones distintas cuyo resultado sea el número pensado.
2. Completo el siguiente cuadrado con los números del 1 al 9 de tal forma que al sumar cada fila, cada columna y cada diagonal dé como resultado **15**:

	5	

3. Reflexiono:
 - a. ¿Qué propiedades reconozco que se usaron en los dos ejercicios anteriores sobre los números naturales?
 - b. ¿Cuáles propiedades de la adición se requieren para resolver el cuadrado mágico?

TRABAJO EN EQUIPO

4. En grupos de a tres compañeros, realizamos las siguientes acciones matemáticas, teniendo en cuenta que cada uno cumple una de las siguientes funciones:
 - ✓ Uno es el líder
 - ✓ Uno es el moderador del equipo.
 - ✓ Otro de los compañeros debe conseguir y recoger los materiales que se van a emplear.

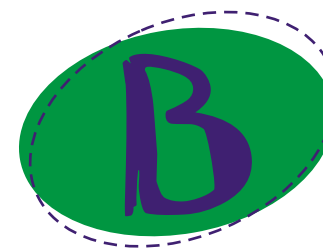
Los materiales para trabajar en esta actividad son los siguientes: cada uno de los integrantes trae 50 tapas o tarjetas y 10 bolsas de plástico. Se realizarán las siguientes actividades:

- a. En cada bolsa se introducen las siguientes tapas o fichas: 34, 15, 30, 6 y 2. Las clasificamos en:
 - ✓ Bolsas que tienen una cantidad de objetos par.
 - ✓ Bolsas que tienen una cantidad de objetos impar.
 - ✓ Bolsas que tienen cantidades que son divisores de 2 y de 6.
 - ✓ Bolsas que tienen cantidades que son múltiplos de 2 y de 3.
- b. Cada una de las cantidades anteriores forman parte de una operación y las escribimos. Encontramos los resultados realizando acciones con el material.
- c. Un grupo estableció las siguientes operaciones con las cantidades de las bolsas. Las resolvemos con el material:

$$34 + 15 \quad 15 + 34 \quad 6 - 2 \quad 2 - 6$$

$$6 \times 2 \quad 2 \times 6 \quad 30 \div 15 \quad 15 \div 30$$

$$34 \div 15 \quad (30 \div 6) - 2 \quad 30 \div (6 - 2)$$
- d. Anotamos en el cuaderno, de manera gráfica y con números, lo que se realizó con el material.
- e. Le solicitamos al moderador de la mesa, invite al profesor para compartir con él las acciones matemáticas realizadas.

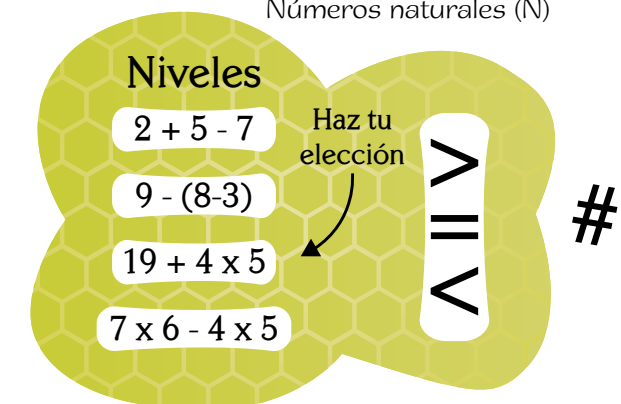


Fundamentación Científica

¡Opera y compara!
Números naturales (N)

TRABAJO EN EQUIPO

1. Respondemos de acuerdo a la imagen:
 - a. ¿Qué operaciones están representadas?

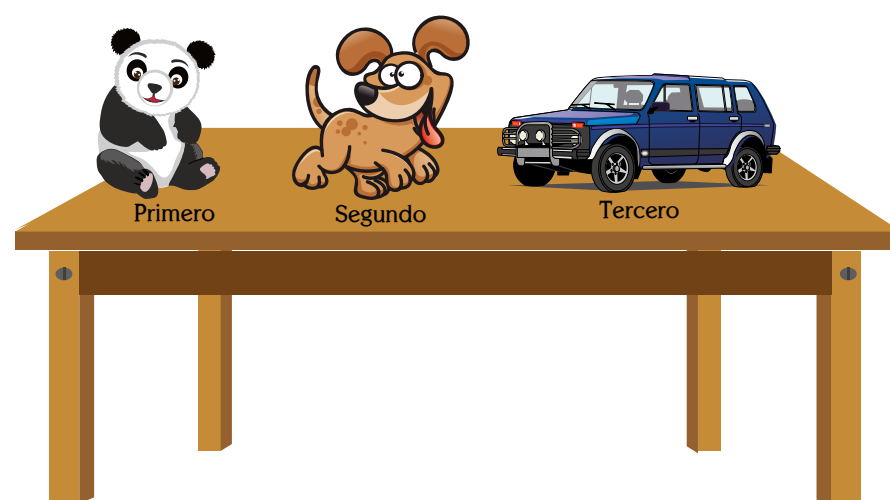


- b. Cada uno por aparte, resuelve y compara resultados, ¿todos obtuvimos los mismos resultados? y ¿para qué sirven los paréntesis?
2. Solicitamos a uno de los integrantes del equipo que haga la lectura del siguiente texto. Luego, consignamos en el cuaderno.

Los números naturales son cualquier sistema de “objetos” (símbolos, marcas, materiales concretos, palabras), que se usan para dar cuenta de cuántos elementos hay en un grupo o colección y para establecer un orden de sus elementos en el grupo o colección.

Ejemplo:

En una mesa hay tres objetos, el perro se encuentra en segundo lugar, lo antecede el oso y lo precede el carro.



Se dice que el conjunto de los números naturales cumple con las siguientes propiedades:

- ✓ A cada número natural le corresponde otro que se llama su siguiente o sucesor.
 - ✓ Existe un primer elemento 0, que no es sucesor de ningún otro número.
 - ✓ Dos números distintos de los números naturales no pueden tener el mismo sucesor.
3. De acuerdo con la lectura anterior; respondemos las siguientes preguntas:
- a. ¿Cuáles son las propiedades que cumplen los números naturales?
 - b. Determinemos qué números son naturales. Argumentemos nuestra respuesta desde las propiedades.

$$\begin{array}{ccc} -28 & 891 & \frac{5}{567} \\ 4.288 & \frac{3}{8} & -6 \end{array}$$

4. Solicitamos la presencia del profesor para que verifique las respuestas y nos dé su orientación si la requerimos.

Los números naturales también poseen otras propiedades

5. Hacemos lectura del siguiente texto y consignamosla en el cuaderno.

Otra propiedad de los números naturales

El orden de los *números naturales* significa que si comparamos dos números, podemos utilizar uno de los siguientes enunciados: si son iguales (se simboliza: =), si uno de ellos es mayor (se simboliza: >) o si uno de ellos es menor (se simboliza: <).

Por ejemplo,

487	>	329	Se lee: 487 es mayor que 329.
520	=	520	Se lee: 520 es igual a 520.
6.543	<	9.600	Se lee: 6.543 es menor que 9.600.

Otra propiedad de los números naturales es ser par o impar

Ser par e impar significa que si al agrupar en parejas las unidades que forman determinada cantidad y no sobra ninguna de ellas, podemos afirmar que el número es par, también podríamos decir que al dividir cualquier cantidad entre 2, el residuo es 0.

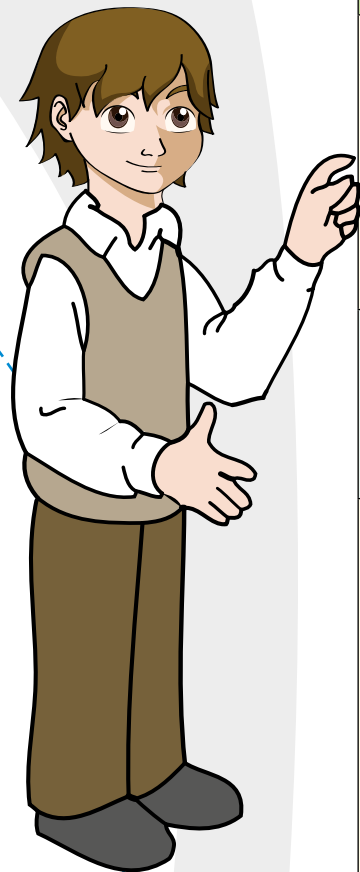
Pero si al agrupar en parejas las unidades que conforman determinada cantidad, sobran unidades, entonces decimos que el número es impar o lo que es lo mismo si al dividir una cantidad entre 2 hay residuo.

6. Señalamos con una X los números pares y encerramos en un círculo los números impares:

$$\begin{array}{ccc} 2.485 & 320 & 12 \\ 10.403 & 65.891 & 1.000.000 \end{array}$$

7. Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división poseen algunas propiedades, leemos atentamente:

Las operaciones adición o multiplicación cumplen propiedades, veamos:

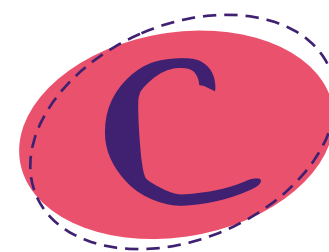


Propiedad	Operación Adición	Operación Multiplicación
CLAUSURATIVA	Al sumar dos números naturales, el resultado es un número natural. Ejemplo: 2 y 3 son números naturales al sumarlos, también el resultado 5 es un número natural.	Al multiplicar dos números naturales, el producto es un número natural. Ejemplo: 2 y 8 son números naturales al multiplicarlos, también el resultado 16 es un número natural.
CONMUTATIVA	No importa el orden de los sumandos, siempre da el mismo resultado. Ejemplo: $2 + 3$ es lo mismo que $3 + 2$	No importa el orden de los factores, siempre da el mismo producto. Ejemplo: 2×8 es lo mismo que 8×2
ASOCIATIVA	Si se tiene más de dos sumandos, se pueden agrupar de diferentes formas, y no se altera el resultado. Ejemplo : Si se tiene $4 + 5 + 6$, puedo resolverlo como: $(4 + 5) + 6$ agrupo los dos primeros, los sumo y al resultado le agrego 6. $4 + (5 + 6)$ agrupo los dos últimos, los sumo y al resultado le sumo 4.	Si se tiene más de dos factores, se pueden agrupar de diferentes formas, y no se altera el producto Ejemplo : Si se tiene $4 \times 3 \times 2$, puedo resolverlo como: $(4 \times 3) \times 2$ agrupo los dos primeros, los multiplico y el resultado lo multiplico por 2. $4 \times (3 \times 2)$ agrupo los dos últimos, los multiplico y al resultado le multiplico 4.
MODULATIVA	Si se suma un número con el cero, el resultado es el mismo número. Ejemplo: $5 + 0 = 5$	Si se multiplica un número con el uno, el resultado es el mismo número. Ejemplo: $4 \times 1 = 4$

8. De las propiedades anteriores, ¿cuáles se cumplen en la sustracción y división?, ¿son las mismas propiedades de la adición y multiplicación?. Argumentamos nuestra respuesta.

9. Escribimos las propiedades que se aplican en los siguientes ejercicios y hallamos el resultado:

$2 + (5 + 6)$ $3 \times (4 \times 7)$ $4 + (8 - 3)$ $6 \div (9 - 7)$



Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Resolvamos los siguientes problemas:

- Si queremos construir una piscina rectangular en el patio de nuestra casa que mida 5 metros por un lado y 15 metros por el otro: ¿cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué? Dibujamos las formas que pueda tener la piscina a escala: 1 cm representa 5 m.
- Si fuésemos a repartir 25 dulces entre 3 personas, ¿cuántos dulces tendría cada una?. ¿Cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué?
- Si queremos formar grupos de trabajo con 30 estudiantes en el salón. ¿De cuántas maneras distintas podemos formar los grupos? ¿Cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué?

TRABAJO INDIVIDUAL

Resuelvo las siguientes situaciones

2. Según la siguiente tabla acerca de los inventos tecnológicos. Escribo en el cuaderno de manera cronológica cada uno de ellos, de acuerdo con el año en que ocurrieron.

Algunos inventos tecnológicos del siglo XIX y XX	Año
Casete compacto	1963
Ipod	2001
Telégrafo	1833
Celular	1939
Computador ENIAC	1943

- Organizo los inventos tecnológicos que se mencionan en la tabla anterior, de acuerdo con el año en que ocurrieron.
- ¿Cuál fue el último invento realizado?
- ¿Cuál fue el cuarto invento ocurrido?

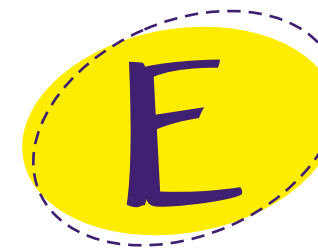
- d. ¿Cuáles inventos pertenecen al siglo XX?
- e. ¿Entre qué años ocurrieron los inventos aquí descritos?
- f. ¿Cuántos años han transcurrido entre el primer invento y el último?
- g. Trazo una recta numérica, ubico en ella los años de los inventos de la tabla.
3. Resuelvo las siguientes situaciones:
- a. Un objeto **A** pesa 18 kilos y un objeto **B** pesa tres veces menos que el objeto **A**. ¿Cuánto pesa el objeto **B**?
- b. Tengo dos billetes de \$10.000, un billete de \$2.000, un billete de \$1.000 y 500 pesos. Mi hermano tiene un billete de \$20.000, tres billetes de \$1.000, dos monedas de 200 pesos y una de 100 pesos. ¿Quién tiene más dinero?
- c. Se dice que en una caja hay menos de 60 bombones. Si los contamos de 5 en 5, de 4 en 4 y de 8 en 8 siempre sobran 2 bombones ¿Cuántos bombones hay en la caja?
- d. Luis ha comprado varias cajas con 6 botellas que contienen agua; pero no tiene más de 25 botellas ni menos de 20 botellas. ¿Es posible que haya comprado un total de 20 botellas?, ¿cuántas cajas de botellas ha comprado Luis?
- e. Ana tiene más de 10 pero menos de 20 canicas. Si las agrupa de 2 en 2 no le sobra ninguna, y si las agrupa de 3 en 3 tampoco sobran. ¿Cuántas canicas tiene Ana?, ¿es posible encontrar otras formas de agrupar sin que sobren canicas?
- f. En una carrera de atletismo, Laura llegó de octava, 3 puestos antes que Beatriz. ¿En qué puesto llegó Beatriz?
- g. Para hacer un collar Miriam utilizó 25 perlas rojas, 30 perlas azules y 45 perlas verdes. Organizo 5 maneras diferentes de distribuir todas las perlas en el collar.
- h. Si tengo 1.289 fichas azules en una caja y en otra tengo 1.675 fichas rojas. ¿Cuántas fichas azules tengo que agregar para tener la misma cantidad de rojas?



Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Escribimos los números que continúan las siguientes sucesiones numéricas:
 - a. 0, 3, 6, 9..... hasta llegar a 40
 - b. 0, 5, 10, 15..... hasta llegar a 75
 - c. 0, 7, 14, 21..... hasta llegar a 105
2. Respondemos: ¿cuáles son las propiedades que cumplen todos los elementos de cada una de las sucesiones numéricas?



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente acerca de la propiedad distributiva.

Ejemplo:

Si tengo el siguiente ejercicio: $3 \times (5 + 4)$

$3 \times (5 + 4) = 3 \times (9) = 27$ el signo de multiplicación afecta las cantidades que se encuentran dentro del paréntesis.

$$(3 \times 5) + (3 \times 4) = 15 + 12 = 27$$

La propiedad distributiva es aquella en la que la suma de dos sumandos, multiplicada por un número, es igual a la suma del producto de cada sumando por ese número. De igual manera, esta propiedad puede aplicarse al combinar dos operaciones.

2. Apliquemos la propiedad distributiva en los siguientes ejercicios:
 - a. $2 \times (3 + 11)$
 - b. $(8 + 41) \times 5$

- c. $(44 - 6) \times 4$
 d. $1 \times (17 - 4)$
 e. $9 \times (2 + 7)$
 f. $10 \times (3 + 8)$
 g. $(27 - 9 + 12) \div 3$
 h. $(2 \times 10) \div 5$
3. Socializamos los procedimientos que utilizamos en la actividad anterior para que todos practiquemos en forma colectiva y se aclaren nuestras dudas.

Evaluación por competencias

En las siguientes situaciones, selecciono la opción correcta e identifico la propiedad que se cumple.

1. En un corral hay gallinas y conejos, el número total de animales es 24 y el número de patas es 62. Por lo tanto hay:

- A. 7 conejos y 17 gallinas.
 B. 8 conejos y 16 gallinas.
 C. 17 conejos y 7 gallinas.
 D. 13 gallinas y ocho conejos.

1

2. Un hombre debe llevar un mensaje pasando por el desierto, el tiempo que se demora en ir y regresar por el desierto es de 9 días, el alimento que puede llevar sólo le alcanza para 12 días y el lugar a donde lleva el mensaje no hay alimento. Si son dos hombres, ¿para cuántos días le alcanza el alimento?

- A. 3 días.
 B. 9 días.
 C. 6 días.
 D. 12 días.

2

3. La distancia de mi casa a la de un amigo es de 459 metros. Salí de mi casa y ya he recorrido 197 metros. ¿Cuántos metros me faltan para llegar a la casa de mi amigo?

- A. 656 m.
 B. 459 m.
 C. 262 m.
 D. 197 m.

3

4. Al frente de cada una de las siguientes situaciones, escribo la propiedad que se cumple y la resuelvo:

Situación a resolver	Propiedad que se cumple
918×1	
$546 + 374 = 374 + 546$	
$1.204 - 0$	
463×312	
$612 \div 27$	

4

5. Determino si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribo un ejemplo que justifique mi respuesta:

- a) La suma de dos números naturales da como resultado otro número natural. ()
- b) La propiedad asociativa se cumple en la sustracción. ()
- c) En las cuatro operaciones existe un elemento neutro. ()
- d) La propiedad distributiva se aplica para las cuatro operaciones básicas. ()

5

6. Soluciono los siguientes problemas, explicando los pasos empleados:
- a. Un avión recorre 1.940 Km el primer día, el segundo día 340 Km más que el día anterior y el tercer día 890 Km menos que entre los dos días anteriores. ¿Cuántos km recorrió el avión?
- b. Entre 8 personas tienen que pagar por partes iguales \$20.000. Como algunas de ellas no pueden pagar, entonces a las personas restantes les corresponde cancelar un excedente de \$1.500 para pagar la deuda. ¿Cuántas personas no van a pagar?

Glosario

- **Cardinal:** Cada uno de los números naturales; p. ej., cero, diez, mil.
- **Número natural:** Cada uno de los elementos de la sucesión 0, 1, 2, 3...
- **Ordinal:** El que expresa ideas de orden o sucesión; p. ej., primero, segundo, tercero.
- **Propiedades:** Atributo o rasgo característico que poseen las operaciones aritméticas.
- **Secuencia:** Conjunto de cantidades u operaciones ordenadas de tal modo que cada una está determinada por las anteriores.