

Matemáticas

6^o

Sexto

Escuela Nueva - Escuela Activa

Módulo de

Matemáticas

UNIDADES

1 - 2

PRESENTACIÓN

Uno de los insumos importantes del programa Escuela Nueva - Escuela Activa lo constituyen los materiales de interaprendizaje para estudiantes. El valor pedagógico que tienen las guías o módulos en la aplicación de los principios de la Escuela Nueva - Escuela Activa, se asocia con el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, laborales y demás competencias necesarias para el buen desempeño social de los estudiantes; además, la estructura metodológica del material, favorece el trabajo colaborativo y en equipo, la participación, la autonomía, las relaciones escuela - comunidad - escuela, la creatividad y el pensamiento lógico, a la vez que forma a los estudiantes en las diferentes disciplinas del conocimiento.

El presente módulo de interaprendizaje de Matemáticas para grado 6° fue construido en el marco de una Alianza de amplia trayectoria, constituida por el Comité de Cafeteros de Caldas y la Fundación Luker, y hace parte de las estrategias del Plan de Mejoramiento al Desempeño propuesto por estas dos instituciones, cuyo propósito fundamental es intervenir la calidad de la educación básica de establecimientos educativos rurales y urbanos vinculados al programa Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

El diseño de este módulo se realizó en concordancia con el modelo pedagógico activo y responde a los lineamientos de política del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a los estándares curriculares y el enfoque de formación por competencias, además, introduce un componente de apoyo en la evaluación, que había sido ampliamente demandado por los docentes de Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

Invitamos a los maestros y estudiantes a asumir este material como uno de los recursos que apoya el desarrollo del plan curricular. Su aprovechamiento eficaz, requiere por tanto, de la mediación permanente del maestro y en ningún caso pretende reemplazar su importante labor en el aula de clase.

La Fundación Luker y el Comité de Cafeteros de Caldas resaltan y agradecen a todas aquellas personas e instituciones que colaboraron en la construcción de esta nueva versión de Módulos, con la que esperamos contribuir para que los niños, niñas y jóvenes de Caldas y de Colombia, puedan tener una mejor educación como una condición de equidad, que les dará mayores posibilidades de alcanzar un proyecto de vida digno, donde todos y todas tengan igual oportunidad.

Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Manizales, junio de 2013

**CRÉDITOS MÓDULOS
MATEMÁTICAS GRADO SEXTO
COMITÉ DIRECTIVO**

▶▶ Pablo Jaramillo Villegas
Líder de Desarrollo Social - Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Elsa Inés Ramírez Murcia
Coordinadora Desarrollo Social - Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Santiago Isaza Arango
Director Educación Fundación Luker

COORDINACIÓN

▶▶ Catalina Arboleda
Comité de Cafeteros de Caldas

Alexander Ossa Calvo
Comité de Cafeteros de Caldas

EQUIPO TÉCNICO

▶▶ María Piedad Marín Gutiérrez
Consultora Fase de Planeación

Diego Villada Osorio
Consultor Mallas Curriculares

Jhon Fredy Ossa Calvo
Revisión Metodológica

CORPOEDUCACIÓN

▶▶ Sandra Milena Díaz López
Coordinadora

Luz Alexandra Oicatá Ojeda
Revisión Disciplinar

AUTORES

▶▶ Ligia Inés García Castro
Carlos Alberto Bastos Sánchez

**ELABORACIÓN DE MALLAS
CURRICULARES**

▶▶ Yolanda de las Mercedes Beltrán de Covaleda (Universidad de Antioquia - Acompañamiento Técnico), Jhoana Alexandra Muñoz Nieto, Carlos Alberto Bastos Sánchez, Jhon Fredy Ossa Calvo, Francisco Vallejo García, María Rubiela Castrillón Hurtado, Gonzalo Alarcón Cortez, Manuel Andrés Correa Gallego, Viviana Marcela Vásquez Osorio, Ligia Inés García Castro.

VALIDACIÓN

▶▶ Esteban Ocampo Flórez (Acompañamiento Técnico), Humberto Marín Mazo, Aida Marín López, Valentina Osorio Morales, Marta Jhanet Mondragón Valencia, Daniel Henao Castaño, Diego Alberto Toro Ortiz, Jhoiner Alfonso Mejía Castañeda.

**DISEÑO PROYECTO GRÁFICO Y
DIAGRAMACIÓN**

▶▶ Espacio Gráfico Comunicaciones S.A.

**DISEÑO E ILUSTRACIÓN
PERSONAJES GUÍA**

▶▶ Julián Arnoby León García

ISBN: 978-958-8702-42-1

Impresión: Carvajal Soluciones de Comunicaciones S.A.S.

Marzo 2020

CONTENIDO

PÁG.

UNIDAD 1 Algunas aplicaciones de los números naturales en diferentes contextos

7

GUÍA 1 Algunos sistemas de numeración

9

GUÍA 2 Algunas relaciones entre los números naturales

25

GUÍA 3 Resolvemos problemas con ecuaciones en el contexto de los números naturales

41

GUÍA 4 Unidades de medida convencionales y no convencionales

57

GUÍA 5 Clasificación de los polígonos

71

GUÍA 6 Población y muestra

85

UNIDAD 2 Los números naturales, los números enteros y sus propiedades nos ayudan a resolver problemas

97

GUÍA 1 Algunas propiedades de las operaciones de los números naturales

99

GUÍA 2 De los números relativos a los números enteros

113

GUÍA 3 El plano cartesiano como sistema de referencia

127

GUÍA 4 Las características de algunas transformaciones

143

GUÍA 5 Aprendamos a manejar datos

157

Unidad 1



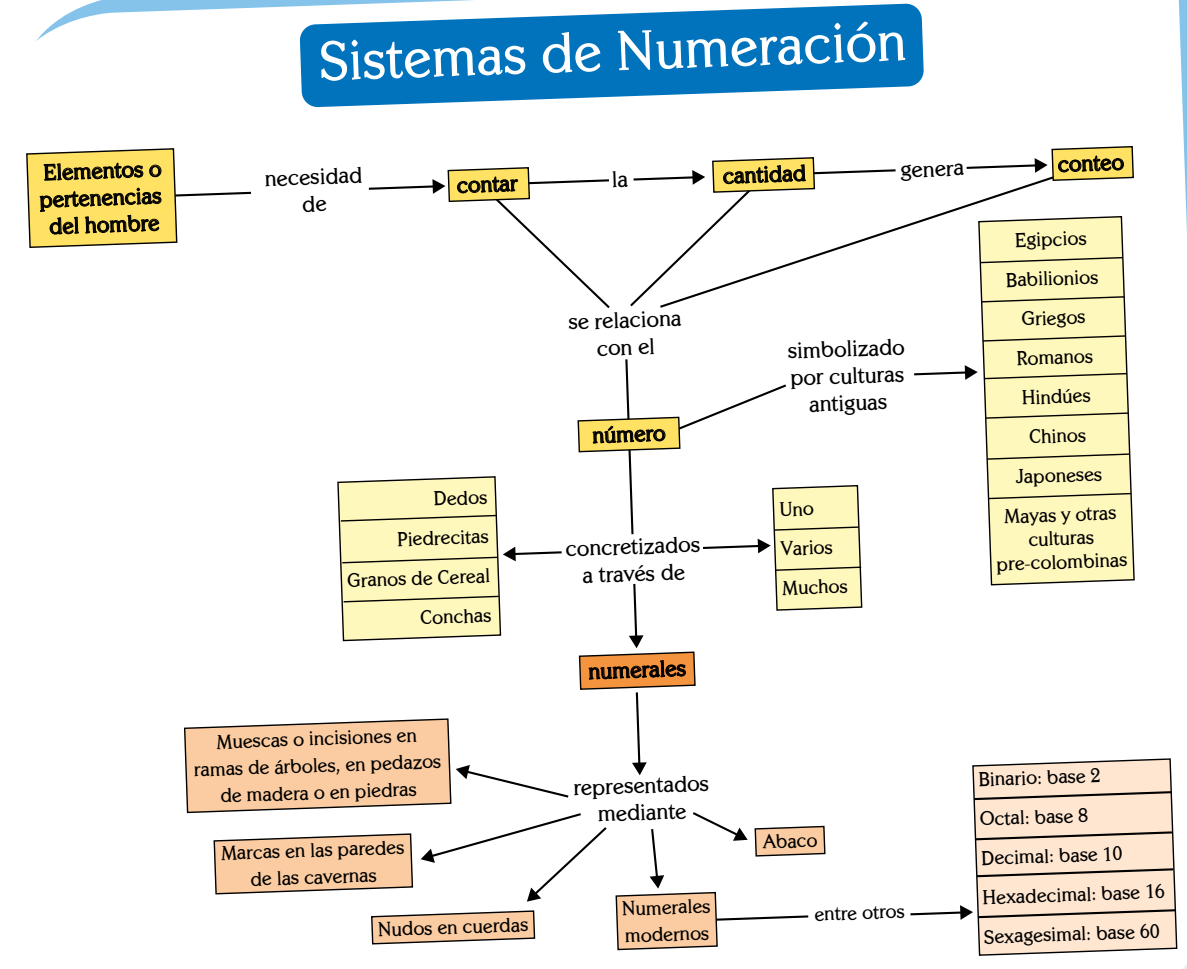
Algunas aplicaciones de los números naturales en diferentes contextos

1. Estándares:

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Clásico polígonos en relación con sus propiedades.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.

2. Competencia:

- Aplico las propiedades de los números naturales en la relación de contextos de polígonos, de organización de análisis de datos, en mediciones y procesos relacionados con conjuntos a través de la resolución y formulación de problemas.



Algunos sistemas de numeración

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las características de los sistemas de numeración.

Procedimental

Resuelve algunos problemas que requieren estos sistemas.

Actitudinal

Valora la historia de los diferentes sistemas de numeración como elemento que contribuye a la resolución de situaciones en la vida cotidiana.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. A partir de la información que se da en el siguiente texto realizo las actividades:

Un extraterrestre llega a la tierra con la misión de intercambiar información. Siente mucha curiosidad por muchas cosas, entre ellas, por el sistema de numeración que utilizamos en la tierra y nos explica que ellos manejan solamente cuatro símbolos para escribir cualquier cantidad debido a que agrupan las cantidades de a cuatro, estos son: el del cero (■), el del uno (|), el del dos (⊥) y el del tres (T).

Con esos signos escriben números de la siguiente manera:

El 4, completa un grupo de 4, por tanto nos queda |■.

Si fuera el 5, completa un grupo de 4 y uno suelto; por tanto, lo escribiríamos ||.

Si fuera el 6, completa un grupo de 4 y dos sueltos; por tanto, lo escribiríamos |⊥.

Así sucesivamente, se escribirían todas las cantidades con esos signos.

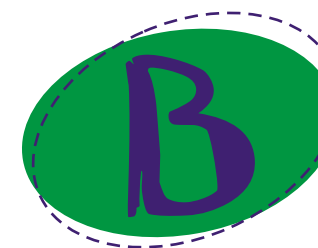
2. Respondo:
 - a. ¿Cómo escribe el extraterrestre el número 9?
 - b. ¿Qué número está escrito en nuestro sistema, si el extraterrestre escribe ⊥■?
 - c. ¿Qué número está escrito en nuestro sistema, si el extraterrestre escribe T|?
 - d. Escribo los números del 1 al 25 en el sistema del extraterrestre.
3. Respondo: ¿qué relación puede tener el sistema de numeración empleado por el extraterrestre con el sistema de numeración nuestro?

TRABAJO EN EQUIPO

4. Comparamos las respuestas dadas al ejercicio anterior y respondemos:

- a. ¿Todos tuvimos la misma representación de los números del 1 al 25?
- b. ¿Qué significa que sea grupos de cuatro?
- c. ¿En nuestro sistema de numeración con cuantas cantidades se hacen grupos?

5. Compartimos las respuestas del grupo con el profesor:



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Describimos el esquema que aparece como ilustración en la guía, dibujado y consignando en el cuaderno.
2. Leemos el siguiente texto y en nuestro cuaderno, anotamos las características de cada uno de los sistemas.

Las diferentes culturas han creado sistemas de numeración para resolver el cuestionamiento: ¿cuántos hay? En dicho proceso establecieron escrituras de las cantidades y formas de agrupar para determinar el sistema. Por ejemplo, nosotros escribimos 23 para representar veintitrés cosas o unos (de ahí, viene la palabra unidad) y significa que tengo 2 grupos de 10 y 3 sueltos.

La mayoría de culturas han establecido dos principios para crear sus sistemas de numeración:

Primer Principio

Los signos no sólo representan unidades sino, también, grupos de unidades. A cada uno de estos grupos de unidades se les llama *unidad de orden superior* y al número de unidades que conforman cada una de las unidades de orden superior se les llama *base del sistema de numeración*.

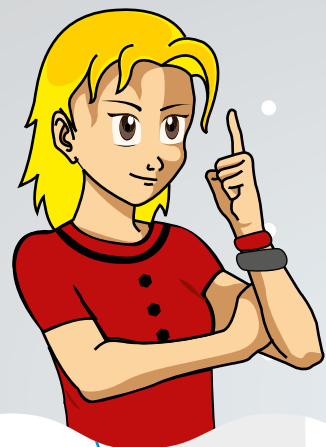
Segundo Principio

Cualquier número se representa mediante combinaciones de los signos definidos en el sistema de numeración.

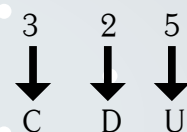
Ejemplo: El nuestro se denomina *sistema de numeración decimal*. Utilizamos los signos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cuando tenemos

combinado estos signos, de acuerdo a la posición, están representando grupos de las unidades de orden superior, nuestra base es diez; es decir, que realizamos grupos de 10.

Al analizar el 325 se debe comprender:



Número	Grupos	Total
3	30 grupos de 10	300 unidades
2	2 grupos de 10	20 unidades
5	5 unidades sueltas	5 unidades



Por eso decimos que se tiene 3 centenas, 2 decenas y 5 unidades

Estos son algunos sistemas de numeración utilizados por algunas culturas que dieron los elementos para establecer nuestro sistema decimal en el siglo XIII:

a. *Sistema de Numeración Egipcio*

Ellos elaboraron símbolos para las unidades 1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 y 1.000.000. Los símbolos aparecían por la necesidad de conteo.

Palote	Herradura	Cuerda	Flor de loto	Dedo	Renacuajo o pez	Hombre
1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

Para escribir cualquier cantidad repetían cada símbolo máximo nueve veces. Por esa razón, este sistema se considera *aditivo*.

349	2.012
3 cuerdas, 4 herraduras y 9 palotes. Es decir: $300 + 40 + 9$.	2 flores de loto, 1 herradura y 2 palotes. Es decir: $2.000 + 10 + 2$.

b. *Sistema de Numeración Chino*

Este sistema tiene símbolos para el 1 al 9 y para las unidades potencias del 10, 10, 100, 1.000 y 10.000.

1 一	5 五	8 八	100 百
2 二			
3 三	6 六	9 九	1.000 千
4 四	7 七	10 十	10.000 萬

Para escribir cualquier cantidad, primero escriben el símbolo del 1 al 9 correspondiente y el símbolo de las decenas de mil, unidades de mil, centenas y/o decenas según sea el caso. Por esa razón, este sistema se considera *aditivo* y *multiplicativo*.

573	21.007
$(5 \times 100) + (7 \times 10) + 3$	$(2 \times 10.000) + (1 \times 1.000) + 7$

c. *Sistema de Numeración Romano*

Este sistema tiene símbolos para las potencias del diez así: I (uno), X (diez), C (cien) y M (mil) y para los números V (cinco), L (cincuenta) y D (quinientos).

Para escribir cantidades manejaban las siguientes reglas:

- ✓ Máximo se puede repetir tres veces las potencias de 10

200	3.000	3	20
CC	MMM	III	XX

- ✓ Se combinan los símbolos del 5, 50 y 500 con las potencias de 10 así:

Si las potencias de 10 están a la izquierda, se restan y si están a la derecha, se suman.

4	7	9	11
IV	VII	IX	XI
Está a la izquierda $5 - 1$.	Están a la derecha $5 + (1 + 1)$.	Está a la izquierda $10 - 1$.	Está a la derecha $10 + 1$.

✓ Si son cantidades de mil mayores a 3.999 se coloca una raya horizontal por encima de la cifra:

4.000	5.703	12.811
IV	V̄DCCIII	XIĪDCCCXI

d. *Sistema de Numeración Hindú-arábigo*
Este sistema tiene 10 símbolos:











	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Siglo XII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Siglo XIII	1	7	3	4	5	6	8	9	0	0
Hacia 1524	1	2	3	4	5	6	8	9	0	0





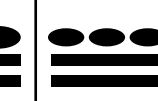




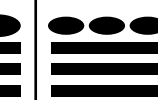
Para escribir cualquier cantidad, se escribe la cantidad en cada una de las posiciones de las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc. Este sistema es uno de los que involucran el cero y escribe de acuerdo a la posición. Tal sistema de numeración dio los principios de nuestro sistema decimal de numeración posicional.

Ejemplos:

125	7.802
125	7802
$(1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (5 \times 10^0)$ $(1 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$ 100 + 20 + 5	$(7 \times 10^3) + (8 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (2 \times 10^0)$ $(7 \times 1.000) + (8 \times 100) + (0 \times 10) + (2 \times 1)$ 7.000 + 800 + 0 + 2

e. *Sistema de Numeración Maya*
Este sistema de numeración tiene símbolos del cero al 20.

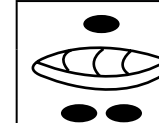
 0	 1	 2	 3	 4
 5	 6	 7	 8	 9

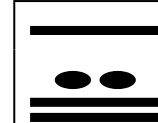
 10	 11	 12	 13	 14
 15	 16	 17	 18	 19

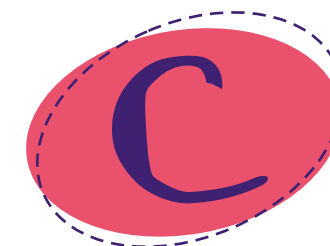
Los tres símbolos básicos que se observan es: el punto, la raya y la semilla.

Para escribir cualquier cantidad, se considera un sistema posicional en base 20, repetían los números del 1 al 19 en cada una de las posiciones de forma ascendente.

Ejemplos

	402
	$1 \times 20^2 = 1 \times 400 = 400$ $0 \times 20^1 = 0 \times 20 = 0$ $2 \times 20^0 = 2 \times 1 = 2$

	112
	$5 \times 20^1 = 5 \times 20 = 100$ $12 \times 20^0 = 12 \times 1 = 12$



Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

- De acuerdo con la ilustración inicial de la guía, respondo las siguientes preguntas:
 - ¿Con qué objetos el hombre de la antigüedad contaba?
 - ¿Cuáles fueron las culturas antiguas que crearon sus propios sistemas de numeración?
 - ¿Cuáles son los sistemas modernos de numeración?
- Reviso nuevamente cada uno de los sistemas de numeración descritos en la fundamentación científica y los comparo con nuestro sistema de numeración, respondiendo las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuál es la base de cada uno de los sistemas de numeración vistos?
- b. ¿Cuántos símbolos empleaban?
- c. ¿Cuál o cuáles de ellos se parecen más a nuestro sistema de numeración decimal? y ¿en qué aspectos?

3. Completo la siguiente tabla, escribiendo los números en el sistema que se solicita.

Sistema de numeración actual	Sistema de numeración egipcio	Sistema de numeración romano	Sistema de numeración chino	Sistema de numeración maya	Sistema de numeración hindú-arábigo
15					
200					
68					
30.078					
1.523					

4. Escribo el número dado en nuestro sistema de numeración actual:

- a.
- b.
- c.
- d. 九角五百
- e. 八千八百二十三
- f. 七百四十一
- g. XXXIV
- h. LXX
- i. MMCDXX
- j.
- k.
- l.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo los siguientes problemas y escribo la respuesta en su correspondiente sistema de numeración:

- a. María tiene XXVI bultos de arroz y gastó XIV. ¿Cuántos bultos le quedan?
- b. Jorge tiene 二十 celulares y sólo vendió 六. ¿Cuántos celulares le faltan por vender?
- c. Un comerciante egipcio alcanzó ventas en una feria por valor de

Sí invirtió . ¿Cuál fue la ganancia?

- d. Un indígena maya nació en el año y murió en el año

¿Cuántos años vivió? (ayuda: las líneas rojas se utilizan para diferenciar la posición de cada símbolo y, así, poder hacer las cuentas).

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

Hemos visto algunos sistemas de numeración que emplean el mismo sistema de base 10 que utilizamos en la actualidad.

1. Leemos detenidamente el siguiente texto y consignamos en el cuaderno los diferentes sistemas de numeración modernos y la forma de convertir entre un sistema y otro.

Nuestro sistema se escribe en base diez porque cada que completamos un grupo de 10, tenemos una nueva cantidad; pero el avance y el desarrollo tecnológico ha permitido que realicemos escrituras con bases distintas a diez. A continuación abordaremos algunos:

Sistema de numeración en base 2 o sistema binario

En este sistema utilizamos el cero y el uno para escribir todos los números, para ello realizamos grupos de a dos. Estudiemos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1: Escribamos el número 3 en base 2

El número 3 corresponde a tres cantidades que vamos a representar como:



¿Cuántos grupos de a dos puedo formar?

+ Para escribirlo, como sólo utilizamos 1 y 0, en el sistema de numeración de base 2; entonces, lo escribimos 11 (por un grupo de 2 que se formó y por una unidad suelta que queda) y para sintetizar se escribe: $11_{(2)}$

Estudiemos como pasamos 3 con las divisiones

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ 1 \ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$$

1 que sobra

Escribimos de derecha a izquierda desde el último cociente y luego anotamos lo que sobra
 11

Ejemplo 2: Escribamos el número 6 en base 2

Para ello cada dos elementos formaremos una unidad superior. Observemos:



Formamos tres grupos de a dos. Alcanzamos a formar otros grupos de a dos así:



Es decir que nos queda un grupo de dos de dos, un grupo de dos que sobra y cero unidades sueltas que quedan, que se escribe $110_{(2)}$

Como se puede observar, escribir en cualquier base es hacer grupos en la base solicitada, siempre repartimos y de nuevo repartimos, convirtiéndose en un procedimiento reiterativo. Todo esto nos

permite justificar que una operación involucrada es la división que se reitera hasta que ya no se pueda.

Estudiemos cómo pasamos 6 con las divisiones:

$$\begin{array}{r} 6 \ 2 \\ 0 \ 3 \ 2 \\ 1 \ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos de dos

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos que sobra

No sobra

Escribimos de derecha a izquierda desde el último cociente y luego anotamos lo que sobra.

 110

Para pasar un número en base 2 a base 10 realizamos un procedimiento que requiere multiplicación en base dos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 110_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 2 \times 2^0 \\ &= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\ &= 4 + 2 + 0 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Cuando tenemos que escribir en bases mayores a 10, empleamos los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y luego, empleamos las letras del alfabeto en el orden en que aparecen.

Por ejemplo para escribir en base 13 los signos que empleamos son:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c.

2. Ahora realizamos los siguientes ejercicios:

a. Escribamos los siguientes números de nuestro sistema en base 2:

7	18	38	55
4	9	21	72
11	20	40	8

b. Escribamos los números de base 2 a nuestro sistema de numeración:

$1100_{(2)}$	$101_{(2)}$	$1000_{(2)}$
$10_{(2)}$	$111_{(2)}$	$10000_{(2)}$
$100_{(2)}$	$1010_{(2)}$	$1001_{(2)}$

3. Respondemos de acuerdo con lo realizado en los ejercicios anteriores:

De acuerdo a lo realizado en base 2, ¿cómo se escribirán los número en base 3?. Justificamos nuestra respuesta.

4. Ahora realicemos la escritura de los siguientes números en las bases 4 y 8
- 185
 - 360
 - 549
5. Le presentamos a nuestro profesor nuestro trabajo para que nos indique si hemos comprendido la temática o no.

Evaluación por competencias

1. Tradicionalmente los números romanos indican el orden de los monarcas o de naves que comparten el mismo nombre (por ejemplo: *Enrique VIII*, *Benedicto XVI*, *Apolo XI*).

¿Cuál de las siguientes cantidades escritas en números romanos corresponde al número 4.860?

- IVDCCCCLX
- IVDCCC
- IVDCCCCLXI
- IVDCCCCLXIX

1

2. Una persona murió en el año MCMLXXXV y nació en el año MCMLIII. ¿Cuántos años tenía?

- 38 años.
- 32 años.
- 39 años.
- 43 años.

2

3. Sabemos que el sistema de numeración en base 2 o binario, es uno de los sistemas modernos usado para aplicaciones tecnológicas. ¿A qué cantidad corresponde en nuestro sistema el número binario 10011?

- 25
- 17
- 19
- 38

3

4. Cuando decimos que un sistema de numeración está en base 20, significa:

- A. Que tiene solo 20 símbolos.
- B. Que no representa cantidades mayores que 20.
- C. Que se agrupa de a 20.
- D. El 20 es su unidad mayor.

4

5. La necesidad de contar apareció desde la antigüedad y esto permitió que aparecerían diferentes sistemas de numeración. Teniendo en cuenta esta afirmación, ¿qué se requiere para crear un sistema de numeración?

- A. Signos y reglas de combinación.
- B. Signos para representar unidades y grupos de unidades.
- C. Signos y una base del sistema de numeración.
- D. Símbolos que representen unidades, decenas y centenas.

5

Glosario

- **Binario:** Compuesto de dos elementos o unidades.
- **Conteo:** Acción y efecto de contar.
- **Cultura:** Conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico, industrial, en una época, grupo social, etc.
- **Sistema de numeración:** Conjunto de reglas y signos para representar los números.