

Matemáticas

6^o

Sexto

Escuela Nueva - Escuela Activa

Módulo de

Matemáticas

UNIDADES

1 - 2

PRESENTACIÓN

Uno de los insumos importantes del programa Escuela Nueva - Escuela Activa lo constituyen los materiales de interaprendizaje para estudiantes. El valor pedagógico que tienen las guías o módulos en la aplicación de los principios de la Escuela Nueva - Escuela Activa, se asocia con el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, laborales y demás competencias necesarias para el buen desempeño social de los estudiantes; además, la estructura metodológica del material, favorece el trabajo colaborativo y en equipo, la participación, la autonomía, las relaciones escuela - comunidad - escuela, la creatividad y el pensamiento lógico, a la vez que forma a los estudiantes en las diferentes disciplinas del conocimiento.

El presente módulo de interaprendizaje de Matemáticas para grado 6° fue construido en el marco de una Alianza de amplia trayectoria, constituida por el Comité de Cafeteros de Caldas y la Fundación Luker, y hace parte de las estrategias del Plan de Mejoramiento al Desempeño propuesto por estas dos instituciones, cuyo propósito fundamental es intervenir la calidad de la educación básica de establecimientos educativos rurales y urbanos vinculados al programa Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

El diseño de este módulo se realizó en concordancia con el modelo pedagógico activo y responde a los lineamientos de política del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a los estándares curriculares y el enfoque de formación por competencias, además, introduce un componente de apoyo en la evaluación, que había sido ampliamente demandado por los docentes de Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

Invitamos a los maestros y estudiantes a asumir este material como uno de los recursos que apoya el desarrollo del plan curricular. Su aprovechamiento eficaz, requiere por tanto, de la mediación permanente del maestro y en ningún caso pretende reemplazar su importante labor en el aula de clase.

La Fundación Luker y el Comité de Cafeteros de Caldas resaltan y agradecen a todas aquellas personas e instituciones que colaboraron en la construcción de esta nueva versión de Módulos, con la que esperamos contribuir para que los niños, niñas y jóvenes de Caldas y de Colombia, puedan tener una mejor educación como una condición de equidad, que les dará mayores posibilidades de alcanzar un proyecto de vida digno, donde todos y todas tengan igual oportunidad.

Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Manizales, junio de 2013

CRÉDITOS MÓDULOS MATEMÁTICAS GRADO SEXTO COMITÉ DIRECTIVO

▶▶ Pablo Jaramillo Villegas
Líder de Desarrollo Social - Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Elsa Inés Ramírez Murcia
Coordinadora Desarrollo Social - Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Santiago Isaza Arango
Director Educación Fundación Luker

COORDINACIÓN

▶▶ Catalina Arboleda
Comité de Cafeteros de Caldas

Alexander Ossa Calvo
Comité de Cafeteros de Caldas

EQUIPO TÉCNICO

▶▶ María Piedad Marín Gutiérrez
Consultora Fase de Planeación

Diego Villada Osorio
Consultor Mallas Curriculares

Jhon Fredy Ossa Calvo
Revisión Metodológica

CORPOEDUCACIÓN

▶▶ Sandra Milena Díaz López
Coordinadora

Luz Alexandra Oicatá Ojeda
Revisión Disciplinar

AUTORES

▶▶ Ligia Inés García Castro
Carlos Alberto Bastos Sánchez

ELABORACIÓN DE MALLAS CURRICULARES

▶▶ Yolanda de las Mercedes Beltrán de Covaleda (Universidad de Antioquia - Acompañamiento Técnico), Jhoana Alexandra Muñoz Nieto, Carlos Alberto Bastos Sánchez, Jhon Fredy Ossa Calvo, Francisco Vallejo García, María Rubiela Castrillón Hurtado, Gonzalo Alarcón Cortez, Manuel Andrés Correa Gallego, Viviana Marcela Vásquez Osorio, Ligia Inés García Castro.

VALIDACIÓN

▶▶ Esteban Ocampo Flórez (Acompañamiento Técnico), Humberto Marín Mazo, Aida Marín López, Valentina Osorio Morales, Marta Jhanet Mondragón Valencia, Daniel Henao Castaño, Diego Alberto Toro Ortiz, Jhoiner Alfonso Mejía Castañeda.

DISEÑO PROYECTO GRÁFICO Y DIAGRAMACIÓN

▶▶ Espacio Gráfico Comunicaciones S.A.

DISEÑO E ILUSTRACIÓN PERSONAJES GUÍA

▶▶ Julián Arnoby León García

ISBN: 978-958-8702-42-1

Impresión: Carvajal Soluciones de Comunicaciones S.A.S.

Marzo 2020

CONTENIDO

UNIDAD 1 Algunas aplicaciones de los números naturales en diferentes contextos

PÁG.

7

GUÍA 1 Algunos sistemas de numeración

9

GUÍA 2 Algunas relaciones entre los números naturales

25

GUÍA 3 Resolvemos problemas con ecuaciones en el contexto de los números naturales

41

GUÍA 4 Unidades de medida convencionales y no convencionales

57

GUÍA 5 Clasificación de los polígonos

71

GUÍA 6 Población y muestra

85

UNIDAD 2 Los números naturales, los números enteros y sus propiedades nos ayudan a resolver problemas

97

GUÍA 1 Algunas propiedades de las operaciones de los números naturales

99

GUÍA 2 De los números relativos a los números enteros

113

GUÍA 3 El plano cartesiano como sistema de referencia

127

GUÍA 4 Las características de algunas transformaciones

143

GUÍA 5 Aprendamos a manejar datos

157

Unidad 1



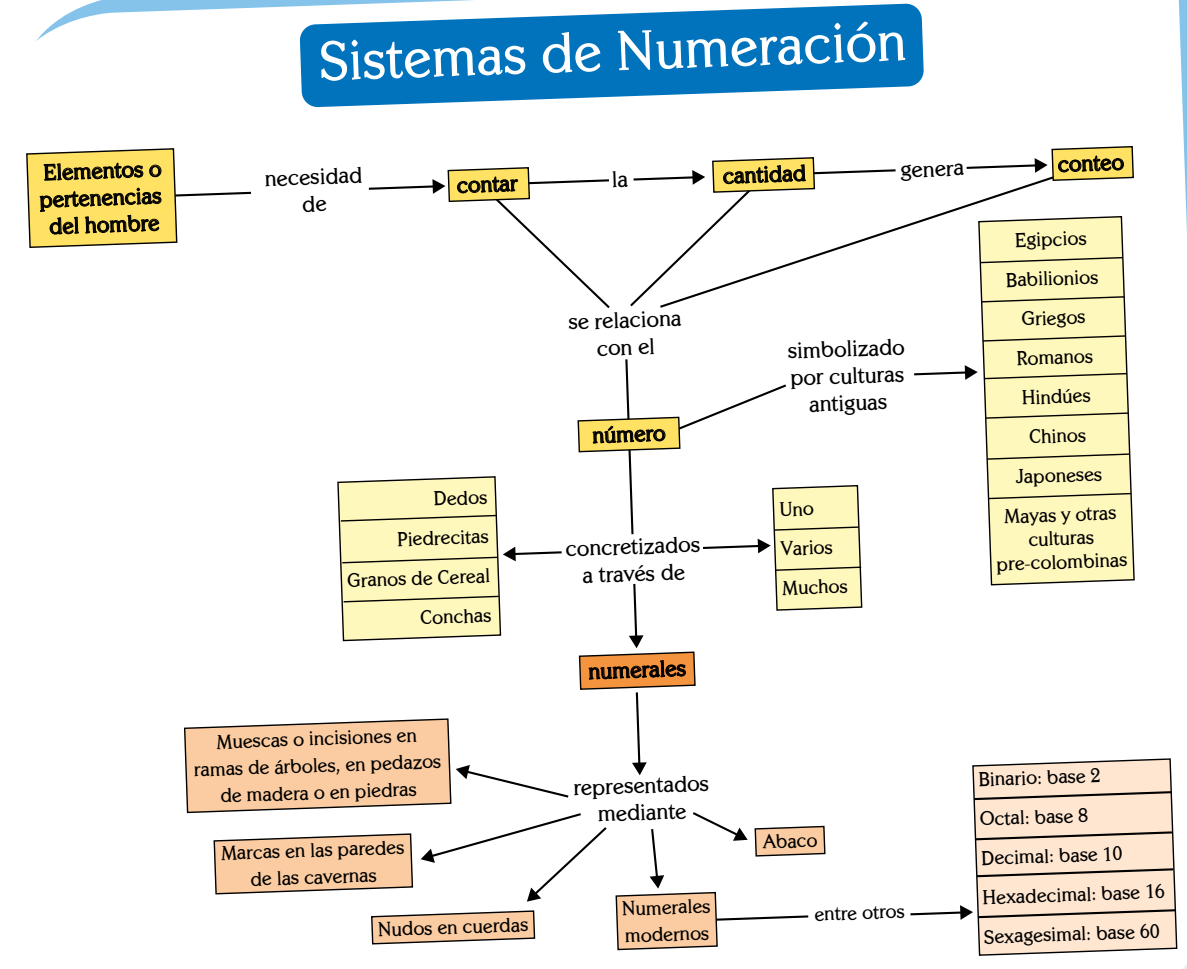
Algunas aplicaciones de los números naturales en diferentes contextos

1. Estándares:

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Clásico polígonos en relación con sus propiedades.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.

2. Competencia:

- Aplico las propiedades de los números naturales en la relación de contextos de polígonos, de organización de análisis de datos, en mediciones y procesos relacionados con conjuntos a través de la resolución y formulación de problemas.



Algunos sistemas de numeración

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las características de los sistemas de numeración.

Procedimental

Resuelve algunos problemas que requieren estos sistemas.

Actitudinal

Valora la historia de los diferentes sistemas de numeración como elemento que contribuye a la resolución de situaciones en la vida cotidiana.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. A partir de la información que se da en el siguiente texto realizo las actividades:

Un extraterrestre llega a la tierra con la misión de intercambiar información. Siente mucha curiosidad por muchas cosas, entre ellas, por el sistema de numeración que utilizamos en la tierra y nos explica que ellos manejan solamente cuatro símbolos para escribir cualquier cantidad debido a que agrupan las cantidades de a cuatro, estos son: el del cero (■), el del uno (|), el del dos (⊥) y el del tres (T).

Con esos signos escriben números de la siguiente manera:

El 4, completa un grupo de 4, por tanto nos queda |■.

Si fuera el 5, completa un grupo de 4 y uno suelto; por tanto, lo escribiríamos ||.

Si fuera el 6, completa un grupo de 4 y dos sueltos; por tanto, lo escribiríamos |⊥.

Así sucesivamente, se escribirían todas las cantidades con esos signos.

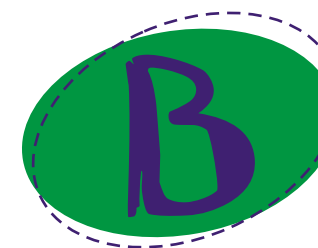
2. Respondo:
 - a. ¿Cómo escribe el extraterrestre el número 9?
 - b. ¿Qué número está escrito en nuestro sistema, si el extraterrestre escribe ⊥■?
 - c. ¿Qué número está escrito en nuestro sistema, si el extraterrestre escribe T|?
 - d. Escribo los números del 1 al 25 en el sistema del extraterrestre.
3. Respondo: ¿qué relación puede tener el sistema de numeración empleado por el extraterrestre con el sistema de numeración nuestro?

TRABAJO EN EQUIPO

4. Comparamos las respuestas dadas al ejercicio anterior y respondemos:

- a. ¿Todos tuvimos la misma representación de los números del 1 al 25?
- b. ¿Qué significa que sea grupos de cuatro?
- c. ¿En nuestro sistema de numeración con cuantas cantidades se hacen grupos?

5. Compartimos las respuestas del grupo con el profesor:



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Describimos el esquema que aparece como ilustración en la guía, dibujado y consignando en el cuaderno.
2. Leemos el siguiente texto y en nuestro cuaderno, anotamos las características de cada uno de los sistemas.

Las diferentes culturas han creado sistemas de numeración para resolver el cuestionamiento: ¿cuántos hay? En dicho proceso establecieron escrituras de las cantidades y formas de agrupar para determinar el sistema. Por ejemplo, nosotros escribimos 23 para representar veintitrés cosas o unos (de ahí, viene la palabra unidad) y significa que tengo 2 grupos de 10 y 3 sueltos.

La mayoría de culturas han establecido dos principios para crear sus sistemas de numeración:

Primer Principio

Los signos no sólo representan unidades sino, también, grupos de unidades. A cada uno de estos grupos de unidades se les llama *unidad de orden superior* y al número de unidades que conforman cada una de las unidades de orden superior se les llama *base del sistema de numeración*.

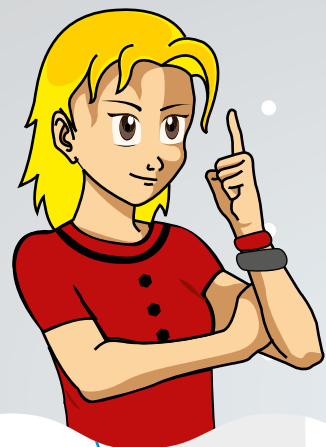
Segundo Principio

Cualquier número se representa mediante combinaciones de los signos definidos en el sistema de numeración.

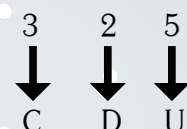
Ejemplo: El nuestro se denomina *sistema de numeración decimal*. Utilizamos los signos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cuando tenemos

combinado estos signos, de acuerdo a la posición, están representando grupos de las unidades de orden superior, nuestra base es diez; es decir, que realizamos grupos de 10.

Al analizar el 325 se debe comprender:



Número	Grupos	Total
3	30 grupos de 10	300 unidades
2	2 grupos de 10	20 unidades
5	5 unidades sueltas	5 unidades



Por eso decimos que se tiene 3 centenas, 2 decenas y 5 unidades

Estos son algunos sistemas de numeración utilizados por algunas culturas que dieron los elementos para establecer nuestro sistema decimal en el siglo XIII:

a. *Sistema de Numeración Egipcio*

Ellos elaboraron símbolos para las unidades 1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 y 1.000.000. Los símbolos aparecían por la necesidad de conteo.

Palote	Herradura	Cuerda	Flor de loto	Dedo	Renacuajo o pez	Hombre
1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

Para escribir cualquier cantidad repetían cada símbolo máximo nueve veces. Por esa razón, este sistema se considera *aditivo*.

349	2.012
3 cuerdas, 4 herraduras y 9 palotes. Es decir: 300 + 40 + 9.	2 flores de loto, 1 herradura y 2 palotes. Es decir: 2.000+10+2.

b. *Sistema de Numeración Chino*

Este sistema tiene símbolos para el 1 al 9 y para las unidades potencias del 10, 10, 100, 1.000 y 10.000.

1 一	5 五	8 八	100 百
2 二			
3 三	6 六	9 九	1.000 千
4 四	7 七	10 十	10.000 萬

Para escribir cualquier cantidad, primero escriben el símbolo del 1 al 9 correspondiente y el símbolo de las decenas de mil, unidades de mil, centenas y/o decenas según sea el caso. Por esa razón, este sistema se considera *aditivo* y *multiplicativo*.

573	21.007
$(5 \times 100) + (7 \times 10) + 3$	$(2 \times 10.000) + (1 \times 1.000) + 7$

c. *Sistema de Numeración Romano*

Este sistema tiene símbolos para las potencias del diez así: I (uno), X (diez), C (cien) y M (mil) y para los números V (cinco), L (cincuenta) y D (quinientos).

Para escribir cantidades manejaban las siguientes reglas:

- ✓ Máximo se puede repetir tres veces las potencias de 10

200	3.000	3	20
CC	MMM	III	XX

- ✓ Se combinan los símbolos del 5, 50 y 500 con las potencias de 10 así:

Si las potencias de 10 están a la izquierda, se restan y si están a la derecha, se suman.

4	7	9	11
IV	VII	IX	XI
Está a la izquierda 5 - 1.	Están a la derecha 5 + (1 + 1).	Está a la izquierda 10 - 1.	Está a la derecha 10 + 1.

✓ Si son cantidades de mil mayores a 3.999 se coloca una raya horizontal por encima de la cifra:

4.000	5.703	12.811
IV	V̄DCCIII	XIĪDCCCXI

d. *Sistema de Numeración Hindú-arábigo*
Este sistema tiene 10 símbolos:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Siglo XII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Siglo XIII	1	7	3	4	5	6	8	9	0	0
Hacia 1524	1	2	3	4	5	6	8	9	0	0

Para escribir cualquier cantidad, se escribe la cantidad en cada una de las posiciones de las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc. Este sistema es uno de los que involucran el cero y escribe de acuerdo a la posición. Tal sistema de numeración dio los principios de nuestro sistema decimal de numeración posicional.

Ejemplos:

125	7.802
125	7802
$(1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (5 \times 10^0)$ $(1 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$ $100 + 20 + 5$	$(7 \times 10^3) + (8 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (2 \times 10^0)$ $(7 \times 1.000) + (8 \times 100) + (0 \times 10) + (2 \times 1)$ $7.000 + 800 + 0 + 2$

e. *Sistema de Numeración Maya*
Este sistema de numeración tiene símbolos del cero al 20.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9

10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

Los tres símbolos básicos que se observan es: el punto, la raya y la semilla.

Para escribir cualquier cantidad, se considera un sistema posicional en base 20, repetían los números del 1 al 19 en cada una de las posiciones de forma ascendente.

Ejemplos

	402	112
	$1 \times 20^2 = 1 \times 400 = 400$ $0 \times 20^1 = 0 \times 20 = 0$ $2 \times 20^0 = 2 \times 1 = 2$	$5 \times 20^1 = 5 \times 20 = 100$ $12 \times 20^0 = 12 \times 1 = 12$

Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

- De acuerdo con la ilustración inicial de la guía, respondo las siguientes preguntas:
 - ¿Con qué objetos el hombre de la antigüedad contaba?
 - ¿Cuáles fueron las culturas antiguas que crearon sus propios sistemas de numeración?
 - ¿Cuáles son los sistemas modernos de numeración?
- Reviso nuevamente cada uno de los sistemas de numeración descritos en la fundamentación científica y los comparo con nuestro sistema de numeración, respondiendo las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuál es la base de cada uno de los sistemas de numeración vistos?
- b. ¿Cuántos símbolos empleaban?
- c. ¿Cuál o cuáles de ellos se parecen más a nuestro sistema de numeración decimal? y ¿en qué aspectos?

3. Completo la siguiente tabla, escribiendo los números en el sistema que se solicita.

Sistema de numeración actual	Sistema de numeración egipcio	Sistema de numeración romano	Sistema de numeración chino	Sistema de numeración maya	Sistema de numeración hindú-arábigo
15					
200					
68					
30.078					
1.523					

4. Escribo el número dado en nuestro sistema de numeración actual:

a.

b.

c.

d. 九角五百

e. 八千八百二十三

f. 七百四十一

g. XXXIV

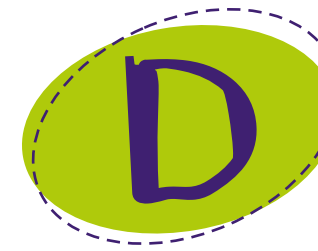
h. LXX

i. MMCDXX

j.

k.

l.



Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo los siguientes problemas y escribo la respuesta en su correspondiente sistema de numeración:

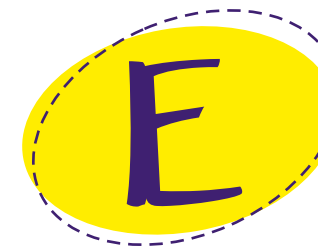
- a. María tiene XXVI bultos de arroz y gastó XIV. ¿Cuántos bultos le quedan?
- b. Jorge tiene 二十 celulares y sólo vendió 六. ¿Cuántos celulares le faltan por vender?
- c. Un comerciante egipcio alcanzó ventas en una feria por valor de

Si invirtió . ¿Cuál fue la ganancia?

- d. Un indígena maya nació en el año y murió en el

año .

¿Cuántos años vivió? (ayuda: las líneas rojas se utilizan para diferenciar la posición de cada símbolo y, así, poder hacer las cuentas).



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

Hemos visto algunos sistemas de numeración que emplean el mismo sistema de base 10 que utilizamos en la actualidad.

1. Leemos detenidamente el siguiente texto y consignamos en el cuaderno los diferentes sistemas de numeración modernos y la forma de convertir entre un sistema y otro.

Nuestro sistema se escribe en base diez porque cada que completamos un grupo de 10, tenemos una nueva cantidad; pero el avance y el desarrollo tecnológico ha permitido que realicemos escrituras con bases distintas a diez. A continuación abordaremos algunos:

Sistema de numeración en base 2 o sistema binario

En este sistema utilizamos el cero y el uno para escribir todos los números, para ello realizamos grupos de a dos. Estudiemos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1: Escribamos el número 3 en base 2

El número 3 corresponde a tres cantidades que vamos a representar como:



¿Cuántos grupos de a dos puedo formar?

+ Para escribirlo, como sólo utilizamos 1 y 0, en el sistema de numeración de base 2; entonces, lo escribimos 11 (por un grupo de 2 que se formó y por una unidad suelta que queda) y para sintetizar se escribe: $11_{(2)}$

Estudiemos como pasamos 3 con las divisiones

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ 1 \ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$$

1 que sobra

Escribimos de derecha a izquierda desde el último cociente y luego anotamos lo que sobra
 11

Ejemplo 2: Escribamos el número 6 en base 2

Para ello cada dos elementos formaremos una unidad superior. Observemos:



Formamos tres grupos de a dos. Alcanzamos a formar otros grupos de a dos así:



Es decir que nos queda un grupo de dos de dos, un grupo de dos que sobra y cero unidades sueltas que quedan, que se escribe $110_{(2)}$

Como se puede observar, escribir en cualquier base es hacer grupos en la base solicitada, siempre repartimos y de nuevo repartimos, convirtiéndose en un procedimiento reiterativo. Todo esto nos

permite justificar que una operación involucrada es la división que se reitera hasta que ya no se pueda.

Estudiemos cómo pasamos 6 con las divisiones:

$$\begin{array}{r} 6 \ 2 \\ 0 \ 3 \ 2 \\ 1 \ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos de dos

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1 \end{array}$$

1 grupo de dos que sobra

No sobra

Escribimos de derecha a izquierda desde el último cociente y luego anotamos lo que sobra.

 110

Para pasar un número en base 2 a base 10 realizamos un procedimiento que requiere multiplicación en base dos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 110_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 2 \times 2^0 \\ &= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\ &= 4 + 2 + 0 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Cuando tenemos que escribir en bases mayores a 10, empleamos los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y luego, empleamos las letras del alfabeto en el orden en que aparecen.

Por ejemplo para escribir en base 13 los signos que empleamos son:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c.

2. Ahora realizamos los siguientes ejercicios:

a. Escribamos los siguientes números de nuestro sistema en base 2:

7	18	38	55
4	9	21	72
11	20	40	8

b. Escribamos los números de base 2 a nuestro sistema de numeración:

$1100_{(2)}$	$101_{(2)}$	$1000_{(2)}$
$10_{(2)}$	$111_{(2)}$	$10000_{(2)}$
$100_{(2)}$	$1010_{(2)}$	$1001_{(2)}$

3. Respondemos de acuerdo con lo realizado en los ejercicios anteriores:

De acuerdo a lo realizado en base 2, ¿cómo se escribirán los número en base 3?. Justificamos nuestra respuesta.

4. Ahora realicemos la escritura de los siguientes números en las bases 4 y 8
- 185
 - 360
 - 549
5. Le presentamos a nuestro profesor nuestro trabajo para que nos indique si hemos comprendido la temática o no.

Evaluación por competencias

1. Tradicionalmente los números romanos indican el orden de los monarcas o de naves que comparten el mismo nombre (por ejemplo: *Enrique VIII*, *Benedicto XVI*, *Apolo XI*).

¿Cuál de las siguientes cantidades escritas en números romanos corresponde al número 4.860?

- IVDCCCCLX
- IVDCCC
- IVDCCCCLXI
- IVDCCCCLXIX

1

2. Una persona murió en el año MCMLXXXV y nació en el año MCMLIII. ¿Cuántos años tenía?

- 38 años.
- 32 años.
- 39 años.
- 43 años.

2

3. Sabemos que el sistema de numeración en base 2 o binario, es uno de los sistemas modernos usado para aplicaciones tecnológicas. ¿A qué cantidad corresponde en nuestro sistema el número binario 10011?

- 25
- 17
- 19
- 38

3

4. Cuando decimos que un sistema de numeración está en base 20, significa:

- A. Que tiene solo 20 símbolos.
- B. Que no representa cantidades mayores que 20.
- C. Que se agrupa de a 20.
- D. El 20 es su unidad mayor.

4

5. La necesidad de contar apareció desde la antigüedad y esto permitió que aparecerían diferentes sistemas de numeración. Teniendo en cuenta esta afirmación, ¿qué se requiere para crear un sistema de numeración?

- A. Signos y reglas de combinación.
- B. Signos para representar unidades y grupos de unidades.
- C. Signos y una base del sistema de numeración.
- D. Símbolos que representen unidades, decenas y centenas.

5

Glosario

- **Binario:** Compuesto de dos elementos o unidades.
- **Conteo:** Acción y efecto de contar.
- **Cultura:** Conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico, industrial, en una época, grupo social, etc.
- **Sistema de numeración:** Conjunto de reglas y signos para representar los números.



Algunas relaciones entre los números naturales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Clasifica los números naturales en primos o compuestos.

Procedimental

Resuelve algunos problemas que requieren este tipo de relaciones de los números naturales.

Actitudinal

Valora el aporte de los demás compañeros en la construcción de las relaciones entre los números naturales.



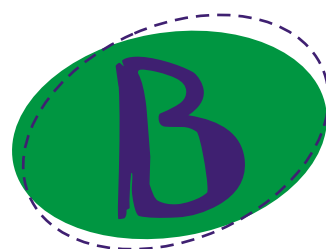
Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Realizo una tabla de multiplicar que tenga 10 filas por 10 columnas. Busco cuántas veces aparecen los siguientes resultados: 36, 7, 24, 5, 12 y 15.
2. En la misma tabla, analizo las siguientes situaciones:
 - a. Si se suma el resultado de la multiplicación 3×2 con el resultado de 4×2 , ¿es el mismo de 7×2 ? Argumento mi respuesta.
 - b. Si se suma el resultado de 7×3 con el resultado de 2×3 , ¿es el mismo resultado que se obtiene al multiplicar 9×3 ? Argumento mi respuesta.
3. Respondo: lo ocurrido en las situaciones a y b, ¿sucede en todos los casos? Argumento mi respuesta.
4. Imagino una tabla de multiplicar que en vez de tener 10 filas por 10 columnas, tuviera infinitas filas e infinitas columnas. ¿Cuántas veces aparecería en los resultados de la tabla el número 360?
5. Comparo con mis compañeros el trabajo desarrollado.

TRABAJO EN EQUIPO

6. Comparamos las respuestas de cada situación planteada e invitamos al profesor para compartirle el ejercicio realizado.



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Realizamos la siguiente lectura y consignamos en el cuaderno los conceptos más importantes:

Los múltiplos de un número natural

Los múltiplos de un número natural son todos los productos que se obtienen de multiplicar ese número por cada uno de los números naturales.

Algunas características de los múltiplos de un número natural son:

- ✓ El 0 es múltiplo de todos los números.
- ✓ Todos los números naturales son múltiplos de 1.
- ✓ Los múltiplos de un número natural son infinitos.

Ejemplo: los 50 primeros múltiplos del 7 son:

0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203, 210, 217, 224, 231, 238, 245, 252, 259, 266, 273, 280, 287, 294, 301, 308, 315, 322, 329, 336 y 343.

Cada uno de los múltiplos se obtuvo de multiplicar por 7 los primeros 50 números naturales. Es decir, $0 \times 7 = 0$, porque cabe 0 veces 7; $1 \times 7 = 7$, porque cabe una vez en el 7; 2×7 , porque cabe 2 veces 7, y así sucesivamente.

Los divisores de un número

Los divisores de un número natural son los números naturales que dividen exactamente al número, es decir, que su residuo es 0. También se puede decir que se es divisor de un número, si decimos que tenemos dos cantidades **a** y **b** que **a** es divisor de **b** si existe un número que al multiplicarlo por **a**, me da como resultado **b**.

Algunas características de los divisores de los números naturales son:

- ✓ El 0 tiene un número infinito de divisores, pero el cero no es divisor de ningún número natural.
- ✓ El número 1 tiene solamente un divisor.
- ✓ Todo número natural es divisor de sí mismo.
- ✓ Los divisores de un número son finitos.

Ejemplos:

- ✓ Los divisores del 60 son: 1, 2, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60.
- ✓ Los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.
- ✓ Los divisores de 73 son: 1 y 73.

Para saber si un número es divisible por otro, se efectúa la división y se comprueba si el resultado es 0. Sin embargo, existen algunas reglas que permiten averiguar si un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

A estas reglas se les llama "**Crterios de Divisibilidad**".

a. *Divisibilidad por 2*

Un número es divisible por 2 cuando las cifras de las unidades termina en par: 0, 2, 4, 6 y 8.

Ejemplo:

2.400, 238 y 1.024 son divisibles por 2. Porque la cifra de las unidades es par.

b. *Divisibilidad por 3*

Un número es divisible por 3, si la suma de sus cifras nos da como resultado un múltiplo de 3.

Ejemplo:

564 es divisible por 3 porque al sumar $5 + 6 + 4 = 15$ y 15 es múltiplo de 3.

c. *Divisibilidad por 5*

Un número es divisible por 5, si la cifra de las unidades es 0 ó 5.

Ejemplo:

245, 3.800 y 1.000 son divisibles por 5. Porque la cifra de las unidades es 0 ó 5.

d. *Divisibilidad por 10:*

Un número es divisible por 10, si la cifra de las unidades es 0.

Ejemplo:

320, 2.400 y 50 son divisibles por 10. Porque la cifra de las unidades es 0.

e. *Divisibilidad por 4*

Un número es divisible por 4, si la cifra de las decenas y unidades es un múltiplo de 4.

Ejemplo:

528 es divisible por 4. Porque 28 que corresponde a las decenas y unidades es un múltiplo de 4.

f. *Divisibilidad por 6:*

Un número es divisible por 6, si cumple con el criterio de divisibilidad tanto para 2 como para 3.

Ejemplo:

El número 72 es divisible por 6. Porque es divisible por 2 porque es un número par y es divisible por tres porque al sumar sus cifras me da como resultado un múltiplo de 3.

Además de los múltiplos y divisores, podemos clasificar los números naturales entre **números primos y compuestos**.

a. Los *números primos* son los números naturales que tienen sólo dos divisores: el 1 y el mismo número.

Ejemplos:

✓ El 2 es un número primo porque sólo tiene como divisores el 1 y el 2.

✓ El 13 es un número primo porque sólo posee como divisores el 1 y el 13.

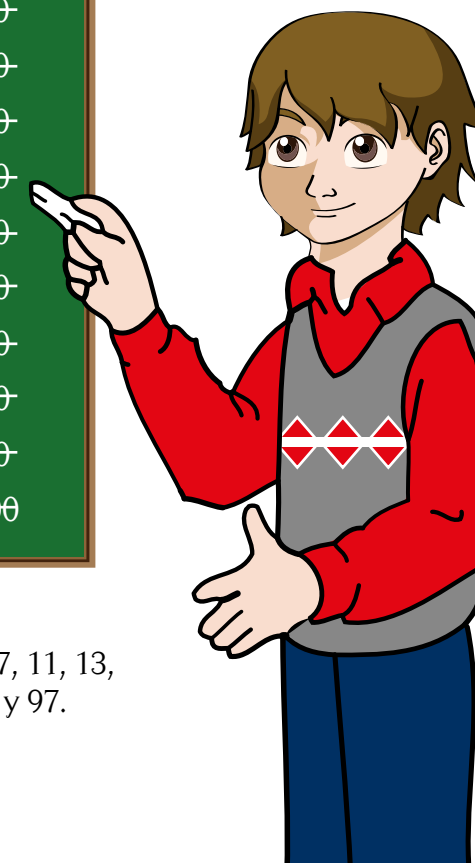
b. Los *números compuestos* son los que poseen más de dos divisores.

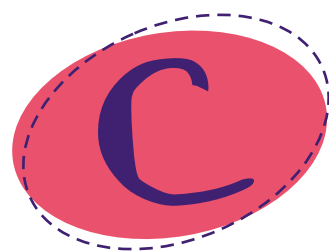
Para determinar los números primos del 1 al 100, se utiliza la **criba de Eratóstenes**.

El método consiste en tachar los números que son múltiplos de otros, iniciamos con el 2 y se tachan todos sus múltiplos luego continuamos con el 3 y tachamos los múltiplos de 3, continuamos de la misma forma y se obtiene lo siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Los números primos que encontramos del 1 al 100 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.





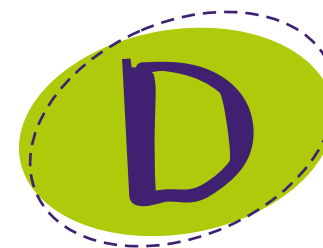
Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

- Resuelvo los siguientes ejercicios aplicando el concepto de múltiplo:
 - ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6?
33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3.
 - Escribo 5 números que sean al mismo tiempo múltiplos de:
 - ✓ 5, de 102 y de 4.
 - ✓ 3 y de 9.
 - ✓ 4 y de 6.
- Resuelvo los siguientes ejercicios, aplicando el concepto de divisor:
 - Escribo todos los divisores de los números:
48 18 21 86
 - Identifico los posibles valores que pueden tener las letras en cada uno de los casos:
 - ✓ el número $2xy31$ es divisible por 3.
 - ✓ $28x75y$ es divisible por 10.
 - ✓ $2x45y$ es divisible por 6.
 - Encuentro los divisores que tienen en común:
 - ✓ el 90 y el 120.
 - ✓ el 24 y el 32.
 - ✓ el 15 y el 50.
 - ✓ el 72 y el 96.
- Determino cuáles de los siguientes números naturales son primos o compuestos: 76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49.



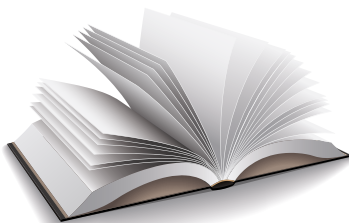
TRABAJO EN EQUIPO

- Consultamos quién fue Eratóstenes y lo consignamos en el cuaderno.
- Elaboremos la criba de Eratóstenes pero del 1 al 200 y determinemos los números primos del 100 al 200.



Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

- Apliquemos lo desarrollado en la guía resolviendo las siguientes situaciones:
 - Don Carlos necesita transportar 810 bultos de papa. Para ello, quiere alquilar un carro que requiera menos viajes, las ofertas que tiene son: un camión JVC que transporta 90 bultos por viaje, un Hunday que hace 30 bultos por viaje y un Chevrolet que transporta 81 bultos por viaje. ¿Cuál es el carro que debe alquilar?
 - En el cumpleaños de Laura se iban a repartir 108 bombas de color verde y 324 de color negro entre 12 niños. ¿Cuántas bombas de cada color debe entregar a cada niño?
 
 - Cuatro hermanos decidieron repartirse sus ahorros. A cada uno le correspondieron \$65.800. ¿Cuánto dinero habían ahorrado entre los cuatro?
 
 - El número de páginas de un libro es mayor que 500 y menor que 600. Si se cuentan de 3 en 3 sobran 2 páginas, de 5 en 5 sobran 4 páginas y de 7 en 7 sobran 6 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
 
 - Pedro tiene en su tienda los botones empacados en bolsas. En la caja verde tiene bolsitas de 36 botones cada una

y no sobra ningún botón. En la caja roja tiene bolsitas de 16 botones cada una y tampoco sobra ningún botón. El número de botones que hay en la caja verde es igual que el que hay en la caja roja. ¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

- f. Un semáforo se pone rojo cada 3 minutos y otro cada 5. Si a las tres de la tarde se ponen rojos al mismo tiempo. ¿A qué hora volverán a ponerse rojos los dos a la vez?, ¿cuántas veces se pondrán rojos a la vez en una hora?



- g. Al contar las patas de gallinas y conejos me da 38 y al sumar el número de cabezas me da 11. ¿Cuántas gallinas y conejos se tienen?

TRABAJO INDIVIDUAL

- Formulo 5 situaciones en donde pueda aplicar lo comprendido acerca de los múltiplos y divisores de un número. Los escribo y resuelvo en mi cuaderno.
- Escribo cada uno en una hoja, le entrego cada uno a mis compañeros de grupo para que los resuelvan y soluciono los de mis compañeros.
- Evalúo lo desarrollado por mis compañeros y lo comparo con lo que realicé en mi cuaderno.
- Presento mi trabajo al profesor para que aclare mis dudas.



Complementación

TRABAJO EN GRUPO

- Leemos el siguiente texto y consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes:

Todo número se puede descomponer en factores primos. Para ello existen varias técnicas:

- a. *Primera técnica*
Se descompone el número en productos de otros y se continúa así hasta obtener todos los factores números primos

Ejemplo:

$$180 = 18 \times 10$$

$$180 = (6 \times 3) \times (2 \times 5) \text{ ahora buscamos factores para 18 y 10.}$$

$$180 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 \text{ ahora buscamos factores para 6.}$$

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \text{ llegamos a factores primos y ordenamos los factores.}$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \text{ escribimos como potencia los factores que se repiten (2 x 2 = 2^2 y 3 x 3 = 3^2)}$$

- Descomponemos los siguientes números con la primera técnica hasta llegar a sus factores primos y, si es posible, expresamos como potencia:

2.310 176 475 1.408 43

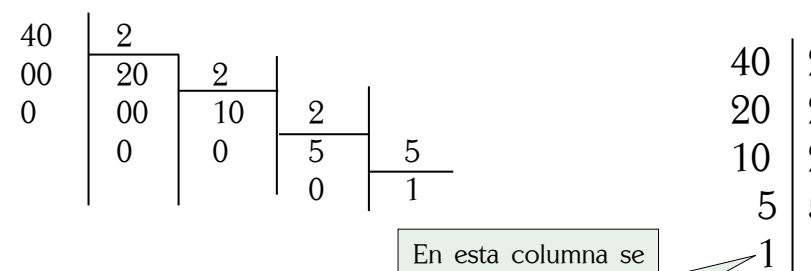
- Continuemos leyendo y escribiendo los aspectos más importantes en el cuaderno:

- b. *Segunda técnica*

Consiste en aplicar los criterios de divisibilidad que se refieren a los números primos. Para ello, se realizan dos columnas, en la primera se colocan los cocientes que se van obteniendo y en la segunda columna, se colocan los divisores que son números primos.

Ejemplo:

En esta parte te mostramos las divisiones que tienes que hacer mentalmente para hacer la segunda técnica en ese arreglo de dos columnas.



En esta columna se coloca los divisores que son los números primos.

En esta columna se coloca los cocientes que se obtiene.

Se obtuvo que $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$. Al escribir como potencia $2^3 \times 5$

4. Aplicamos la segunda técnica de descomposición en factores primos, en los siguientes números:

36 84 48 135

5. Continuamos con la lectura, teniendo en cuenta consignar los aspectos más importantes:

Mínimo Común Múltiplo (m.c.m.)

Hallar el mínimo común múltiplo de varios números naturales es un proceso que requiere manejar tres ideas:

- Hallar los múltiplos de cada uno de los números.
- Determinar los múltiplos comunes de cada uno de los números.
- De esa lista seleccionar el menor.

El mínimo común múltiplo se simboliza m.c.m.

Ejemplo:

Determinar el mínimo común múltiplo de 12 y 18.

- a. Realizamos la lista de múltiplos

Números	Múltiplos
12	12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144,...
18	18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180,...

- b. Realizamos la lista de los múltiplos comunes del 12 y 18 se tiene: 36, 72, 144,...
- c. De esos seleccionamos el menor que es el 36. Por tanto, el m.c.m. de 12 y 18 es 36.

Otra forma de hallar el mínimo común múltiplo es determinando los factores primos. Estudiemos el ejemplo:

Caso 1

Si quisiéramos saber cuál es el m.c.m. de 24 y 36.

Descomponemos cada una de las cantidades en sus factores.

$$24 = 3 \times 2^3 \qquad 36 = 3^2 \times 2^2$$

Luego, tomamos todos los factores que aparecen entre ambos y seleccionamos los que tienen mayor exponente. Por tanto, se tiene que los factores de ambos son 2 y 3, seleccionamos para 2 el exponente 3 y para 3 el exponente 2, multiplicamos esas potencias quedando:

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3^2 &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \\ &= 8 \times 9 \\ &= 72 \end{aligned}$$

Luego el m.c.m. de 24 y 36 es 72.

Caso 2

Si queremos saber cuál es el mcm de 12 y 8: $12 = 2^2 \times 3$ $8 = 2^3$

Elegimos los factores comunes y no comunes elevado al mayor exponente, por lo tanto elegimos 2^3 y el 3. Multiplicando las potencias así:

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3 &= (2 \times 2 \times 2) \times 3 \\ &= 8 \times 3 \\ &= 24 \end{aligned}$$

6. Encontremos el m.c. m. de las siguientes parejas de números, utilicemos las dos formas explicadas:
- El m.c.m. de 64 y 100.
 - El m.c.m. de 32 y 48.
 - El m.c.m. de 25 y 36.
 - El m.c.m. de 2 y 3.
7. Continuamos con la lectura:

Máximo Común Divisor (m.c.d.)

Hallar el máximo común divisor de varios números naturales es un proceso que requiere manejar tres ideas:

- Hallar los divisores de cada uno de los números.
- Determinar los divisores comunes de cada uno de los números.
- De esa lista seleccionar el de mayor valor.

El máximo común divisor se simboliza m.c.d.

Ejemplo:

Determinar el máximo común divisor de 12 y 18.

- a. Realizamos la lista de divisores:

Números	Divisores
12	1, 2, 3, 4, 6 y 12
18	1, 2, 3, 6, 9 y 18

- b. Realizamos la lista de los divisores comunes del 12 y 18 se tiene: 1, 2, 3 y 6.
- c. De esos seleccionamos el mayor que es el 6. Por tanto, el m.c.d. de 12 y 18 es 6.

Así como se realiza con el mínimo común múltiplo se puede con el máximo común divisor de calcularlo a través de los factores primos. Estudiemos el ejemplo:

Evaluación por competencias

1. Existen algunos números entre 1 al 100 que tienen más de 10 divisores. De las siguientes parejas de números, ¿cuáles seleccionarías?

- A. 60 y 72.
B. 24 y 48.
C. 30 y 98.
D. 76 y 81.

1

2. Al descomponer en factores primos el número 216, se obtiene:

- A. $2^3 \times 3^2$
B. $2^2 \times 3^2 \times 7$
C. $2^3 \times 3^3$
D. $2^2 \times 3^2 \times 5$

2

3. Un comerciante tiene 108 chocolatinas y 81 dulces y debe empacar la misma cantidad en cada caja. Por caja debe empacar:

- A. 2 unidades.
B. 4 unidades.
C. 27 unidades.
D. 9 unidades.

3

4. La máquina A produce 15 cajas y la máquina B produce 36 cajas por hora. Si las máquinas se ponen al mismo tiempo, la cantidad de cajas que coinciden por primera vez ambas máquinas es:

- A. 0
B. 3
C. 180
D. 675

4

- d. Determinemos el m.c.d. de 45 y 36.

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Luego, tomamos todos los factores comunes entre ambos y colocamos los que tienen menor exponente. Por tanto, se tiene que el factor común es 3 y el menor exponente es 2. Por tanto:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

Luego, el m.c.d. de 45 y 36 es 9.

8. Encontramos el m.c.d. de las siguientes parejas de números, utilicemos las dos formas explicadas :
- El m.c.d. de 21 y 48.
 - El m.c.d. de 35 y 14.
 - El m.c.d. de 6 y 20.
 - El m.c.d. de 12 y 24.
9. Le preguntamos al profesor si solucionamos bien las actividades.

5. Del siguiente grupo de números, ¿cuáles de ellos son divisibles por 2, por 5 y por 10?

- A. 50, 25, 30, 70
- B. 20, 40, 50, 60
- C. 15, 30, 45, 75
- D. 20, 40, 60, 80

5

Glosario

- **Divisibilidad:** Calidad que poseen los números de dividirse en partes iguales.
- **Divisores:** Cantidad por la cual una cantidad se divide en otra.
- **Máximo común divisor:** El mayor de los divisores comunes de dos o más cantidades.
- **Mínimo común múltiplo:** El menor de los múltiplos de dos o más cantidades.
- **Múltiplos:** Es un número o una cantidad que contiene exactamente a otra varias veces.



Resolvemos problemas con ecuaciones en el contexto de los números naturales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las propiedades de la igualdad.

Procedimental

Utiliza métodos informales y formales para resolver ecuaciones.

Actitudinal

Identifica las diferentes posiciones de los compañeros para validar la resolución de un problema.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

- De acuerdo con la balanza que aparece en la imagen anterior; se pesaron unas papas al lado derecho, ¿cuántas papas representa el signo ? para que la balanza quede en equilibrio?
- Leo con atención la siguiente situación, la escribo y la resuelvo:

Hay tres cajas llenas con la misma cantidad de lápices y 5 lápices más. En total hay 41 lápices.

¿Cuántos lápices hay en cada una de las cajas para que en total pueda decir que tengo 41 lápices?

$$3 \times \square + 5 \text{ lápices} = 41$$

Número de lápices por caja

- Observo con mucha atención las situaciones que se me plantean a continuación, las consigno en mi cuaderno, busco el número para que, al colocarlo, se pueda mantener la igualdad:

$$15 + \square = 50$$

$$\square - 64 = 36$$

$$128 + 646 + \square = 875$$

- Después de haber resuelto los anteriores ejercicios, realizo lo siguiente:
 - ✓ Describo el procedimiento que empleé para resolver cada uno de los ejercicios anteriores.
 - ✓ Compruebo si los valores numéricos asignados en el recuadro permiten mantener el resultado dado y conservar la igualdad.

TRABAJO EN EQUIPO

Solicitamos al moderador que lidere la siguiente actividad.



Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

- Leemos con atención el siguiente texto y lo consignamos en el cuaderno:

Una *igualdad* es una equivalencia entre dos o más expresiones numéricas. Por ejemplo:

$$3 + 2 = 5$$

$$216 - 5 \times 8 = 176$$

Primero se debe realizar la operación de multiplicación y luego la adición

Toda igualdad cumple con las siguientes propiedades:

- Reflexiva**
Consiste en considerar que cada número es igual a sí mismo.
Ejemplo: $8 = 8$; $5 + 3 = 6 + 2$
- Simétrica**
Si de acuerdo con la reflexión un número es igual a otro, entonces ambos son iguales.
Ejemplo: $5 + 3 = 6 + 2$ es lo mismo que decir que $6 + 2 = 5 + 3$;
 $10 = 5 \times 2$ es lo mismo que decir $5 \times 2 = 10$
- Transitiva**
Si un número es igual a otro y, a la vez, este es igual a otro número, entonces todos son iguales entre sí.



Ejemplo: $3 \times 5 = 15$ y $15 = 10 + 5$; entonces $3 \times 5 = 10 + 5$

2. Aplicamos las propiedades de las igualdades en los siguientes ejercicios, consignándolas en el cuaderno:

- a. Justificamos en esta igualdad la *propiedad reflexiva*.

$$40 + 12 = 52$$

- b. Justificamos en esta igualdad la *propiedad simétrica*.

$$56 \div 8 \times 9 = 63$$

Primero se debe realizar la operación de división y luego la de multiplicación

- c. Justificamos en esta igualdad la *propiedad transitiva*.

$$721 + 31 - 50 = 702$$

3. Continuamos con la lectura, no olvidando consignar en el cuaderno.

Cuando en una igualdad existe un valor o varios valores desconocidos, se denominan "*ecuaciones*". El valor desconocido en las ecuaciones se puede representar de varias maneras:

- a. Se puede representar mediante recuadros, por ejemplo:

$$12 \times \square = 15 \times 4$$

- b. Se puede representar con signos de interrogación, por ejemplo:

$$? - 16 = 34$$

- c. También lo podemos representar con letras del alfabeto (desde la **a** hasta la **z**) y es la forma más conocida de reconocer el valor desconocido:

$$a + 23 = 70$$

4. De acuerdo con lo anterior; respondemos:

- ¿Una ecuación es una igualdad? Argumentamos la respuesta.
- ¿Cuál es la diferencia entre igualdades y ecuaciones?

5. Leemos atentamente y consignamos en el cuaderno.

Para resolver ecuaciones existen varios métodos, para esta guía trabajaremos dos métodos:

Método de ensayo y error

Consiste en ir colocando varios números que reemplacen la incógnita, se comprueba que sirva y se detiene hasta lograr un valor para que la igualdad sea cierta.

Ejemplo:

$$\square + 17 = 38$$

Se piensa en un número que al sumarlo con 17 permita que el resultado sea 38.

Pensamos inicialmente en el 10, ¿cuál es el resultado?; con el 20, ¿Cuál es el resultado? Hasta llegar a la cantidad que permita mantener la igualdad.

6. Aplico este método para solucionar las siguientes ecuaciones:

$$12 \times \square = 60$$

$$? - 16 = 34$$

$$a + 23 = 70$$

$$180 \div b = 60$$

$$40 + 25 - g = 47$$

$$? \times 5 = 2.000$$

$$(3 \cdot m) + 10 = 34$$

$$60 - s = 48$$

$$450 \div \square = 5$$

7. Apliquemos el método de ensayo y error en las siguientes situaciones problema que plantean una ecuación:

- La suma de las edades de Felipe y Alejandra es de 35 años. Alejandra tiene 11 años. ¿Cuántos años tiene Felipe?
- A Fernando le regalaron \$8.500, compró algo para comer y quedó con \$2.350. ¿Cuánto dinero gastó para comer Fernando?

- c. La edad del padre es de 47 años. Entre el padre y el hijo suman 65 años. ¿Cuántos años tiene el hijo?
- d. La diferencia entre la población de Pereira y Manizales es de 40.567. Si la población de Manizales es de 368.433 habitantes, ¿cuál es la población de Pereira?
- e. Carlos tiene tres bolsas con la misma cantidad de dulces en cada una. Si se desempacan da un total de 417. ¿Cuántos dulces tiene cada bolsa?
- f. Andrés tenía 84 canicas y las repartió en partes iguales entre algunos de sus amigos. A cada uno le tocó 21 canicas. ¿Cuántos amigos recibieron canicas?
- g. El papá de Fabián tiene 5 veces su edad. Si Fabián tiene 14 años. ¿Cuántos años tiene su papá?
- h. Repartí los dulces del día de los niños entre 5 amigos. Si cada uno le recibió 12 dulces. ¿Cuántos dulces tenía?
8. Continuamos con la lectura y consignamos en el cuaderno.

Otro método para resolver ecuaciones, es el **método basado en la igualdad**. Se utiliza la propiedad de igualdad de la suma o propiedad de igualdad de multiplicación a través de la realización de operaciones iguales a ambos lados de la ecuación, se logra obtener en un sólo lado la incógnita y en el otro el valor que permite mantener la igualdad.

A continuación, abordamos dos clases de ecuaciones de acuerdo a su forma.

Para resolver **ecuaciones de la forma $x + a = b$ ó $x - a = b$** , donde **x** es el valor de la incógnita. Se utiliza la propiedad de la igualdad de la suma; es decir, que podemos sumar o restar lo mismo sin alterar la igualdad.

Ejemplo 1:

$$x + 12 = 25$$

Aplicamos la propiedad de la igualdad de la suma, restando a ambos lados 12. De la siguiente manera:

$$x + 12 - 12 = 25 - 12$$

Realizamos las operaciones indicadas del lado izquierdo $12 - 12$ y del lado derecho $25 - 12$

$$x + 0 = 13$$

Aplicamos la propiedad modulativa y queda así:

$$x = 13$$

Siempre se debe comprobar el valor. Para ello, se reemplaza el valor por el dado en la ecuación y debemos obtener efectivamente una igualdad, en este caso es reemplazar el valor de **x** por 13.

$$13 + 12 = 25 \\ 25 = 25$$

Ejemplo 2:

$$x - 37 = 19$$

Aplicamos propiedad de la igualdad de la suma, sumo ambos lados 37. De la siguiente manera:

$$x - 37 + 37 = 19 + 37$$

Realizamos las operaciones indicadas del lado izquierdo $37 - 37$ y del lado derecho $19 + 37$ y queda así:

$$x + 0 = 56$$

Aplicamos la propiedad modulativa

$$x = 56$$

9. Ahora comprobemos la respuesta y consignémosla en el cuaderno.

10. Continuemos la lectura.

Para el caso de las **ecuaciones de la forma $a \cdot x = b$ ó $x \div a = b$** donde **x** es el valor de la incógnita se utiliza la propiedad de la igualdad de la multiplicación. Es decir, podemos multiplicar o dividir lo mismo sin alterar la igualdad.

Ejemplo 3:

$$2 \cdot y = 46$$

Se aplica la propiedad de la igualdad de la multiplicación: ambos lados dividimos por 2. De la siguiente manera:

$$2 \cdot y \div 2 = 46 \div 2$$

Realizamos las operaciones del lado izquierdo $2 \div 2$ y del lado derecho $46 \div 2$. Queda de la siguiente manera:

$$1 \cdot y = 23$$

Aplicamos la propiedad modulativa y el valor de **y** queda:

$$y = 23$$

Se comprueba el resultado reemplazando el valor de la incógnita en este caso la **y** por 23.



Se realizan las operaciones que quedaron indicadas. Así:

$$3 \cdot a + 0 = 36$$

Se aplica la propiedad modulativa de la siguiente manera:

$$3 \cdot a = 36$$

Como aún no se sabe el valor de la incógnita, se continúa dividiendo a ambos lados por 3. Así:

$$3 \cdot a \div 3 = 36 \div 3$$

Se realizan las operaciones correspondientes. Así:

$$1 \cdot a = 12$$

Entonces, el valor de **a** es 12.

$$a = 12$$

13. Ahora realicemos la comprobación de la siguiente manera:

$$3 \cdot 12 + 5 \stackrel{?}{=} 41$$

Primero multiplicamos 3 por 12. Así:

$$36 + 5 \stackrel{?}{=} 41$$

Se realiza la suma de 36 y 5, dando como resultado:

$$41 = 41$$

14. Practicamos el método basado en la igualdad en las siguientes ecuaciones y comprobamos si el resultado es correcto reemplazando el valor de la incógnita:

a. $28 - b = 16$

d. $x \div 2 = 250$

b. $x + 50 = 74$

e. $16 + 4 - y = 15$

c. $3 \cdot x + 3 = 42$

f. $11 \cdot x + 12 = 144$

15. Resolvamos las siguientes situaciones aplicando ecuaciones y el método basado en la igualdad:

a. Tenía ahorrado de lo que me dan para mis algos en el colegio, cierta cantidad de dinero, me regalaron de cumpleaños \$18.250. En este momento tengo \$68.900, ¿cuánto dinero tenía ahorrado?

b. Compré 5 cajas de chocalatinas y cada caja tiene la misma cantidad, si en total son 600 chocalatinas, ¿cuántas chocalatinas hay en cada caja?

$$2 \times 23 = 46$$

$$46 = 46$$

Ejemplo 4:

$$m \div 4 = 8$$

Aplicamos la propiedad de la igualdad de la multiplicación: a ambos lados multiplicamos por 4.

$$4 \times m \div 4 = 4 \times 8$$

$$4 \times m \div 4 = 32$$

Realizamos las operaciones del lado izquierdo $4 \div 4$ y del lado derecho 8×4 . Queda de la siguiente manera:

$$1 \times m = 32$$

Aplicamos la propiedad modulativa:

$$m = 32$$

11. Ahora comprobemos si el valor de **m** es el correcto.

12. Retomando la situación planteada en la vivencia:

Hay tres cajas llenas de lápices y 5 lápices más. En total hay 41 lápices.

¿Cuántos lápices hay en cada una de las cajas para que en total pueda decir que tengo 41 lápices?

Datos conocidos: 3 cajas con la misma cantidad de lápiz y 5 lápices más y que me quedó en total: 41 lápices

Dato desconocido: el valor del número de lápices que hay en cada caja. Representaremos tal valor con la letra **a**.

La ecuación que surge de esta situación es la siguiente:

$$3 \cdot a + 5 = 41$$

Para resolver este tipo de ecuaciones, primero se aplica la propiedad de la igualdad de la suma y luego la propiedad de la multiplicación. Tal como se observa:

$$3 \cdot a + 5 = 41$$

Se resta en ambos lados por 5. Así:

$$3 \cdot x + 5 - 5 = 41 - 5$$

- c. En el día de la mujer; se compraron 90 claveles, para repartirlos entre las niñas del salón y las profesoras. Si les pudimos dar a cada una de a 3 claveles, ¿a cuántas mujeres les dimos claveles?
- d. Las edades de tres hermanos suman 51 años. Si sabemos que uno de los hermanos tiene 15 años y otro tiene 19 años, ¿cuántos años tiene el tercer hermano?



Aplicación

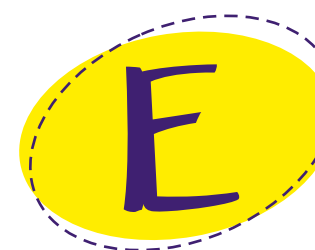
Las ecuaciones tienen mucha aplicación en la vida cotidiana. Cada vez que tenemos que tratar de encontrar valores desconocidos, estamos empleándolas.

TRABAJO EN FAMILIA

1. Con la supervisión de mi familia, completo la siguiente tabla y resuelvo las ecuaciones.

Situación planteada	Ecuación	Valor de la incógnita
Ejemplo: La mitad de un número es 56. ¿Cuál es el número?	$x \div 2 = 56$	
El doble de la cantidad de personas que van al parque es 138. ¿Cuántas personas van al parque?		
La diferencia entre un número y 9 es 42. ¿Cuál es el número?		
Un rectángulo tiene de largo 18 cm y su perímetro es de 46 cm. ¿Cuanto mide de ancho?		
Si sabemos que todos los ángulos de un triángulo suman 180° . Dos de los ángulos miden $A = 64^\circ$ y $B = 37^\circ$. ¿Cuál es el valor del tercer ángulo?		

La diferencia entre dos cantidades es de 156. Si el número menor es 784. ¿Cuál es el número mayor?		
64 es igual al doble de cierta cantidad. ¿Cuál es la cantidad?		
Carlos tiene 5 veces la edad de su hijo Juan. Si entre los dos tienen 60 años. ¿Cuántos años tiene Juan?		
El colegio recibió un premio de la Secretaría de Educación debido a su trabajo por conservar el medio ambiente. Si le dieron al rector \$1.800.000. Si son 12 grupos. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada grupo?		



Complementación

TRABAJO CON EL PROFESOR

Las ecuaciones nos sirven también para adivinar cantidades. Juega a resolver los siguientes ejercicios:

1. Resolvemos la siguientes situaciones que pretenden adivinar números:

Ejemplo:

- a. Piensen un número, lo duplican, le añaden 5 unidades, lo multiplican por 5, le suman 75 unidades y luego multiplican todo por 10.
- ✓ Pensemos un número: como no lo conocemos, lo vamos a representar por medio de la incógnita, en este caso **b**.
 - ✓ Lo duplicamos significa multiplicarlo por dos: $2 \cdot b$
 - ✓ Le añadimos 5 unidades o sea que se le suman 5: $2 \cdot b + 5$

- ✓ Lo multiplicamos por 5, hacemos uso de paréntesis:
 $5 \cdot (2 \cdot b + 5)$
 - ✓ Le sumamos 75 unidades, o sea que se suman a la cantidad que se lleva 75: $5 \cdot (2 \cdot b + 5) + 75$
 - ✓ Luego lo multiplicamos todo por 10 quedaría así:
 $10 \cdot \{5 \cdot (2 \cdot b + 5) + 75\}$
 - ✓ Ahora decimos la repuesta de esas operaciones y se resuelve la ecuación.
- b. Pensamos un número, le sumamos 2, elevamos el resultado al cuadrado, le restamos 4 veces el número inicial. ¿Cuál es el número?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Formulemos 10 ecuaciones para socializarlas.
3. Formulemos 5 situaciones para ser modeladas con ecuaciones.
4. Intercambiamos entre las diferentes mesas las ecuaciones y situaciones para que se resuelvan.

Evaluación por competencias

1. Respondo falso (F) o verdadero (V) según corresponda en las siguientes afirmaciones:

- A. Una ecuación siempre es una igualdad. ()
- B. Decir que $3 + 4 = 6 + 1$, es aplicar la propiedad reflexiva. ()
- C. El método de ensayo y error significa poner al azar valores hasta que se mantenga la igualdad. ()
- D. Trasponer términos significa pasar los términos al otro lado de la igualdad sin cambiar el signo. ()

1

2. Escribo dentro del paréntesis, si las siguientes expresiones son igualdades (i) o ecuaciones (e):

- A. $567 + 263 + 145 = 149 + 515$ ()
- B. $2 \cdot j = 13 + 15$ ()
- C. $1.280 = 1.160 + v$ ()
- D. 635 dividido 5 + 8 = 270 dividido 2 ()
- E. 18 por 4 + 32 = 50 por 2 + 4 ()

2

3. Soluciono las siguientes ecuaciones:

- A. $q + 45 = 186$
- B. $y + 16 = 928$
- C. $8.268 - e = 5.698$

3

Con la siguiente situación resuelvo de la pregunta 4 hasta las 6:

María solicitó un préstamo de \$580.000, con ese dinero pagó la primera cuota del mueble de su biblioteca. Si luego de haber pagado María quedo con \$524.000. ¿Cuál es el valor de la cuota pagada?

4. La ecuación más adecuada para la situación es:

- A. $580.000 - 524.000 =$
- B. $580.000 - x = 524.000$
- C. $x + 524.000 = 580.000$
- D. la (b) y la (c)

4

5. ¿Cuál es el valor de la incógnita?

- A. \$ 20.000
- B. \$ 60.000
- C. \$ 56.000
- D. \$ 80.000

5

6. ¿Qué operación tuve que realizar para resolver la ecuación:

- A. Una suma.
- B. Una resta.
- C. Una multiplicación.
- D. Una división.

6

Glosario

- **Formular:** Representar mediante signos matemáticos las relaciones entre las diferentes magnitudes de un enunciado.
- **Incógnita:** Cantidad desconocida que es preciso determinar en una ecuación o en un problema para resolverlos.
- **Método:** Modo de decir o realizar acciones de manera ordenada.
- **Procedimiento:** Acción de realizar o ejecutar alguna operación, en este caso matemática.
- **Propiedad:** Característica que poseen los números y las operaciones que se realizan entre ellos.



Unidades de medida convencionales
y no convencionales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica algunas magnitudes.

Procedimental

Resuelve problemas que involucran medidas.

Actitudinal

Aporta sus habilidades y capacidades para facilitar la resolución de situaciones de medida de manera asertiva.



A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Respondo las siguientes situaciones, utilizando como instrumento de medición la parte de mi cuerpo que se indica:
 - a. Mido el largo de mi mesa de trabajo con mi pulgar.
 - b. Mido la distancia de mi mesa a la puerta del salón con pasos.
 - c. Mido el largo y el ancho del tablero con palmas.

TRABAJO EN PAREJAS

2. Comparamos y consignamos en la tabla los datos obtenidos en la actividad 1 para saber si arrojaron los mismos resultados.

Objeto a medir	Mi medida	La medida de mi compañero
Largo de la mesa de trabajo		
La distancia de mi mesa a la puerta		
Largo y ancho del tablero		

- a. Establezcamos la relación que puede haber entre las medidas de mi compañero con las mías: ¿son iguales?, ¿son diferentes?, ¿por qué?
3. Llenamos la tabla con las estimaciones de cada uno sobre esos objetos, verificamos con una cinta métrica.

Medida del Objeto	Estimación		Valor real utilizando la cinta métrica
	Compañero 1	Compañero 2	
La altura de la caneca de la basura en decímetros			
El largo de la mesa en centímetros			
El ancho de la silla en milímetros			
La masa del borrador			

- a. Contestamos las siguientes preguntas:
 - ✓ ¿Quién estuvo más cerca al valor real?
 - ✓ ¿Quién estuvo más lejos del valor real?
4. Presentamos los resultados al profesor para mostrarle lo que conocemos sobre medidas.



TRABAJO EN EQUIPO

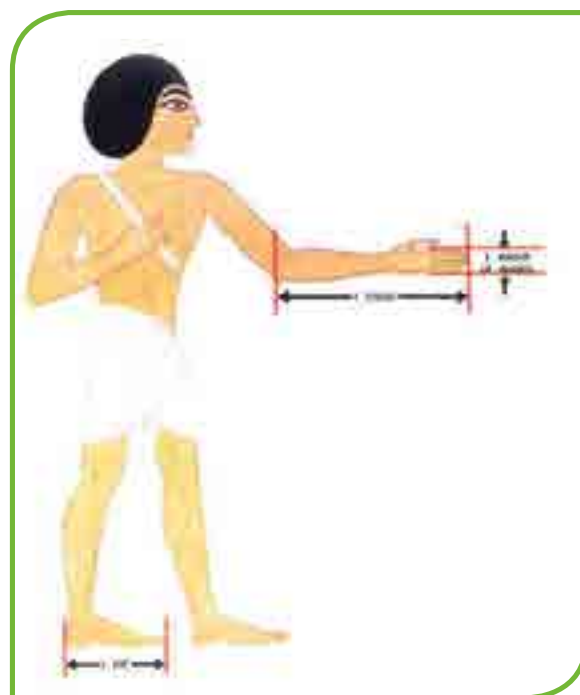
1. Leemos el siguiente texto y consignamos los aspectos más importantes:

La medida ha sido fundamental en la vida de los seres humanos, por ejemplo, cuando tenemos que ir de un lugar a otro y queremos saber qué tan lejos o qué tan cerca está de donde nos encontramos, o cuando vamos al mercado y queremos comprar un kilo o una libra de algo o también cuando queremos saber la duración de un evento.

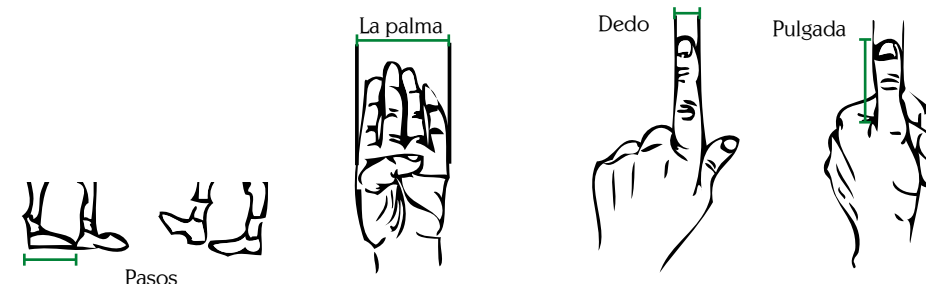
Desde la antigüedad, medir ha sido una necesidad para el hombre, especialmente cuando se dedicó a la agricultura porque tuvo que idear un sistema para medir el tiempo en que debía sembrar y recoger la cosecha, para informarle a otros a qué distancia se encontraban los animales que podían cazar para su sustento, cuáles eran los límites entre un territorio y otro, entre muchas acciones que realizaban a diario. Asimismo, la observación de la rotación de la tierra determinó el día y la noche como el huso horario y la traslación de las estaciones que se determinan en las zonas templadas y los tiempos de invierno y verano en la zona tórrida.

Por otro lado, se fueron desarrollando otras medidas para determinar el largo, el peso, la temperatura, la capacidad de cualquier objeto. En

ese proceso, se desarrollaron las medidas antropométricas que se relacionan con partes del cuerpo como: pie, codo, palma, brazada, cuarta, dígito, paso. Para medir otras longitudes, se daban en términos de peso, como la pizca, la onza o el pucho.



Fuente: <http://2.bp.blogspot.com/-Dc7uuFrdNVk/T5awN781pqI/AAAAAAAAACm/MV12hNfxUHQg/s1600/medidas1.jpg>



Cuando se inició el comercio como trueque y luego reemplazado por moneda, hizo que la medida de lo que se compraba y vendía fuera un problema ya que los instrumentos de medida dependían de la contextura de los cuerpos de los vendedores. Esta fue la causa de muchas discusiones comerciales y políticas de diferentes países.

En la época de la Revolución Francesa en 1791 en París, se estableció un comité liderado por matemáticos como: Monge, Lagrange, Laplace, Legendre y Condorcet. Este comité comenzó a establecer un sistema de medidas que se derivaban de propiedades de objetos de la naturaleza, como el tamaño de la tierra y la densidad del agua. En esta época se definió el metro como “diezmillonésima parte de un cuadrante del meridiano terrestre” y se definieron las unidades mayores al metro a partir de prefijos griegos y las unidades menores a partir de prefijos latinos, también se estableció el gramo como la unidad patrón de la masa esto es: “la masa de un centímetro cúbico de agua destilada en el vacío al nivel del mar” y dio origen al sistema métrico decimal.

Se perfeccionó en la época de la Revolución Industrial debido a que exigía que las piezas fueran de medidas precisas como es el caso de tornillos y tuercas. El sistema métrico original se adoptó internacionalmente en la Conferencia general de pesos y medidas de 1889. Actualmente, la mayoría de países lo emplean.

2. Respondemos las siguientes preguntas:
- ¿Por qué el hombre tuvo la necesidad de medir?
 - ¿Cuáles fueron las medidas que se utilizaron en la antigüedad?
 - Establezcamos algunas de las características del sistema métrico decimal.
 - Consultemos qué países actualmente no manejan el sistema métrico decimal.
3. Continuamos con la lectura:

Los cambios del sistema métrico decimal se realizan en base 10; es decir, si se tiene un metro, éste tiene 10 decímetros. Cada magnitud tiene su unidad patrón, que será el sufijo tanto de los múltiplos como el de los submúltiplos.

A continuación se describe cómo se define cada unidad patrón de algunas magnitudes:

- ✓ Para la magnitud longitud se define el metro: el concepto de metro procede del vocablo griego metrón, alude a la unidad de longitud que forma parte del sistema internacional. El metro en la actualidad equivale a la distancia que atraviesa la luz en el vacío en un periodo de $1/299792458$ de segundo.
- ✓ Para la medida de capacidad se define el litro que es la cantidad de líquido que cabe en un cubo que tiene 1 decímetro de lado.
- ✓ Para la medida de masa se define el kilogramo que es la masa de un litro de agua pura solidificada.

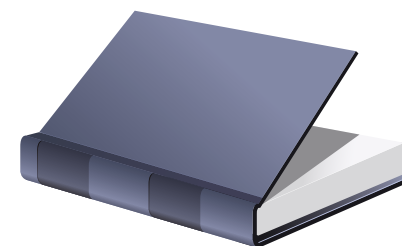
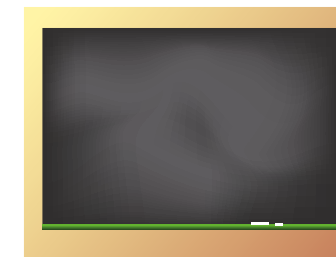
Sistema Métrico Decimal para Longitud

La longitud se puede considerar como la distancia entre dos puntos. Las unidades más conocidas del sistema métrico decimal son:

<i>Km</i> Kilómetro	<i>Hm</i> Hectómetro	<i>Dm</i> Decámetro	<i>m</i> metro 1 m	<i>dm</i> decímetro	<i>cm</i> centímetro	<i>mm</i> milímetro
1.000 m	100 m	10 m		un metro tiene 10 dm	un metro tiene 100 cm	un metro tiene 1.000 mm

4. Empleemos las medidas de longitud para dar cuenta del largo o el ancho de los siguientes objetos utilizando la cinta métrica:

- a. El tablero mide de alto _____ cm.



- b. El libro mide de largo _____ mm y de ancho _____ mm.

- c. La altura de un compañero es _____ m.



Sistema Métrico Decimal para el Área

Cuando se mide una superficie se refiere al área. Las unidades de medida en este sistema son cuadrados, cuyos lados son medidas del sistema métrico decimal. En este sistema la unidad patrón es el cuadrado que tiene un metro por cada lado. Las medidas más conocidas son:

<i>Km²</i> Kilómetro cuadrado	<i>Hm²</i> Hectómetro cuadrado	<i>Dm²</i> Decámetro cuadrado	<i>m²</i> metro cuadrado 1 m ²	<i>dm²</i> decímetro cuadrado	<i>cm²</i> centímetro cuadrado	<i>mm²</i> milímetro cuadrado
1.000.000 m ²	10.000 m ²	100 m ²		Un metro cuadrado tiene 100 dm ²	Un metro cuadrado tiene 10.000 cm ²	Un metro cuadrado tiene 1.000.000 mm ²

5. Elaboremos un decímetro cuadrado, que es un cuadrado que mide 10 cm por cada lado y medimos el área de los siguientes objetos:
- El área de mi mesa de trabajo.
 - El área de la puerta del salón.
 - El área de una de las baldosas del piso del salón.

Sistema Métrico Decimal para el Volumen

Cuando se mide el espacio de un objeto se refiere al volumen. Las unidades de medidas son cubos cuyos lados son medidas del sistema métrico decimal. En este sistema la unidad patrón es el cubo que tiene un metro por cada lado. Las medidas más conocidas son:

Km^3 Kilómetro cúbico	Hm^3 Hectómetro cúbico	Dm^3 Decámetro cúbico	m^3 metro cúbico 1 m^3	dm^3 decímetro cúbico	cm^3 centímetro cúbico	mm^3 milímetro cúbico
1.000.000.000 m^3	1.000.000 m^3	1.000 m^3		Un metro cúbico tiene 1.000 dm^3	Un metro cúbico tiene 1.000.000 cm^3	Un metro cúbico tiene 1.000.000.000 mm^3

Sistema Métrico Decimal para Masa

La masa es la cantidad de materia que posee un cuerpo. Las unidades más conocidas son:

Kg Kilogramo	Hg Hectogramo	Dg Decagramo	g gramo 1 g	dg decigramo	cg centigramo	mg miligramo
1.000 g	100 g	10 g		Un gramo tiene 10 dg	Un gramo tiene 100 cg	Un gramo tiene 1.000 mg

Sistema Métrico Decimal para Capacidad

La capacidad es la medida del interior que tiene un objeto, se utiliza para medir líquidos. Las unidades más conocidas son:

Kl Kilolitro	Hl Hectolitro	Dl Decalitro	l litro 1 l	dl decilitro	cl centilitro	ml mililitro
1.000 l	100 l	10 l		Un litro tiene 10 dl	Un litro tiene 100 cl	Un litro tiene 1.000 ml

El Sistema Sexagesimal para el Tiempo

El sistema del tiempo se basa en el sistema de numeración en base 60 y su unidad patrón es el segundo. Las unidades más conocidas son:

h hora	min minutos	s segundos
1 h	1 hora tiene 60 min	1 minuto tiene 60 s

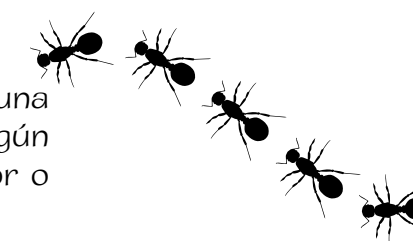
TRABAJO INDIVIDUAL

- Resuelvo las siguientes situaciones de cambio, de acuerdo al sistema que requiere la magnitud:
 - ✓ Si la distancia de la puerta de mi habitación al baño es 2 m, ¿a cuántos centímetros equivalen?
 - ✓ Si el área de una finca es 3.000 Hm^2 , ¿a cuántos decímetros cuadrados equivalen?
 - ✓ Si el volumen de un tanque es 23.000 Dm^3 , ¿a cuántos centímetros cúbicos equivalen?
 - ✓ Si la capacidad de una bolsa es de 33 l, ¿a cuántos mililitros equivalen?
 - ✓ Si la masa de un celular es de 8 g, ¿a cuántos centigramos equivalen?
- Invito al profesor a la mesa para que nos formule algunas preguntas y revise nuestros aprendizajes.

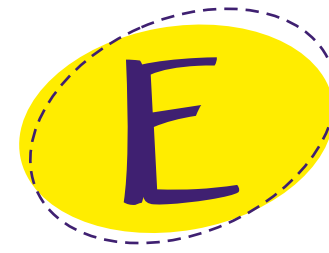


TRABAJO INDIVIDUAL

- Resuelvo las siguientes situaciones
 - a. En un hormiguero hay 4 millones de hormigas. Cada una mide 3 mm de largo. Si se colocan en fila, sin dejar ningún espacio entre ellas, ¿la longitud de la fila sería mayor o menor de 1 Km?



- b. Una cafetería consumió los tres primeros meses del año 31 KI y 9 HI de agua. ¿Cuántos litros gastó en marzo si en enero y febrero había gastado en total 21 KI y 3 HI?
- c. María es bióloga. Ha medido la cabeza, el tórax y el abdomen de una avispa. La longitud del tórax es el doble de la longitud de la cabeza y la longitud del abdomen es el triple de la longitud de la cabeza. La avispa mide 12 mm. ¿Cuánto mide cada parte de su cuerpo?
- d. Marta tiene un vaso, una botella y una jarra. La capacidad de la botella es el triple de la capacidad del vaso y la de la jarra es el doble de la capacidad de la botella. La capacidad total de los tres recipientes es 250 cl. ¿Qué capacidad tiene cada uno?
- e. La capacidad de los siguientes recipientes es la siguiente:
- ✓ ¿Cuántas jarras se pueden llenar con el agua de la botella? ¿Cuántos vasos se pueden llenar con el agua de la jarra?
 - ✓ ¿Cuántos vasos se pueden llenar con el agua de la botella?
- f. Mariana avanza un metro, aproximadamente, cada dos pasos. En un paseo ha recorrido 1 Km. ¿Cuántos pasos ha dado?
- g. Laura y Miguel nacieron el mismo año. Laura nació el 13 de febrero y Miguel el 9 de diciembre. ¿Cuántos días y semanas es mayor Laura que Miguel?
- h. Las niñas y niños de la clase de Ana han salido de excursión a las nueve de la mañana y han vuelto a las cinco de la tarde, ¿cuántas horas ha durado la excursión?, ¿cuántos minutos ha durado la excursión?, ¿cuántos segundos duró la excursión?
- i. María tiene que tomar 5 ml de jarabe cada día. El frasco de jarabe contiene 15 cl. ¿Para cuántos días tiene jarabe María?
2. Le presento mi trabajo al profesor y le solicito valorar el desarrollo de las actividades.



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Consultamos la historia de las diferentes unidades de medida de las diferentes magnitudes.
2. Consultamos diferentes instrumentos que se utilizan para medir las diferentes magnitudes.
3. Preparamos una presentación para hacerla en clase.

Evaluación por competencias

1. Fabián da un paseo en bicicleta y recorre 4,2 Km. ¿Cuántos metros ha recorrido?

A. 4.200 Dm
B. 4.200 m
C. 4.200 dm
D. 4.200 cm

1

2. Si el metro cuadrado de un terreno vale \$20.000. ¿Cuánto dinero se necesita para comprar un terreno de 2.500 dm²?

A. \$ 250.000
B. \$ 500.000.000
C. \$ 250.000.000
D. \$ 500.000

2

3. Un patio tiene 25 filas de baldosas con 37 baldosas cada una. Cada baldosa mide 25 cm². ¿Cuál es el área del patio?

A. 23.125 cm²
B. 23.125 m²
C. 25.000 cm²
D. 25.000 m²

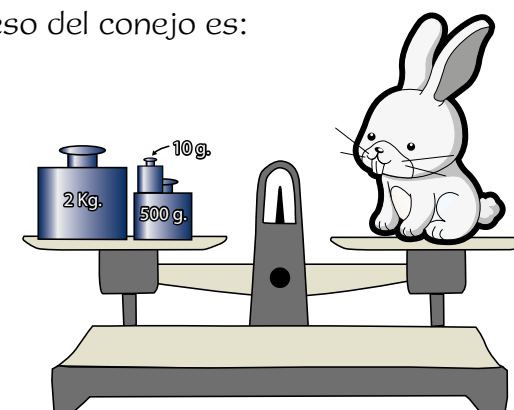
3

4. El pulso promedio de una persona es de 60 pulsaciones por segundo. En una hora, ¿cuántas pulsaciones se tienen?

A. 21.600 pulsaciones.
B. 216 pulsaciones.
C. 216.000 pulsaciones.
D. 216 pulsaciones.

4

5. El peso del conejo es:



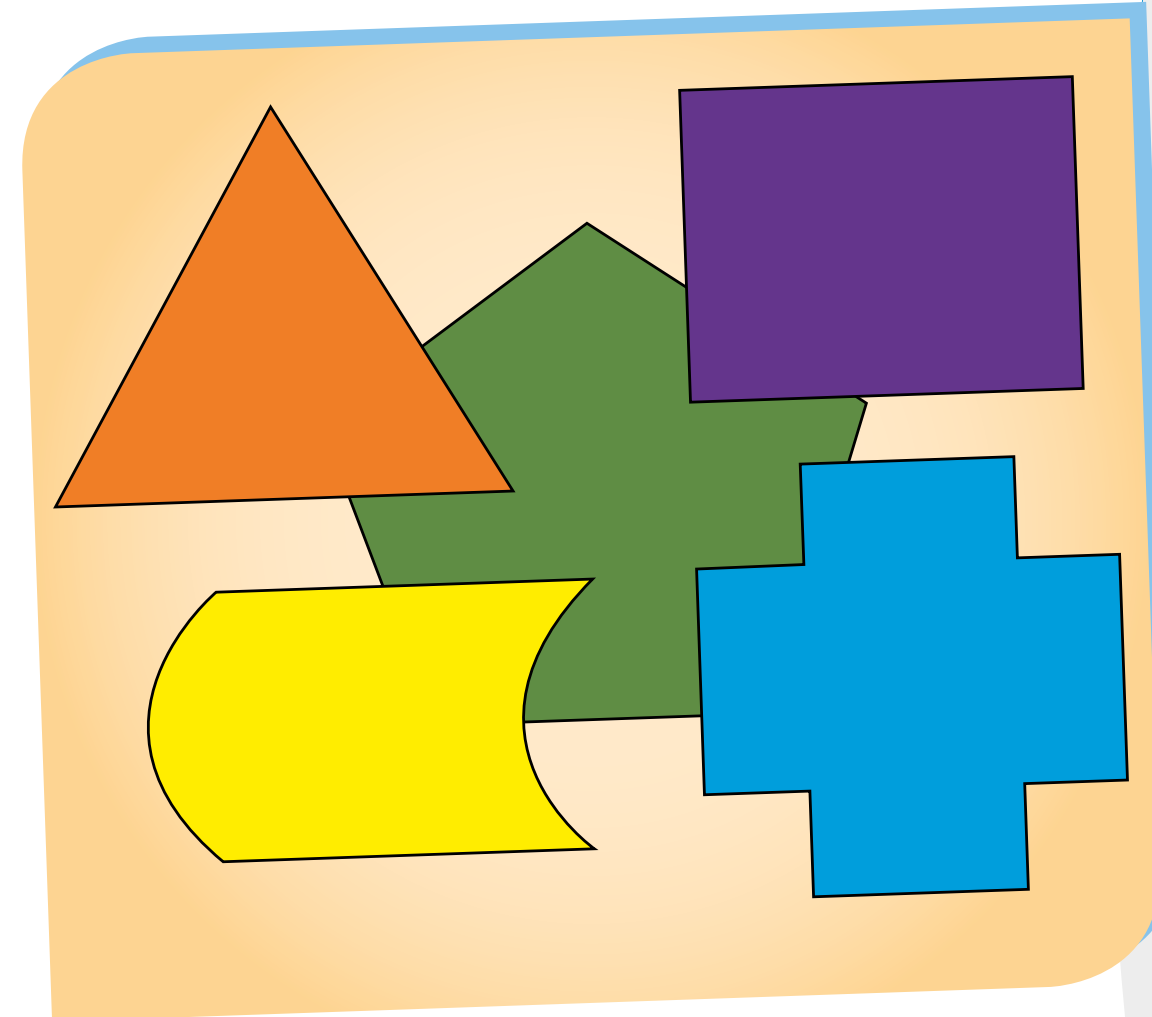
A. 260 kilogramos.
B. 2 kilogramos.
C. 2.600 gramos.
D. 2.510 gramos.

5

Glosario

- **Estimación:** Aprecio y valor que se le da a algo.
- **Medida:** Cualidad numérica asignada a un objeto determinado.
- **Medidas no paramétricas:** Son medidas que no se basan en ningún parámetro en especial, como el uso de las partes del cuerpo como instrumento de medida.
- **Sistema métrico decimal:** Sistema de pesas y medidas que tiene por base el metro y en el cual las unidades de una misma naturaleza son 10, 100, 1.000, 10.000 veces mayores o menores que la unidad principal de cada clase.
- **Sistema sexagesimal:** Es el sistema de numeración de base 60 y se emplea para las medidas de tiempo.

Guía 5



Clasificación de los polígonos

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica y clasifica polígonos de acuerdo con sus propiedades.

Procedimental

Resuelve problemas que involucren los polígonos y sus propiedades.

Actitudinal

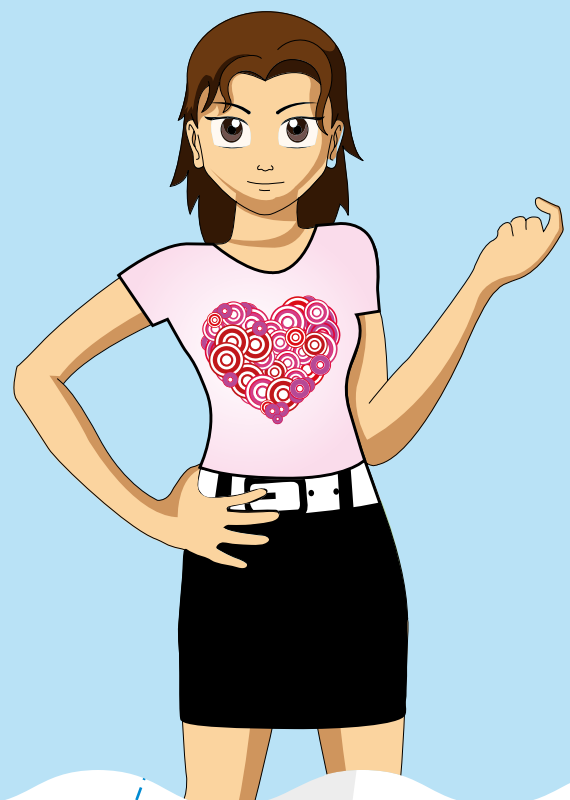
Coopera con los otros para desarrollar eficientemente las actividades propuestas.

A

Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Algunos elementos de la naturaleza se asocian a figuras que se emplean en geometría. Observo y determino las figuras geométricas que se identifican en cada imagen. ¿A cuáles formas geométricas se asemejan?



2. Dibujo las formas geométricas que se asocian a estos elementos de la naturaleza.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Comparamos nuestras respuestas.
4. Dibujamos seis elementos de la naturaleza que conozcamos que se asocian a algunas figuras geométricas.
5. Realizamos una lista de las figuras geométricas que se identificaron con mayor regularidad.

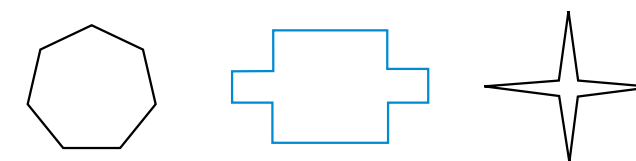
BC

Fundamentación Científica y Ejercitación

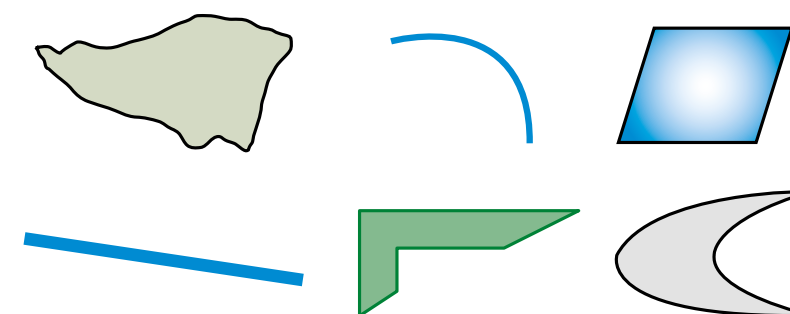
TRABAJO EN EQUIPO

1. El siguiente texto se refiere a los polígonos, consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes.

Un **polígono** es una figura cerrada formada por segmentos de recta.

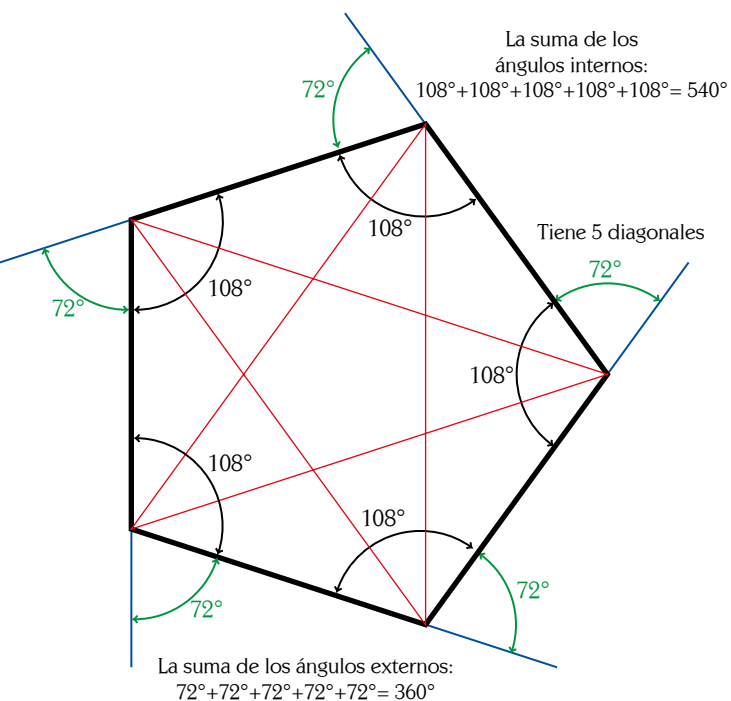


- a. Señalamos en las siguientes formas, cuáles de ellas son polígonos. Las dibujamos en el cuaderno:



Propiedades de los polígonos

- ✓ Cada ángulo interno tiene un ángulo externo que forman un ángulo llano.
- ✓ La suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono es constante.
- ✓ Cada polígono puede determinar diagonales.
- ✓ El valor de la suma de los ángulos internos de un polígono a otro varía cada 180° . En el caso de los triángulos, siempre da 180° , en los cuadriláteros da 360° , en los pentágonos 540° y así sucesivamente.



Los polígonos tienen diferentes formas de clasificarse, una de ellas es de acuerdo con el número de lados y de allí toman su nombre.

Los nombres de los polígonos vienen de raíces griegas cuyo prefijo se relaciona con la cantidad y el sufijo con la palabra **gono** que significa lados o ángulos.

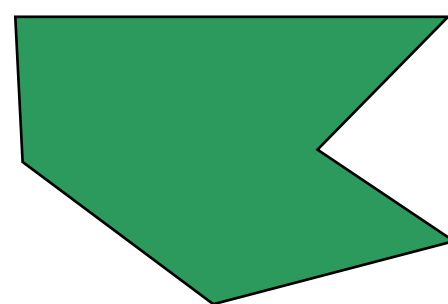
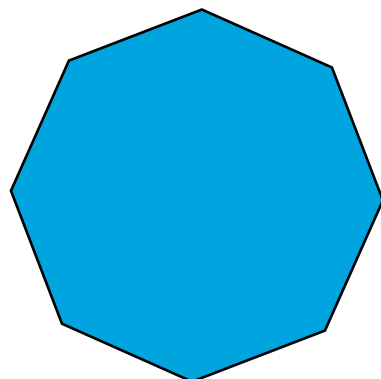
No. de lados	Nombre	Etimología del prefijo
3	Triángulo	Tri: tres
4	Cuadrilátero	Cuadri: cuatro
5	Pentágono	Penta: cinco
6	Hexágono	Hexa: seis
7	Heptágono	Hepta: siete
8	Octágono	Octa: ocho
9	Eneágono	Enea: nueve
10	Decágono	Deca: diez
11	Endecágono	Endeca: once
12	Dodecágono	Dodeca: doce
13	Tridecágono	Trideca: trece
14	Tetradecágono	Tetradeca: catorce
15	Pentadecágono	Pentadeca: quince

2. Dibujamos un decágono, un pentadecágono y un hexágono

Los polígonos también se clasifican de acuerdo con la forma de sus ángulos: **cóncavos** y **convexos**.

Un polígono es **convexo**, si todos sus ángulos son menores de un ángulo llano o de 180° . Y un polígono es **cóncavo**, si uno o más de sus ángulos es mayor a un llano o 180° .

Polígono convexo



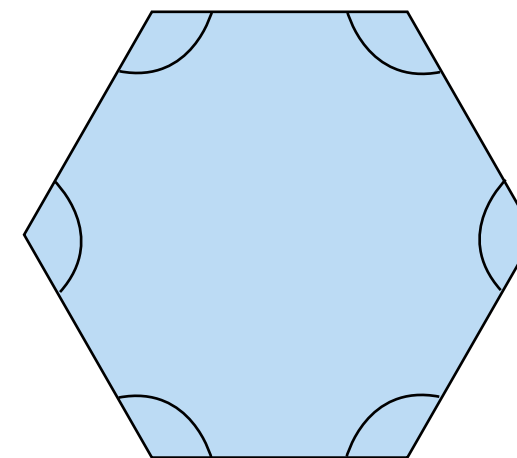
Polígono cóncavo

3. Solicitamos al profesor, nos enseñe a usar el transportador; dicho elemento nos servirá para medir los ángulos de los polígonos.

- a. Dibujamos, empleando la regla, dos polígonos cóncavos y dos polígonos convexos. Comprobamos los ángulos midiendo con el transportador:

Otra forma de clasificar los polígonos es de acuerdo con la congruencia de las medidas de sus ángulos en **equiángulos** y **no equiángulos**.

Se llama **equiángulo** debido a que todos sus ángulos internos miden lo mismo y los **no equiángulos**, cuando sus ángulos no miden lo mismo.

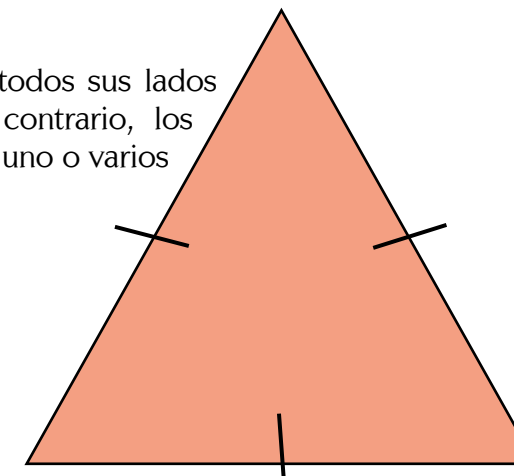


4. Medimos con el transportador los ángulos internos de este polígono y determino si es un polígono equiángulo o no.

De acuerdo con la medida de sus lados, los polígonos se clasifican en **equiláteros** y **no equiláteros**.

Los polígonos **equiláteros** tiene todos sus lados de la misma longitud; por el contrario, los polígonos **no equiláteros** poseen uno o varios lados de diferente longitud.

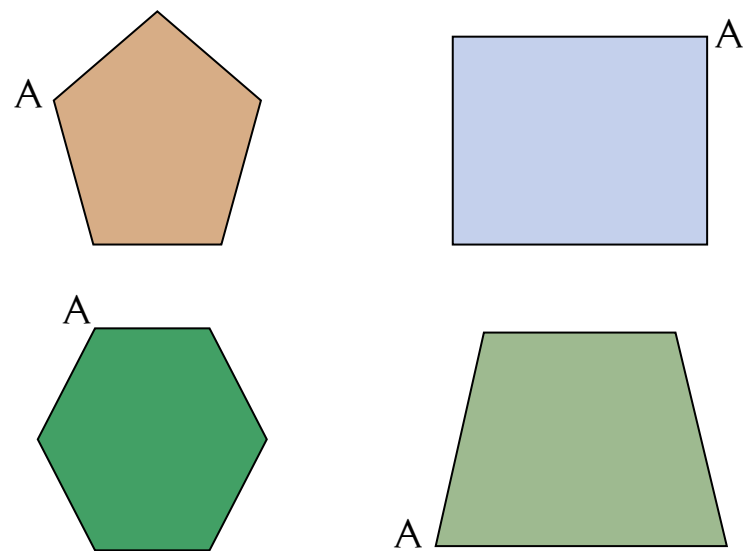
Triángulo equilátero:
los tres lados son iguales.



Teniendo en cuenta algunas de los criterios de clasificación anteriormente descritos, podemos decir que pueden haber polígonos **regulares** e **irregulares**.

Se llaman **polígonos regulares** aquellos que son equiláteros y equiángulos y **polígonos irregulares** aquellos que no cumplen una o ambas (no equilátero o no equiángulo).

- 5. Dibujamos empleando la regla y el transportador; 3 polígonos regulares y 3 polígonos irregulares.
- 6. A partir de las siguientes figuras respondemos en el cuaderno:



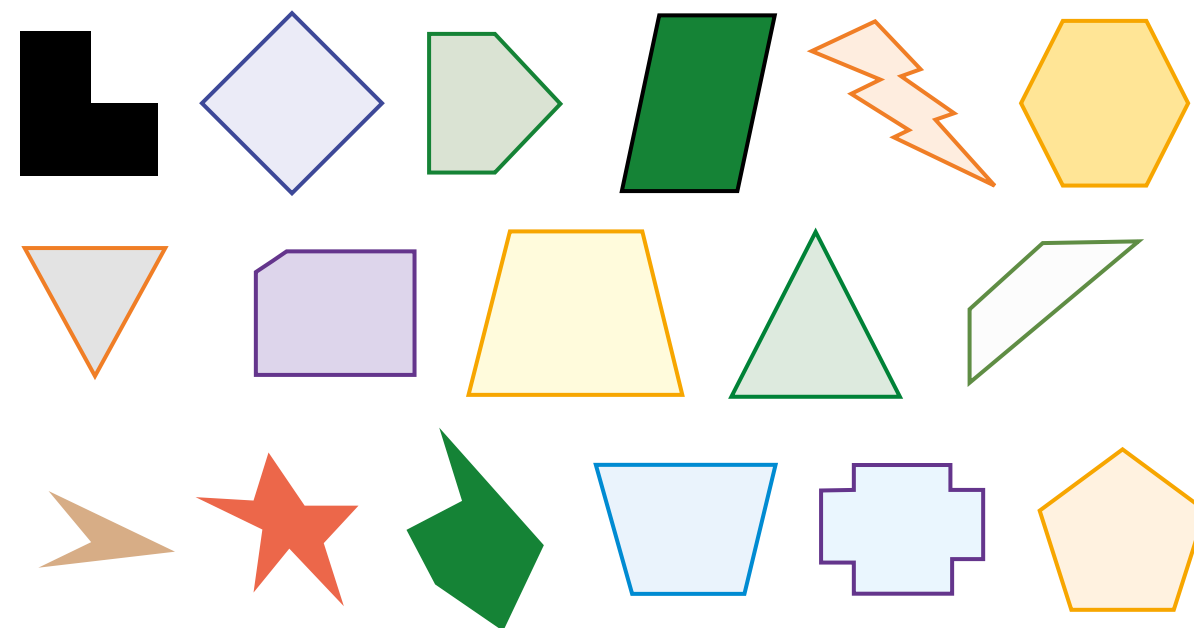
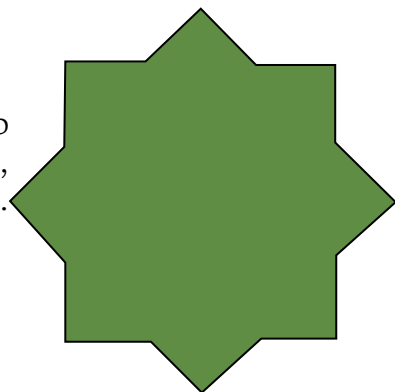
- a. Señalamos las diagonales del vértice A de cada polígono.
- b. Medimos los ángulos internos de cada polígono.
- c. Medimos los lados de cada polígono.
- d. Medimos los ángulos externos de cada polígono.

D Aplicación

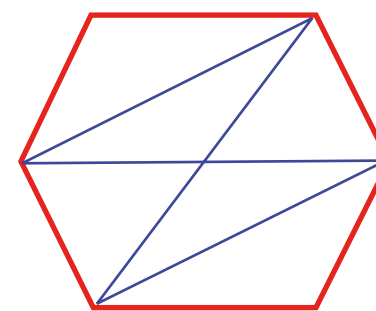
TRABAJO INDIVIDUAL

- 1. Doy el nombre a cada uno de los siguientes polígonos y los clasifico de acuerdo con el número de lados y medidas de sus lados y ángulos.

Ejemplo:
 Polígono de 16 lados, llamado hexadecágono. Es: equilátero, cóncavo, irregular y no equiángulo.



- 2. Dibujo los siguientes polígonos atendiendo las orientaciones dadas:
 - a. Un pentágono que todos sus ángulos internos sean iguales.
 - b. Un cuadrilátero que sea equilátero.
 - c. Un heptágono convexo y equilátero.
 - d. Un decágono cóncavo.
 - e. Un polígono convexo de siete lados y traza sus diagonales.
- 3. Repito esta figura 2 veces y coloreo en cada caso:



- a. Todos los triángulos.
- b. Cinco cuadriláteros distintos.

TRABAJO EN EQUIPO

- 4. Utilizando el geoplano, construimos los siguientes polígonos y luego los dibujamos en el cuaderno:
 - a. Cinco polígonos regulares.
 - b. Un triángulo equilátero.
 - c. Construimos 4 cuadrados de 1, 2, 3 y 5 unidades de lado.

5. Observamos las siguientes imágenes que se llaman molas y son propias del arte indígena cuna que habitan en algunas regiones de Colombia y Panamá. Describimos los polígonos que las conforman:



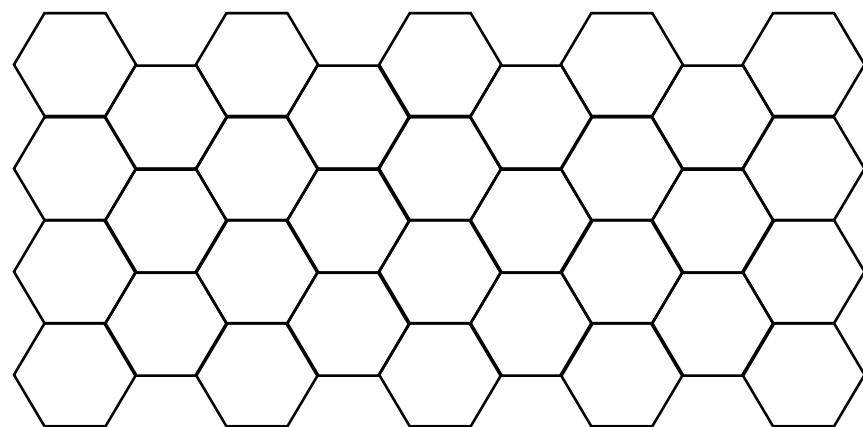
<http://rupestreweb.tripod.com/chaman.html>



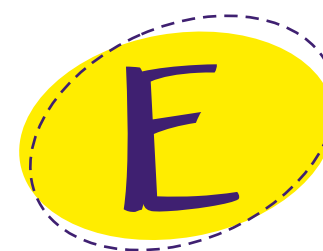
<http://s47.radikal.ru/i116/1111/5b/dac72ab94575.jpg>

TRABAJO EN PAREJAS

6. Recubrir un espacio con figuras geométricas es una práctica del hombre. Elaboremos en cartulina un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono regular. Por cada uno construyamos un mosaico en un cuarto de cartulina, así como se muestra en la figura.



7. Decoramos de manera creativa cada uno de los mosaicos realizados para exponerlos ante los compañeros y el profesor:



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Algunas clases de polígonos tienen clasificaciones especiales. Leemos y consignamos en el cuaderno la siguiente lectura, posteriormente, realizamos los dibujos correspondientes: Los triángulos también se clasifican atendiendo a la longitud de sus lados y a sus ángulos.

Según sus lados existen tres tipos de triángulos:

- ✓ **Equiláteros:** Son los que tienen sus 3 lados de la misma medida.
 - ✓ **Isósceles:** Son los que tienen 2 lados de la misma medida.
 - ✓ **Escalenos:** Todos sus lados de diferente longitud.
- a. Dibujemos un triángulo equilátero, un triángulo isósceles y un triángulo escaleno.

Según sus ángulos existen tres tipos de triángulos:

- ✓ **Rectángulos:** Son los que tienen un ángulo recto; es decir, mide 90° .
 - ✓ **Acutángulos:** Son los que tienen sus 3 ángulos agudos; es decir, miden menos de 90° .
 - ✓ **Obtusángulos:** Son los que tienen un ángulo obtuso; es decir, mide más de 90° .
- b. Dibujamos en cada uno de los cuadernos, un triángulo rectángulo, un triángulo acutángulo y un triángulo obtusángulo.

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados y se clasifican por el paralelismo de sus lados.

Cuando los lados son paralelos dos a dos se llaman **paralelogramos**. Encontramos los cuadrados, los rectángulos, los rombos y los romboides.

Cuando sólo tiene dos lados paralelos se llaman **trapeacios**. Encontramos los trapeacios rectangulares, trapeacios isósceles y trapeacios escalenos.

Cuando no tienen ningún lado paralelo a otro se llama *trapezoides*.

- c. Atendiendo a estos aspectos, observemos los siguientes cuadriláteros, dibujémoslos en el cuaderno empleando una regla y describamos sus características y clasifiquémoslos:



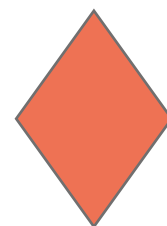
Trapezio



Paralelogramo



Rectángulo



Rombo



Cuadrado



Evaluación por competencias

1. Una de las propiedades de los polígonos es:

- A. Tiene la suma de ángulos externos constante.
- B. Se clasifican según la longitud de sus lados.
- C. Son figuras cerradas.
- D. Todos son convexos.

1

2. Una de las propiedades de las diagonales del rectángulo es:

- A. Tienen igual longitud.
- B. Son paralelas.
- C. Forman el mismo ángulo.
- D. Se determina sólo una.

2

3. De acuerdo con las características de los cuadriláteros, el rombo es:

- A. Cuadrado.
- B. Rectángulo.
- C. Paralelogramo.
- D. Trapecio.

3

4. El cuadrilátero que tiene todos sus lados opuestos congruentes es:

- A. Rombo.
- B. Cometa.
- C. Romboide.
- D. Trapecio.

4

5. Los cuadriláteros se clasifican por:

- A. La longitud de sus lados.
- B. La medida de sus ángulos.
- C. El paralelismo.
- D. La perpendicularidad.

5

Glosario

- **Congruencia:** Expresión algebraica que manifiesta la igualdad de los restos de las divisiones de dos números congruentes por su módulo y que suele representarse con tres rayas horizontales (\equiv) puestas entre dichos números.
- **Polígono cóncavo:** Espacio de un plano limitado por líneas rectas que se dirigen hacia adentro de la figura.
- **Polígono convexo:** Espacio de un plano limitado por líneas rectas que se dirigen hacia afuera de la figura.



Población y muestra

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica la relación entre un conjunto de datos y su representación.

Procedimental

Identifica en los datos la población y la muestra.

Actitudinal

Reconoce la importancia de utilizar fuentes confiables para obtener información.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. En mi cuaderno determino la cantidad de mis compañeros de clase que cumplen alguno de los siguientes rasgos característicos que se muestran en la tabla:

Características	Rasgos característicos
Edad	10- 12 años, 13-15 años, 16 o más.
Género	Masculino, femenino.
Estatura	Contabilizar para los siguientes tres intervalos: 1,20 m. - 1,40 m.; 1,41 m. - 160 m y 1,61 m. o más.
Barrio o comuna donde viven	Según la organización de su municipio, por ejemplo, en Manizales se organizan en comunas.
Número de miembros de su familia	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más
Pertenece a redes sociales	Facebook, twitter, hi5, otros.
Deportes que practica	Fútbol, baloncesto, voleibol, atletismo, otros.
Materias que más les gusta	Matemáticas, ciencias sociales, español, ciencias naturales, educación física, religión, artes, tecnología, informática, inglés u optativas.
Materias que menos les gusta	Matemáticas, ciencias sociales, español, ciencias naturales, educación física, religión, artes, tecnología, informática, inglés u optativas.

2. De acuerdo a la información recogida presento por escrito:
 - a. Escribo una lista de los rasgos característicos con más cantidad entre compañeros de clase.
 - b. Elaboro un párrafo con las características que más representan a mis compañeros de clase.
 - c. Escribo una lista de los rasgos característicos que menos cantidad presentan mis compañeros de clase.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Comparamos los resultados del trabajo individual.



Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Le solicitamos a un compañero dar lectura al siguiente texto y registramos por escrito los conceptos más importantes.

Para realizar cualquier estudio de un fenómeno en estadística es muy importante definir la población o la muestra para reconocer en ellos qué es lo que se va estudiar.

Población:

Es el conjunto de medidas o el recuento de todos los elementos que tienen ciertas características en común. Los elementos que integran la población pueden corresponder a personas, establecimientos comerciales, servicios públicos, animales, objetos o cosas.

Existe la población finita o infinita. Es una **población finita** cuando el número de elementos que la compone es limitado; **infinita** cuando el número es ilimitado.

Ejemplos:

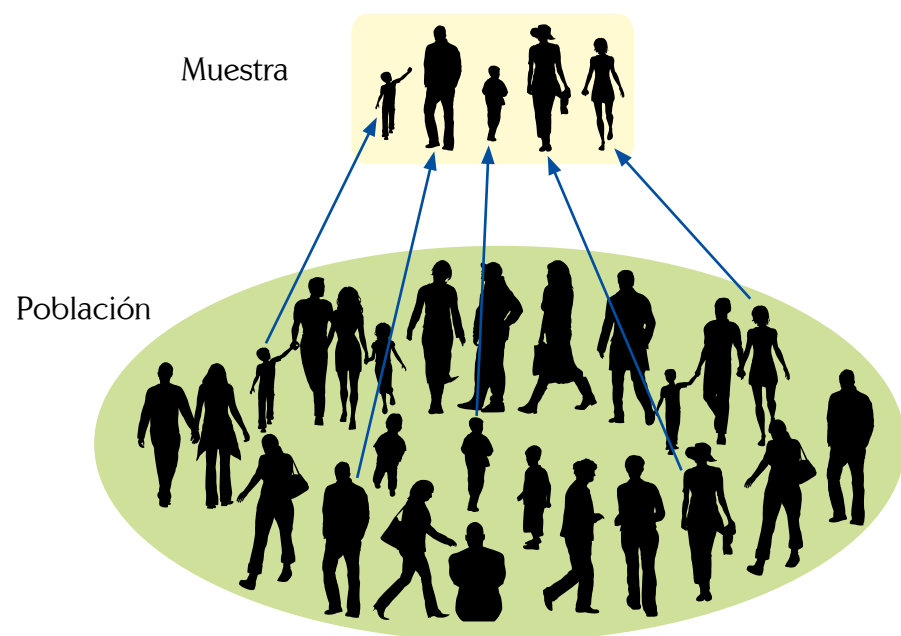
El conjunto de habitantes de Colombia, los estudiantes del municipio, los animales que habitan la región Andina, las empresas de un país, los productos de una empresa, entre otros.

El conjunto de todos los estudiantes del Colegio Antonio Ricaurte, conforman la *población* de esta institución educativa.



Muestra:

Es un subconjunto de la población, es decir, es un conjunto de medidas o el recuento de una parte de los elementos pertenecientes de una población. Los elementos se seleccionan al azar y que sean representativos para poder generalizar los resultados a la población.



De las poblaciones anteriores, se pueden considerar las siguientes muestras:

- Son muestras del Colegio Antonio Ricaurte, el grado 6^ºb, el grado 11 o el grado 3 de primaria, porque cualquiera de estos grupos reúnen las condiciones para ser considerados estudiantes de esta institución.
- La Familia Marín Gálvez porque conserva parentesco con la gran Familia Marín, porque con respecto a los demás pueden ser primos, hermanos, cuñados.
- El grupo de animales como el león, el tigre y el leopardo son una muestra del grupo de los animales salvajes.
- Del grupo de 601 se puede considerar como muestra, todos los integrantes de mi mesa de trabajo.

Sin embargo, existen diferentes *técnicas de muestreo* para seleccionar una muestra al azar como las siguientes:

- Muestreo probabilístico o aleatorio**
Es aquel en el que cualquiera de los miembros de la población tienen la misma probabilidad de ser seleccionado para la muestra.

Ejemplo:

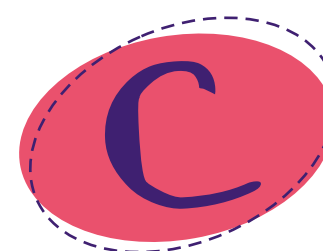
Si la Secretaría de Educación solicita una muestra de los estudiantes del Colegio Antonio Ricaurte, cualquiera de ellos tendría la misma probabilidad de ser seleccionado.

- Muestreo intencional o no probabilístico**

Es el que determina la persona que selecciona la muestra, porque considera que puede ser más representativa de la población.

Ejemplo:

Se selecciona a los estudiantes del consejo estudiantil como muestra representativa del Colegio Antonio Ricaurte.



Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

- Por cada situación dada contesto las preguntas:

En la Secretaría de Educación de Bogotá, se hizo una encuesta con el fin de indagar acerca de lo que piensan los estudiantes acerca de las pruebas Saber. La encuesta fue aplicada a 20.000 personas al azar.

- ¿Cuál es la población para este estudio?.
- ¿Cuál fue la muestra seleccionada?.
- ¿De qué manera se seleccionó la muestra?.

En un estudio sobre fumadores en Colombia. Se selecciona jóvenes para determinar que un 35% de los colombianos son fumadores.

- ¿Cuál fue la población para este estudio?.
- ¿Cuál fue la muestra seleccionada?.
- ¿De qué manera se seleccionó la muestra?.

- De las poblaciones relacionadas a continuación, identifico el tipo de muestra que se tendría que hacer según las condiciones del estudio.

- Sobre la participación de las familias en las actividades del colegio desde el consejo de padres.

- b. Sobre las necesidades de los estudiantes del colegio para garantizar sus derechos y deberes como personero.
- c. Sobre actividades sociales y de desarrollo que requiere mi comunidad.
- d. Sobre las empresas privadas y públicas que se relacionan con las labores del campo.
- e. Sobre el nivel de venta que tienen los negocios de mayor popularidad de mi municipio.



3. Determino qué elementos seleccionaría para que la muestra sea representativa para los siguientes casos y justifico la respuesta:
 - a. Si quisiera saber lo que les gustaría estudiar a los alumnos del colegio.
 - b. Los alimentos que más consumen las familias colombianas.
 - c. El plato preferido por los niños.
 - d. Los problemas sociales que tiene la juventud en Colombia.
 - e. El deporte que más practican los jóvenes del mundo.



4. Determino en cada caso los elementos de la población o de la muestra como la característica para el estudio.
 - a. El grupo de estudiantes con mejor rendimiento académico.
 - b. El salario del personal de una empresa textil.
 - c. Las ventas de cada uno de los departamentos de un país.
 - d. El consumo de los servicios públicos de los hogares.
5. Invito a mi profesor para socializarle el trabajo y le solicito valorar la actividad desarrollada.

D Aplicación

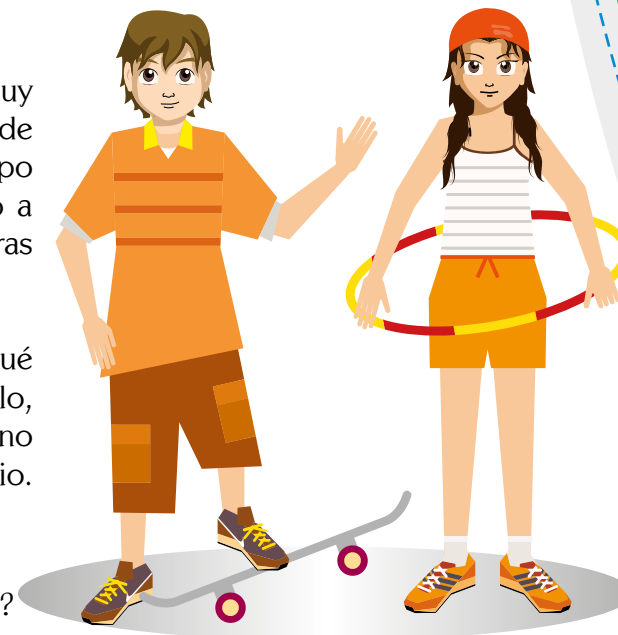
TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos con atención el siguiente caso y respondemos por escrito los interrogantes planteados.

Las directivas del Colegio se encuentran muy preocupadas porque consideran que los jóvenes de la institución, no utilizan adecuadamente su tiempo libre y que, por el contrario, están recurriendo a realizar juegos de azar, a consumir licor y a otras actividades que no son nada saludables.

El rector y los coordinadores quieren saber en qué invierten su tiempo libre los estudiantes y para ello, quieren realizar un sondeo; pero saben que no pueden hacerlo a todos los estudiantes del colegio.

- a. ¿Cuál es la población a estudiar?
- b. ¿Cómo se podría seleccionar la muestra?



2. Diseñamos el procedimiento que vamos a utilizar para seleccionar la muestra de estudiantes del colegio y le justificamos a nuestro profesor por qué este grupo es representativo de la población.

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Me dirijo a la sala de computadores y a través de Google, hallo la cantidad de elementos de las siguientes poblaciones:
 - a. El número de ciudades de Colombia.
 - b. El número de habitantes de mi municipio.

- c. El número de personas que pertenecen a la red social de Facebook en Latinoamérica.
 - d. El número de adolescentes entre 12 y 16 años que hay en Colombia.
 - e. El número de personas que viven en pobreza en Colombia.
2. De cada una de las poblaciones obtengo una muestra atendiendo las orientaciones dadas a continuación y explico en mi cuaderno por qué son esos elementos:
- a. Del número de ciudades de Colombia, selecciono una muestra de las ciudades del Eje Cafetero.
 - b. Del número de habitantes de mi municipio, selecciono las personas que tienen más de 60 años.
 - c. De las personas que pertenecen a Facebook, selecciono los que tienen nacionalidad peruana.
 - d. De las personas entre 12 y 16 años, selecciono los que hay en las ciudades capitales de la Región Andina.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Me reúno con mis compañeros y hacemos un análisis del ejercicio individual realizado y respondemos a las siguientes preguntas:
- a. Se puede considerar que Colombia es un país bastante poblado, ¿por qué?
 - b. La cantidad de municipios del Eje Cafetero y su número de habitantes nos pueden dar cuenta que nuestro país es muy poblado, ¿por qué?
 - c. El municipio al que pertenezco posee una población joven o adulta, ¿por qué?
 - d. La participación en redes sociales como Facebook es muy alta, ¿por qué?
 - e. En Colombia hay muchos jóvenes entre 12 y 16 años, ¿por qué?
 - f. ¿Qué número de personas de mi departamento viven en la pobreza con respecto a la población total de Colombia?
 - g. Se podría pensar que mi departamento es uno de los departamentos con más personas que viven en la pobreza en Colombia, ¿por qué?

Evaluación por competencias

Con el siguiente enunciado doy respuesta a las preguntas 1 y 2.

En la Secretaría de Salud Pública del municipio de Linares, se hizo un estudio sobre la influencia de la contaminación ambiental en el crecimiento y en la salud de la población infantil. El hospital municipal lleva un registro cuidadoso de los pacientes que atiende, la Secretaría considera que la población infantil que asiste al hospital no conforma una muestra representativa.

Decide entonces, seleccionar una muestra compuesta por 500 niños de uno a seis años de edad, pertenecientes a familias de distintos niveles socioeconómicos, que habitan los diferentes barrios del municipio.

1. En la situación anterior, la población es:

- A. 500 niños.
- B. Los niños de 1 a 6 años de edad.
- C. Los pacientes que atienden en el hospital municipal.
- D. Los niños de 1 a 6 años de estratos socioeconómicos bajos.

1

2. En la situación anterior, la muestra esta constituida por:

- A. 500 niños de 1 a 6 años de edad.
- B. 500 pacientes que atiende el hospital municipal.
- C. Los niños de 1 a 6 años que atienden en el hospital.
- D. 500 niños de estratos socioeconómicos bajos.

2

Información para contestar la pregunta 3

La empresa automotriz Renault, quiere hacer un estudio de mercado para reconocer los diferentes tipos de carros que circulan en la ciudad. Para saberlo se ubican distintos puestos de observación en algunos lugares de la ciudad. La observación se hizo sobre 1.000 automóviles que fueron los que circularon ese día y se analizan las siguientes características: marca, modelo, color; cantidad de puertas y velocidad alcanzada al pasar por dichos puestos.

3. ¿Cuál es el tamaño de la población y muestra?

- A. No se reconoce en el texto.
- B. La población y la muestra es de 1.000 carros.
- C. La muestra es de 1.000 carros.
- D. La población es de 1.000 carros.

3

4. Si se quisiera hacer un estudio en mi comunidad acerca del tipo de trabajo que desempeñan las madres cabeza de hogar; ¿cuál sería la muestra?

- A. Las madres de los estudiantes del colegio.
- B. Los esposos de las madres del barrio.
- C. Las madres de mi comunidad.
- D. Las madres del municipio.

4

5. En la finca El Edén, se tienen 87 gallinas. Para probar las ventajas de un producto alimenticio, las pesa a todas antes y después de los 30 días que dura el tratamiento. Las 87 gallinas corresponden a:

- A. La población.
- B. La muestra.
- C. La población y la muestra.
- D. Los 30 días del tratamiento.

5

Glosario

- **Características:** Dicho de una cualidad: que da carácter o sirve para distinguir a alguien o algo de sus semejantes.
- **Muestreo:** Selección de una pequeña parte estadísticamente determinada, utilizada para inferir el valor de una o varias características del conjunto.

Bibliografía

- Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Diccionario de la lengua española. Recuperado de <http://www.rae.es>.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Martín, Malena (2011, 6 de agosto). Historia de nuestros números [web log post]. Recuperado de <http://aprendiendomatematicas.com/bachillerato/historia-de-nuestros-numeros-i/>.
- Impact Mathematics course 2. MacGraw Hill Companies. Recuperado de http://www2.lhric.org/poCantico/math/Course_2/chap02-s.pdf.
- Pujadas M., Eguiluz L. (2000). *Fracciones ¿un quebradero de cabeza? Sugerencias para el aula*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Unidad 2



Los números naturales, los números enteros y sus propiedades, nos ayudan a resolver problemas

1. Estándares:

- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
- Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones,

reflexiones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

2. Competencia:

- Analizo, interpreto y propongo situaciones que involucren los números naturales, los números enteros, haciendo prácticas algunas relaciones geométricas y estadísticas para la resolución de problemas.

Guía 1



Algunas propiedades de los números naturales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica algunas propiedades de las operaciones de los números naturales para resolver situaciones problema.

Procedimental

Formula situaciones problema en donde se pueden aplicar las propiedades de los números naturales.

Actitudinal

Asume roles, responsabilidades y compromisos acordes a sus capacidades y a las necesidades del equipo.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Escribo cinco números mayores que 10 y menores que 100, y respondo con cada uno de ellos, las siguientes preguntas:
 - a. ¿Es un número par o impar?, ¿por qué?
 - b. ¿Es un número primo?, ¿por qué?
 - c. Escribo tres operaciones distintas cuyo resultado sea el número pensado.
2. Completo el siguiente cuadrado con los números del 1 al 9 de tal forma que al sumar cada fila, cada columna y cada diagonal dé como resultado **15**:

	5	

3. Reflexiono:
 - a. ¿Qué propiedades reconozco que se usaron en los dos ejercicios anteriores sobre los números naturales?
 - b. ¿Cuáles propiedades de la adición se requieren para resolver el cuadrado mágico?

TRABAJO EN EQUIPO

4. En grupos de a tres compañeros, realizamos las siguientes acciones matemáticas, teniendo en cuenta que cada uno cumple una de las siguientes funciones:
 - ✓ Uno es el líder
 - ✓ Uno es el moderador del equipo.
 - ✓ Otro de los compañeros debe conseguir y recoger los materiales que se van a emplear.

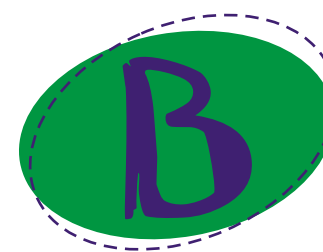
Los materiales para trabajar en esta actividad son los siguientes: cada uno de los integrantes trae 50 tapas o tarjetas y 10 bolsas de plástico. Se realizarán las siguientes actividades:

- a. En cada bolsa se introducen las siguientes tapas o fichas: 34, 15, 30, 6 y 2. Las clasificamos en:
 - ✓ Bolsas que tienen una cantidad de objetos par.
 - ✓ Bolsas que tienen una cantidad de objetos impar.
 - ✓ Bolsas que tienen cantidades que son divisores de 2 y de 6.
 - ✓ Bolsas que tienen cantidades que son múltiplos de 2 y de 3.
- b. Cada una de las cantidades anteriores forman parte de una operación y las escribimos. Encontramos los resultados realizando acciones con el material.
- c. Un grupo estableció las siguientes operaciones con las cantidades de las bolsas. Las resolvemos con el material:

$$34 + 15 \quad 15 + 34 \quad 6 - 2 \quad 2 - 6$$

$$6 \times 2 \quad 2 \times 6 \quad 30 \div 15 \quad 15 \div 30$$

$$34 \div 15 \quad (30 \div 6) - 2 \quad 30 \div (6 - 2)$$
- d. Anotamos en el cuaderno, de manera gráfica y con números, lo que se realizó con el material.
- e. Le solicitamos al moderador de la mesa, invite al profesor para compartir con él las acciones matemáticas realizadas.

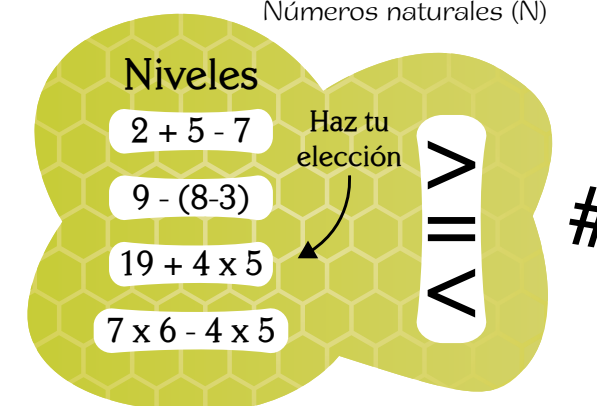


Fundamentación Científica

¡Opera y compara!
Números naturales (N)

TRABAJO EN EQUIPO

1. Respondemos de acuerdo a la imagen:
 - a. ¿Qué operaciones están representadas?

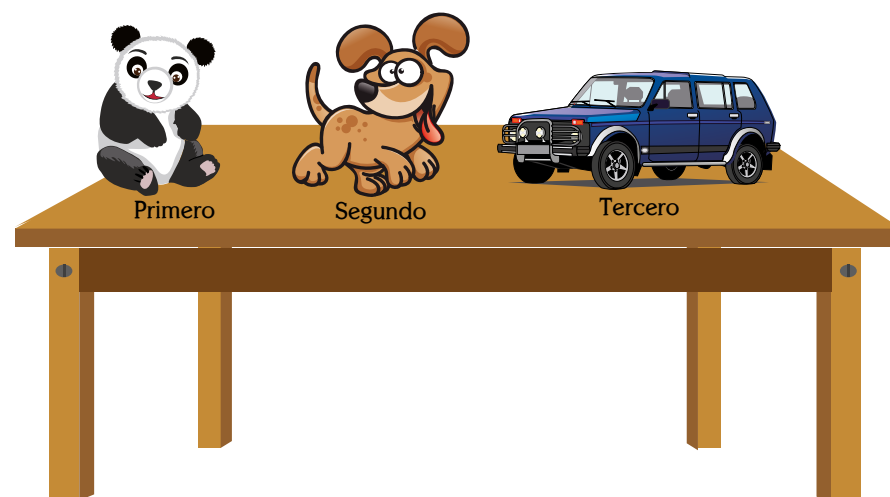


- b. Cada uno por aparte, resuelve y compara resultados, ¿todos obtuvimos los mismos resultados? y ¿para qué sirven los paréntesis?
2. Solicitamos a uno de los integrantes del equipo que haga la lectura del siguiente texto. Luego, consignamos en el cuaderno.

Los números naturales son cualquier sistema de “objetos” (símbolos, marcas, materiales concretos, palabras), que se usan para dar cuenta de cuántos elementos hay en un grupo o colección y para establecer un orden de sus elementos en el grupo o colección.

Ejemplo:

En una mesa hay tres objetos, el perro se encuentra en segundo lugar, lo antecede el oso y lo precede el carro.



Se dice que el conjunto de los números naturales cumple con las siguientes propiedades:

- ✓ A cada número natural le corresponde otro que se llama su siguiente o sucesor.
 - ✓ Existe un primer elemento 0, que no es sucesor de ningún otro número.
 - ✓ Dos números distintos de los números naturales no pueden tener el mismo sucesor.
3. De acuerdo con la lectura anterior; respondemos las siguientes preguntas:
- a. ¿Cuáles son las propiedades que cumplen los números naturales?
 - b. Determinemos qué números son naturales. Argumentemos nuestra respuesta desde las propiedades.

$$\begin{array}{ccc} -28 & 891 & \frac{5}{567} \\ 4.288 & \frac{3}{8} & -6 \end{array}$$

4. Solicitamos la presencia del profesor para que verifique las respuestas y nos dé su orientación si la requerimos.

Los números naturales también poseen otras propiedades

5. Hacemos lectura del siguiente texto y consignamosla en el cuaderno.

Otra propiedad de los números naturales

El orden de los *números naturales* significa que si comparamos dos números, podemos utilizar uno de los siguientes enunciados: si son iguales (se simboliza: =), si uno de ellos es mayor (se simboliza: >) o si uno de ellos es menor (se simboliza: <).

Por ejemplo,

487	>	329	Se lee: 487 es mayor que 329.
520	=	520	Se lee: 520 es igual a 520.
6.543	<	9.600	Se lee: 6.543 es menor que 9.600.

Otra propiedad de los números naturales es ser par o impar

Ser par e impar significa que si al agrupar en parejas las unidades que forman determinada cantidad y no sobra ninguna de ellas, podemos afirmar que el número es par, también podríamos decir que al dividir cualquier cantidad entre 2, el residuo es 0.

Pero si al agrupar en parejas las unidades que conforman determinada cantidad, sobran unidades, entonces decimos que el número es impar o lo que es lo mismo si al dividir una cantidad entre 2 hay residuo.

6. Señalamos con una X los números pares y encerramos en un círculo los números impares:

$$\begin{array}{ccc} 2.485 & 320 & 12 \\ 10.403 & 65.891 & 1.000.000 \end{array}$$

7. Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división poseen algunas propiedades, leemos atentamente:

Las operaciones adición o multiplicación cumplen propiedades, veamos:

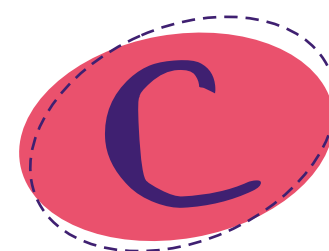


Propiedad	Operación Adición	Operación Multiplicación
CLAUSURATIVA	Al sumar dos números naturales, el resultado es un número natural. Ejemplo: 2 y 3 son números naturales al sumarlos, también el resultado 5 es un número natural.	Al multiplicar dos números naturales, el producto es un número natural. Ejemplo: 2 y 8 son números naturales al multiplicarlos, también el resultado 16 es un número natural.
CONMUTATIVA	No importa el orden de los sumandos, siempre da el mismo resultado. Ejemplo: $2 + 3$ es lo mismo que $3 + 2$	No importa el orden de los factores, siempre da el mismo producto. Ejemplo: 2×8 es lo mismo que 8×2
ASOCIATIVA	Si se tiene más de dos sumandos, se pueden agrupar de diferentes formas, y no se altera el resultado. Ejemplo : Si se tiene $4 + 5 + 6$, puedo resolverlo como: $(4 + 5) + 6$ agrupo los dos primeros , los sumo y al resultado le agrego 6. $4 + (5 + 6)$ agrupo los dos últimos, los sumo y al resultado le sumo 4.	Si se tiene más de dos factores, se pueden agrupar de diferentes formas, y no se altera el producto Ejemplo : Si se tiene $4 \times 3 \times 2$, puedo resolverlo como: $(4 \times 3) \times 2$ agrupo los dos primeros, los multiplico y el resultado lo multiplico por 2. $4 \times (3 \times 2)$ agrupo los dos últimos, los multiplico y al resultado le multiplico 4.
MODULATIVA	Si se suma un número con el cero, el resultado es el mismo número. Ejemplo: $5 + 0 = 5$	Si se multiplica un número con el uno, el resultado es el mismo número. Ejemplo: $4 \times 1 = 4$

8. De las propiedades anteriores, ¿cuáles se cumplen en la sustracción y división?, ¿son las mismas propiedades de la adición y multiplicación?. Argumentamos nuestra respuesta.

9. Escribimos las propiedades que se aplican en los siguientes ejercicios y hallamos el resultado:

$2 + (5 + 6)$ $3 \times (4 \times 7)$ $4 + (8 - 3)$ $6 \div (9 - 7)$



Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Resolvamos los siguientes problemas:

- Si queremos construir una piscina rectangular en el patio de nuestra casa que mida 5 metros por un lado y 15 metros por el otro: ¿cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué? Dibujamos las formas que pueda tener la piscina a escala: 1 cm representa 5 m.
- Si fuésemos a repartir 25 dulces entre 3 personas, ¿cuántos dulces tendría cada una?. ¿Cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué?
- Si queremos formar grupos de trabajo con 30 estudiantes en el salón. ¿De cuántas maneras distintas podemos formar los grupos? ¿Cuáles de las propiedades se aplican?, ¿por qué?

TRABAJO INDIVIDUAL

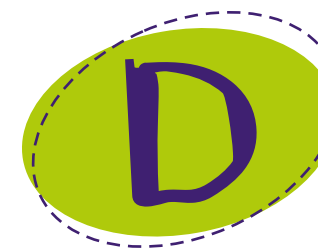
Resuelvo las siguientes situaciones

2. Según la siguiente tabla acerca de los inventos tecnológicos. Escribo en el cuaderno de manera cronológica cada uno de ellos, de acuerdo con el año en que ocurrieron.

Algunos inventos tecnológicos del siglo XIX y XX	Año
Casete compacto	1963
Ipod	2001
Telégrafo	1833
Celular	1939
Computador ENIAC	1943

- Organizo los inventos tecnológicos que se mencionan en la tabla anterior; de acuerdo con el año en que ocurrieron.
- ¿Cuál fue el último invento realizado?
- ¿Cuál fue el cuarto invento ocurrido?

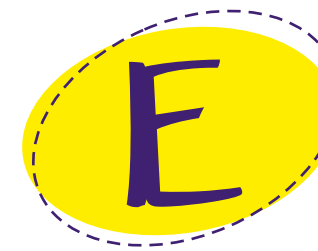
- d. ¿Cuáles inventos pertenecen al siglo XX?
- e. ¿Entre qué años ocurrieron los inventos aquí descritos?
- f. ¿Cuántos años han transcurrido entre el primer invento y el último?
- g. Trazo una recta numérica, ubico en ella los años de los inventos de la tabla.
3. Resuelvo las siguientes situaciones:
- Un objeto **A** pesa 18 kilos y un objeto **B** pesa tres veces menos que el objeto **A**. ¿Cuánto pesa el objeto **B**?
 - Tengo dos billetes de \$10.000, un billete de \$2.000, un billete de \$1.000 y 500 pesos. Mi hermano tiene un billete de \$20.000, tres billetes de \$1.000, dos monedas de 200 pesos y una de 100 pesos. ¿Quién tiene más dinero?
 - Se dice que en una caja hay menos de 60 bombones. Si los contamos de 5 en 5, de 4 en 4 y de 8 en 8 siempre sobran 2 bombones ¿Cuántos bombones hay en la caja?
 - Luis ha comprado varias cajas con 6 botellas que contienen agua; pero no tiene más de 25 botellas ni menos de 20 botellas. ¿Es posible que haya comprado un total de 20 botellas?, ¿cuántas cajas de botellas ha comprado Luis?
 - Ana tiene más de 10 pero menos de 20 canicas. Si las agrupa de 2 en 2 no le sobra ninguna, y si las agrupa de 3 en 3 tampoco sobran. ¿Cuántas canicas tiene Ana?, ¿es posible encontrar otras formas de agrupar sin que sobren canicas?
 - En una carrera de atletismo, Laura llegó de octava, 3 puestos antes que Beatriz. ¿En qué puesto llegó Beatriz?
 - Para hacer un collar Miriam utilizó 25 perlas rojas, 30 perlas azules y 45 perlas verdes. Organizo 5 maneras diferentes de distribuir todas las perlas en el collar.
 - Si tengo 1.289 fichas azules en una caja y en otra tengo 1.675 fichas rojas. ¿Cuántas fichas azules tengo que agregar para tener la misma cantidad de rojas?



Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

- Escribimos los números que continúan las siguientes sucesiones numéricas:
 - 0, 3, 6, 9..... hasta llegar a 40
 - 0, 5, 10, 15..... hasta llegar a 75
 - 0, 7, 14, 21..... hasta llegar a 105
- Respondemos: ¿cuáles son las propiedades que cumplen todos los elementos de cada una de las sucesiones numéricas?



Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

- Leemos atentamente acerca de la propiedad distributiva.

Ejemplo:

Si tengo el siguiente ejercicio: $3 \times (5 + 4)$

$3 \times (5 + 4) = 3 \times (9) = 27$ el signo de multiplicación afecta las cantidades que se encuentran dentro del paréntesis.

$$(3 \times 5) + (3 \times 4) = 15 + 12 = 27$$

La propiedad distributiva es aquella en la que la suma de dos sumandos, multiplicada por un número, es igual a la suma del producto de cada sumando por ese número. De igual manera, esta propiedad puede aplicarse al combinar dos operaciones.

- Apliquemos la propiedad distributiva en los siguientes ejercicios:
 - $2 \times (3 + 11)$
 - $(8 + 41) \times 5$

- c. $(44 - 6) \times 4$
 d. $1 \times (17 - 4)$
 e. $9 \times (2 + 7)$
 f. $10 \times (3 + 8)$
 g. $(27 - 9 + 12) \div 3$
 h. $(2 \times 10) \div 5$
3. Socializamos los procedimientos que utilizamos en la actividad anterior para que todos practiquemos en forma colectiva y se aclaren nuestras dudas.

Evaluación por competencias

En las siguientes situaciones, selecciono la opción correcta e identifico la propiedad que se cumple.

1. En un corral hay gallinas y conejos, el número total de animales es 24 y el número de patas es 62. Por lo tanto hay:

- A. 7 conejos y 17 gallinas.
 B. 8 conejos y 16 gallinas.
 C. 17 conejos y 7 gallinas.
 D. 13 gallinas y ocho conejos.

1

2. Un hombre debe llevar un mensaje pasando por el desierto, el tiempo que se demora en ir y regresar por el desierto es de 9 días, el alimento que puede llevar sólo le alcanza para 12 días y el lugar a donde lleva el mensaje no hay alimento. Si son dos hombres, ¿para cuántos días le alcanza el alimento?

- A. 3 días.
 B. 9 días.
 C. 6 días.
 D. 12 días.

2

3. La distancia de mi casa a la de un amigo es de 459 metros. Salí de mi casa y ya he recorrido 197 metros. ¿Cuántos metros me faltan para llegar a la casa de mi amigo?

- A. 656 m.
 B. 459 m.
 C. 262 m.
 D. 197 m.

3

4. Al frente de cada una de las siguientes situaciones, escribo la propiedad que se cumple y la resuelvo:

Situación a resolver	Propiedad que se cumple
918×1	
$546 + 374 = 374 + 546$	
$1.204 - 0$	
463×312	
$612 \div 27$	

4

5. Determino si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribo un ejemplo que justifique mi respuesta:

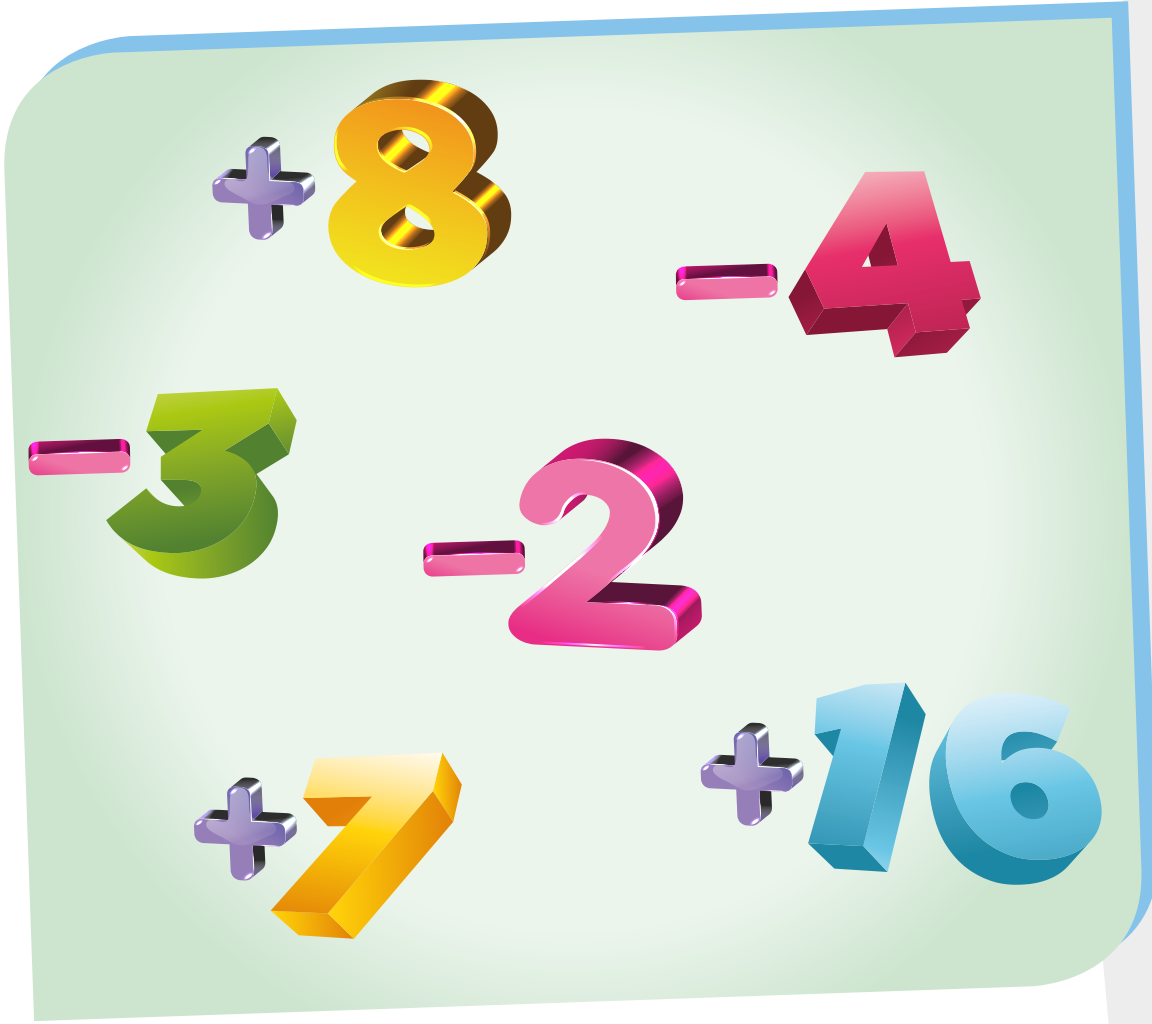
- La suma de dos números naturales da como resultado otro número natural. ()
- La propiedad asociativa se cumple en la sustracción. ()
- En las cuatro operaciones existe un elemento neutro. ()
- La propiedad distributiva se aplica para las cuatro operaciones básicas. ()

5

6. Soluciono los siguientes problemas, explicando los pasos empleados:
- Un avión recorre 1.940 Km el primer día, el segundo día 340 Km más que el día anterior y el tercer día 890 Km menos que entre los dos días anteriores. ¿Cuántos km recorrió el avión?
 - Entre 8 personas tienen que pagar por partes iguales \$20.000. Como algunas de ellas no pueden pagar, entonces a las personas restantes les corresponde cancelar un excedente de \$1.500 para pagar la deuda. ¿Cuántas personas no van a pagar?

Glosario

- **Cardinal:** Cada uno de los números naturales; p. ej., cero, diez, mil.
- **Número natural:** Cada uno de los elementos de la sucesión 0, 1, 2, 3...
- **Ordinal:** El que expresa ideas de orden o sucesión; p. ej., primero, segundo, tercero.
- **Propiedades:** Atributo o rasgo característico que poseen las operaciones aritméticas.
- **Secuencia:** Conjunto de cantidades u operaciones ordenadas de tal modo que cada una está determinada por las anteriores.



De los números relativos a los números enteros

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce algunas características de los números relativos.

Procedimental

Resuelve situaciones problema en el contexto de los números relativos.

Actitudinal

Expone sus posiciones y escucha las posiciones ajenas para dar respuesta a las situaciones matemáticas.



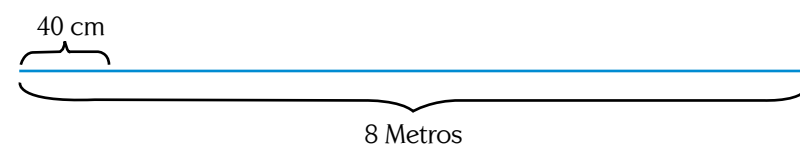
Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

- Pienso en los siguientes enunciados, los escribo en el cuaderno y los represento gráficamente:
 - Estoy a 2 km de llegar a la meta.
 - La temperatura ambiental ha subido 15°C .
 - He retrocedido 2 casillas en el juego del parqués.
 - Augusto nació en el año 63 antes de Cristo.
 - El automóvil fue inventado en 1886 después de Cristo.

TRABAJO EN EQUIPO

- Trazamos un segmento de recta en el patio del colegio o en una de las canchas, de más o menos 8 metros de largo. marcamos una unidad cada 40 cm aproximadamente.



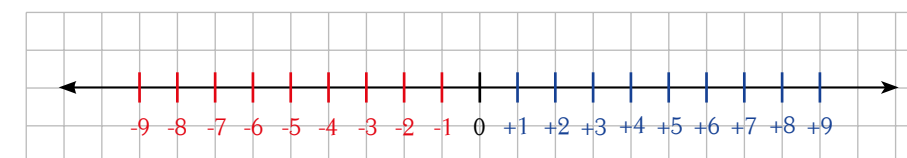
- Cada uno realiza los siguientes desplazamientos. Todos los debemos dibujar en el cuaderno.
 - Me ubico en el inicio del segmento. Avanzo 5 unidades sobre la línea trazada, me devuelvo 3 unidades y vuelvo a avanzar 9 unidades.
 - Me ubico en la mitad y me devuelvo 5 unidades.
 - Me ubico en el extremo inferior del segmento. Avanzo 10 unidades, avanzo 3 unidades más y retrocedo 6.
 - Me ubico en la mitad. Avanzo 5 unidades y retrocedo 10.
 - Me ubico dos unidades a la derecha del extremo inferior del segmento. Avanzo 3 unidades, avanzo 2 más, avanzo 5 más y retrocedo 7 unidades.
- Comparamos nuestros dibujos: ¿todos tenemos los mismos desplazamientos?, ¿de qué manera contamos las unidades?, y ¿siempre se realizan estos desplazamientos?. Si todos

partimos del mismo sitio con las mismas indicaciones, ¿debemos llegar al mismo punto?

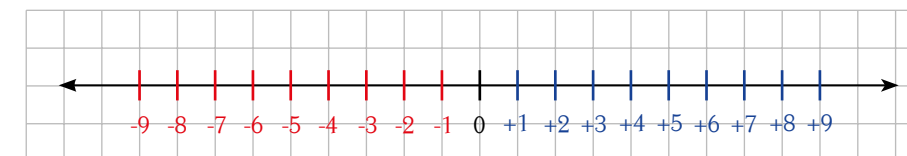
TRABAJO INDIVIDUAL

- En cada una de las rectas, señalo el desplazamiento que se indica.

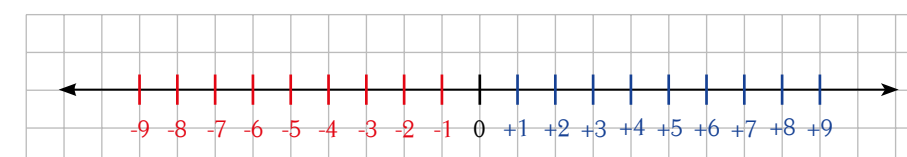
- Avanzo 4 unidades a partir del cero.



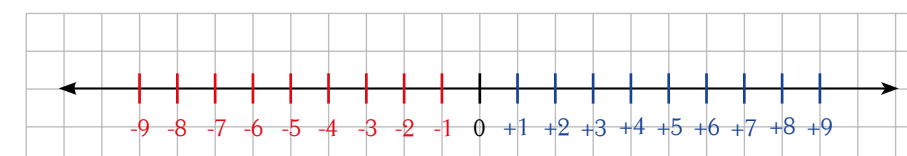
- Retrocedo 7 unidades a partir del cero.



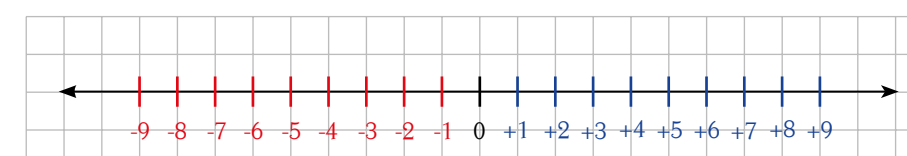
- Avanzo 2 unidades a partir del cero.



- Avanzo 5 unidades a partir del -3.



- Retrocedo 8 unidades a partir del +5.



- En cada caso, determino en qué posición queda.

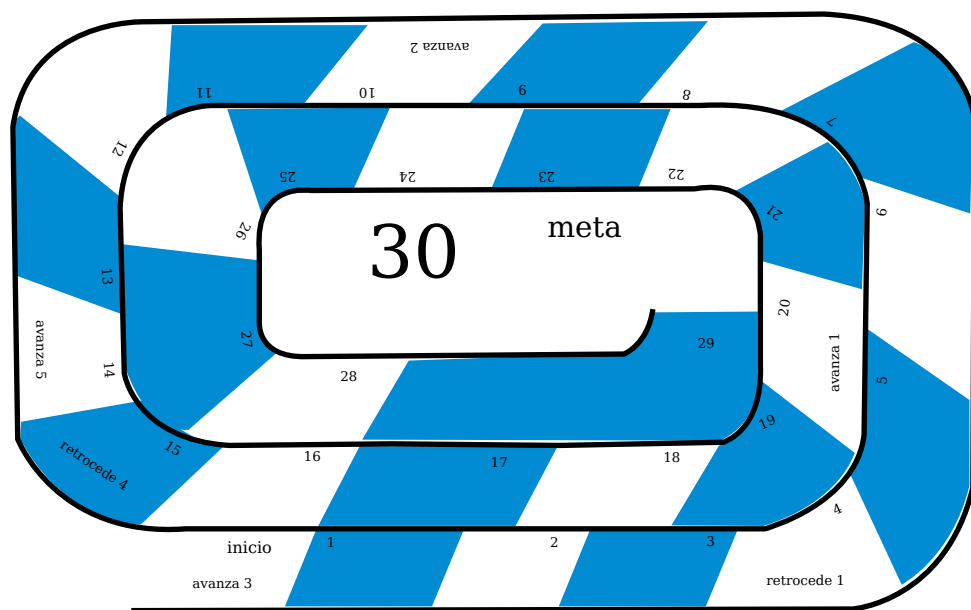


Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Para hacer la lectura comprensiva, solicitamos a un compañero que realice la lectura en forma oral:

¿Qué son los números relativos?



Son los números que nos sirven para representar cantidades de ganancia o pérdida, de avanzar o retroceder, de temperatura bajo cero o superior a cero, el tiempo transcurrido antes o después de Cristo, la subida o bajada del valor de la moneda o de un producto, entre otros. Este tipo de acciones que afectan de forma positiva o negativa un valor que se toma como base, es lo que representan los números relativos. Estos números son representados con signos "más" (+) o "menos" (-) y, por eso, también se conocen como "los números con signo".

Ejemplo:

Cuando hablamos de avanzar 3 unidades, se representa +3 y cuando se retrocede seis unidades se representa como -6

- a. Todos escribimos en el cuaderno tres situaciones que se pueden representar con los números relativos.

- b. Un compañero lee en voz alta las siguientes situaciones e invita a todos a resolverla en el cuaderno utilizando la recta numérica y expresando las cantidades involucradas con los números relativos.

- ✓ Gabriela sale de su casa que queda en el inicio de una cuadra. Camina 3 cuadras hacia al norte y 18 cuadras hacia al sur. ¿A cuántas cuadras está de su casa?
- ✓ Jugué dos veces. En el primer juego gané 3 puntos y en el segundo perdí 7 puntos. Si realizo un balance de lo que gané con respecto a lo que perdí, ¿qué puedo afirmar?

TRABAJO INDIVIDUAL

2. Resuelvo las siguientes situaciones utilizando la recta y representando las cantidades con los números relativos.

- a. La temperatura el martes en Estados Unidos llegó a menos cinco grados Celsius bajo cero (-5°C) y el miércoles subió dos grados. ¿Cuál es la temperatura del martes en grados Celsius?
- b. El día de ayer estábamos a 8°C de temperatura y hoy la temperatura bajó 6°C . ¿Cuál es la temperatura de hoy?
- c. Había una temperatura de 3°C bajo cero y subió 10°C . ¿Cuál es la temperatura actual?

3. Nombramos un evaluador del trabajo y le pedimos que verifique las representaciones anteriores.

TRABAJO EN EQUIPO

4. Uno de los integrantes del equipo hace la lectura en forma oral del siguiente texto y luego consignamos en el cuaderno:

¿Qué son los números relativos?

Los *números enteros* sólo fueron reconocidos como sistema numérico hasta el siglo XVIII por la comunidad de matemáticos; es decir, se reconocieron sus características, relaciones y operaciones. No se debe negar que el uso de los números relativos o números con signos por parte de la cultura dio el sentido a esas características, relaciones y operaciones con los números enteros.

El conjunto de los enteros, que se simboliza con la letra **Z** (se representa con la letra **Z** porque en alemán número se escribe ZAHLEN), está conformado por el conjunto de los números enteros positivos o números naturales (**Z⁺**), los números enteros negativos (**Z⁻**) y el cero.

Simbólicamente:

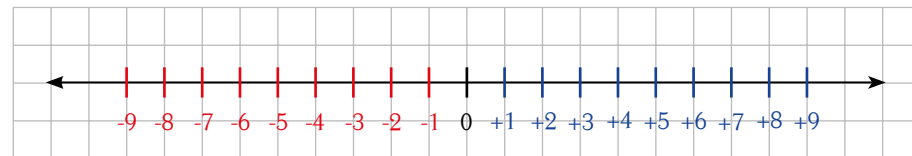
$$Z = \{Z\} \cup \{Z^+\} \cup \{0\}$$

Algunas de las maneras para representar los números enteros son:

✓ Como conjunto

$$Z = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, \dots\}$$

✓ En la recta numérica.



Para analizar el orden de dos números enteros se debe establecer:

Caso 1

Si los dos números son positivos, el orden se establece como se hace con los números naturales.

Ejemplo:

Entre +4 y +2, el número +4 es mayor al +2, simbólicamente: $+4 > +2$

Caso 2

Si los dos números son negativos, el mayor es el que está más cerca al cero.

Ejemplo:

Entre -7 y -11, el número más cerca al cero es -7. Por lo tanto, es el mayor, simbólicamente: $-11 < -7$.

Caso 3

Si de los dos números uno es positivo y el otro negativo, siempre el mayor es el número positivo.

Ejemplo:

Entre +5 y -9, el número +5 es el mayor por ser el número positivo, simbólicamente: $+5 > -9$

5. Determinamos cuál es el mayor de los siguientes pares de números enteros y representamos la relación de orden simbólicamente:

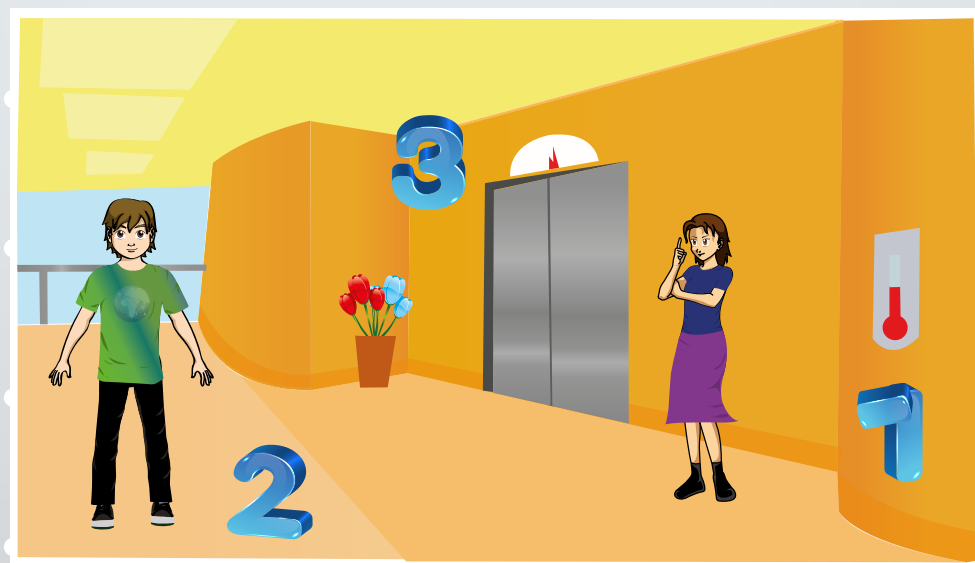
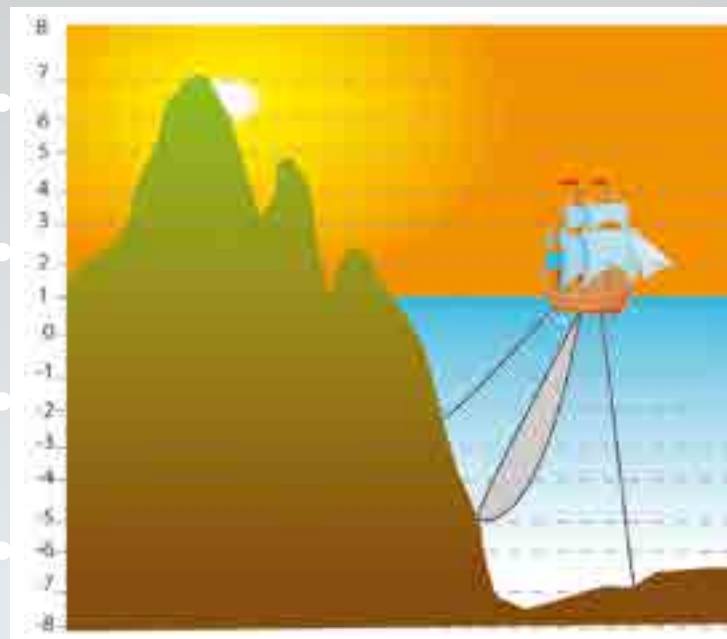
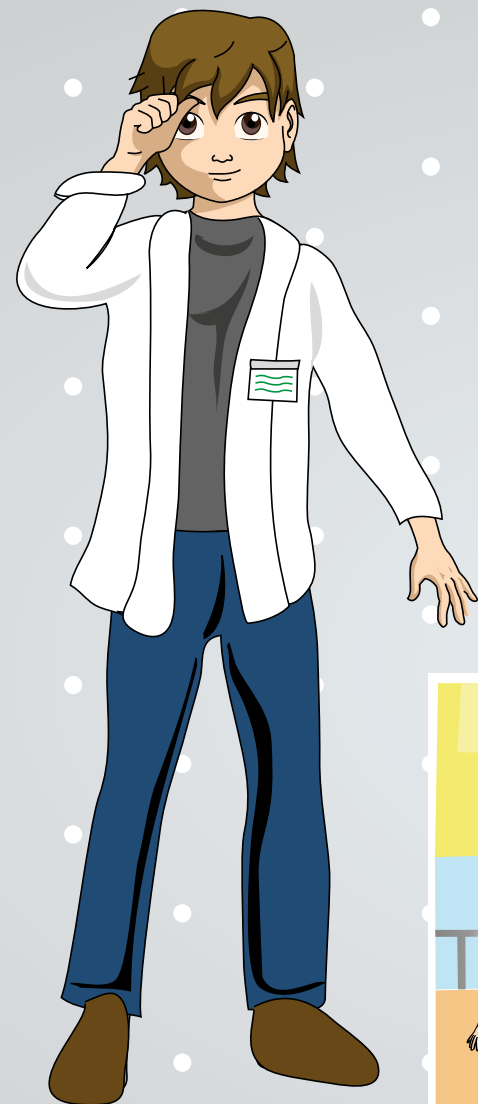
- 5 ___ +7
- 14 ___ -10
- +9 ___ +11
- +5 ___ -7
- 8 ___ -18

6. Ordenamos por cada descripción las temperaturas registradas del termómetro de menor a mayor grado.
- ✓ Hoy a las 10 de la mañana, el termómetro marcaba +8°C. A las 12:00 a.m. marcaba 5°C más y a las 8:00 p.m. marcaba 9°C menos.
 - ✓ Ayer a las 8 de la mañana el termómetro marcaba -2°C. A las 11:00 a.m. marcaba 4°C más y a las 5:00 p.m. marcaba 10°C menos.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

- Represento en la recta numérica los siguientes números relativos:
 - Siete grados bajo cero.
 - El coche está en el segundo piso del parqueadero.
 - Nació en el año 73 a. C.
 - Veinte metros bajo el nivel del mar.
 - 500 metros sobre el nivel del mar.
- Ordeno de menor a mayor los siguientes números enteros y los ubico en la recta numérica:
 - 4, +3, -7, 0, +2, -2, -9
 - +2, -14, +12, -7, +8, -8
 - 23, +19, -18, 0, -31, +46
- A partir de las siguientes imágenes, creo enunciados que involucren números relativos.



4. En la próxima actividad de conjunto, comparto las respuestas de la actividad anterior:

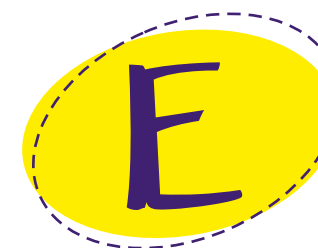
APLICO LO APRENDIDO EN CASA

5. Converso con mi familia y elaboro situaciones que se relacionen con la temática números enteros y números relativos:
- Cuando se tiene una deuda que puede ser en una tienda o en el banco, ¿cómo se adquiere y cómo se paga?
 - El dinero de los ingresos de los padres o de las personas que se encargan de mi bienestar; ¿cómo se distribuye? y ¿alcanza para los gastos del mes?

- Al estar en una situación de juego, en algunas ocasiones se gana o se pierde. ¿Cómo se manejan las relaciones en algún juego en la familia?
- En algunos medios de comunicación, se presenta información que indica que sube o baja la calidad o el precio de algo, ¿cuáles son los datos que reconocen las personas de tu casa con esas características?

TRABAJO EN EQUIPO

- Compartimos con nuestros compañeros las respuestas de la actividad anterior:
- Elaboramos una cartelera que represente las respuestas en las que más coincidimos en la actividad.



Complementación

TRABAJO EN PAREJAS

- Seguimos las siguientes instrucciones:
 - Se utilizan dos dados uno blanco y otro de color: Lo que me salga en el dado blanco será un número positivo y el resultado del dado de color; será un número negativo.
 - Cada uno lanza el par de dados.
 - Cada uno registra en el cuaderno la información en una tabla como ésta:

Lanzamiento	Dado blanco	Dado color	En qué dado obtuvo más puntos	Relación de orden	Ganó o perdió
1°					
2°					
3°					
4°					
5°					
6°					

- d. Cada uno realiza seis lanzamientos.
 - e. Gana el que obtenga más.
2. Resolvemos las siguientes situaciones, partiendo del trabajo con los dados:
 - a. Si a Carlos le sale en el blanco 5 puntos y en el de color 4 puntos ¿perdió o ganó?, ¿por cuánto?
 - b. Si sacas dos veces el dado blanco: uno 3 puntos y el otro 6 puntos, ¿cuántos puntos tienes? Si después haces un nuevo lanzamiento y sacas 5 puntos con el dado de color; ¿cuál es el puntaje?
 - c. Si sacas el dado de color con 5 puntos y realizas otro lanzamiento con 3 puntos. ¿Cuántos puntos se obtiene en total?

Evaluación por competencias

Resuelvo las siguientes situaciones:

1. Camilo obtuvo las siguientes notas en el segundo período:

Lengua Castellana: 2	Arte: 7	Sociales: 8
Matemáticas: 3	Biología: 4	Inglés: 7

Si la nota de aprobación es 6. Dibujo y ubico en una recta numérica la relación que existe de cada una de las notas comparadas con la nota de aprobación. ¿Qué nota hace el rol del número cero?, ¿se puede afirmar que Biología esta a -2 de la nota de aprobación?

2. En la vida del profesor Raúl han ocurrido los siguientes hechos:

Nació en 1958, terminó el bachillerato en 1976, se graduó como profesor en 1983, se casó en 1985, tuvo su primer hijo en 1990 y se divorció en el año 2000.

Teniendo en cuenta como cero, el año en que se graduó como profesor; le asigno un número entero a cada acontecimiento de su vida de tal manera que me indique cuántos años antes o después de la graduación ocurrieron cada uno de los acontecimientos.

3. Ubico en la recta numérica los números enteros comprendidos entre:

- A. +18 y +20
- B. -8 y -3
- C. -5 y +1
- D. -1 y +1
- E. +10 y +11

4. Expreso cada una de estas situaciones con el número entero correspondiente:

- A. Alejandro Magno murió 323 años a.C.
- B. El Aconcagua está a 6.959 m sobre el nivel del mar.
- C. La empresa tiene una pérdida de \$5.430.000.
- D. En la Antártida se registran temperaturas de hasta 60°C bajo cero.
- E. El ascensor se encuentra en el quinto parqueadero.
- F. El Tíanic está hundido a una profundidad de 4.000 m

4

5. Me encuentro en un edificio en donde la entrada se ubica en el piso 0, los parqueaderos están debajo del piso cero y se representan con números negativos y los pisos que están más arriba del piso cero con números positivos:

De acuerdo con esta información completo la siguiente tabla:

Sube en el piso	Viaja en el ascensor	Baja en el piso
-2	7 pisos más arriba	
4	6 pisos hacia abajo	
	5 pisos hacia arriba	3
	8 pisos hacia abajo	-2
9		0
-3		7

Glosario

- **Avanzar:** Adelantar, mover o prolongar hacia adelante.
- **Operaciones:** Conjunto de reglas que permiten, partiendo de una o varias cantidades o expresiones, llamadas datos, obtener otras cantidades o expresiones llamadas resultados.
- **Relaciones:** Resultado de comparar dos cantidades expresadas en números.
- **Retroceder:** Volver hacia atrás.



http://1.bp.blogspot.com/-C_EV-LQ4HS4/TbMPGXmgohI/AAAAAAAAA0Y/uspCo0IK5hQ/s1600/descartes.jpg

El plano cartesiano como sistema de referencia

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las características del plano cartesiano en 1D, 2D y 3D.

Procedimental

Maneja sistemas de referencia geográficos.

Actitudinal

Reconoce la importancia de las reglas y acuerdos para alcanzar los objetivos propuestos.



Vivencia

TRABAJO EN EQUIPO

1. Nos reunimos en compañía del profesor en el patio del colegio o en una de las canchas, con el fin de realizar un circuito de observación que nos permitirá encontrar un regalo sorpresa que se encuentra oculto:
 - a. Con la orientación del profesor; se organizan los equipos de trabajo, que deben ser; máximo, de 4 estudiantes
 - b. Distribuimos en cada equipo de trabajo los siguientes roles: el moderador; secretario y dos colaboradores.
 - c. Leemos en cada equipo de trabajo la guía de observación con el fin de iniciar el circuito.



Nombres de los participantes:

Tiempo previsto para la actividad:
10 minutos

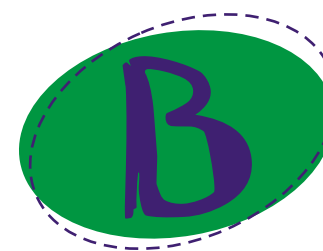
Objetivo:
Encontrar en un lugar de la cancha, el “tesoro” que fue escondido.

Instrucciones:

- 1) Ubicamos en la esquina sur y occidente de la cancha de baloncesto o del rectángulo diseñado por el profesor.
- 2) Caminar hacia adelante 5 pasos. Trazar un punto en el lugar en donde terminan los 5 pasos.
- 3) Girar hacia la derecha y avanzar 10 pasos. Trazar el punto hacia donde llegamos.
- 4) Caminar hacia atrás 3 pasos. Trazar el punto.
- 5) Dar un giro hacia la derecha y avanzar 20 pasos. Trazar el punto.
- 6) Caminar hacia la izquierda 3 pasos. Trazar el punto.
- 7) Caminar hacia el frente 10 pasos. Trazar el punto y allí se encuentra el tesoro.

2. Dibujamos en el cuaderno el recorrido realizado en la cancha de baloncesto.
3. Respondemos en el cuaderno la siguiente pregunta:
 - a. ¿Cuáles son los conocimientos que debemos manejar para realizar el circuito de observación correctamente?

Preparamos un informe para informar a los demás compañeros la manera en cómo hicimos la actividad. Esta socialización la hacemos durante la actividad de conjunto.



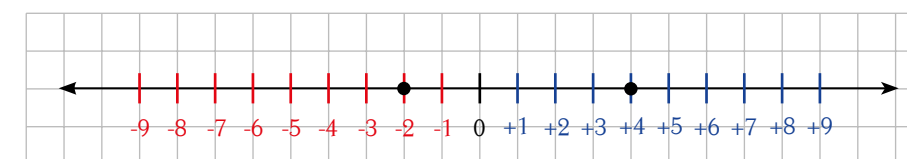
Fundamentación Científica

La necesidad de orientarse condujo a los seres humanos desde la antigüedad, a construir mapas o cartas geográficas y a relacionar los puntos de una superficie mediante números.

TRABAJO EN EQUIPO

1. Solicitamos a uno de los integrantes de mesa, dar lectura al siguiente texto:

Cuando representamos un punto en una recta se dice que se representa en una dimensión, por ejemplo:

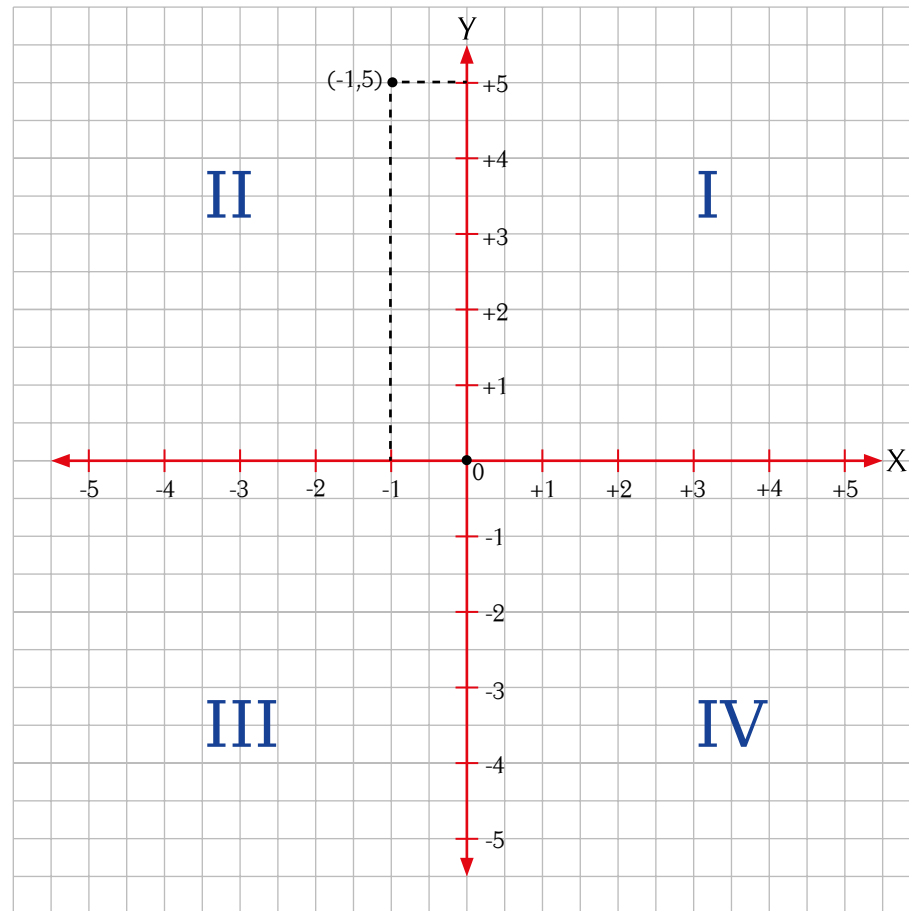


En la gráfica los puntos que se señalan en la recta representan los números cuya coordenada es -2 y del otro, la coordenada es 4.

2. Para comprender mejor la ubicación en el plano, señalemos en una recta la ubicación de los siguientes puntos: 5, -8, 0, -2 y 5.
3. Continuemos con la lectura:

El plano cartesiano es un sistema de referencia que permite ubicar puntos. También podemos emplear el plano para representar dos dimensiones:

Cuando representamos un punto en un plano cartesiano que requiere de dos coordenadas, se emplean dos rectas numéricas que se cortan de manera perpendicular, la recta horizontal recibe el nombre de “abscisa” y corresponde al eje **X** y la recta vertical se llama “ordenada”, que corresponde al eje **Y**. El punto en donde se cortan la línea horizontal y la vertical se llama “origen” y tiene coordenadas (0,0).



En el punto de coordenadas (-1,5) que se muestra en la gráfica, se observa que se cruzan los valores de la abscisa, -1 con la ordenada 5, forman el punto (-1,5). Cuando se observa que el 1, corresponde al primer valor que se obtiene con el eje **X** y el 5 corresponde al valor que se obtiene con eje **Y**.

Cuando se representan puntos en este plano se dice que se representa en 2D y cada referencia para ubicar o localizar un punto se denomina parejas ordenadas.

Un punto se puede ubicar en el plano cartesiano con base en sus coordenadas, lo cual se representa como P(x, y).

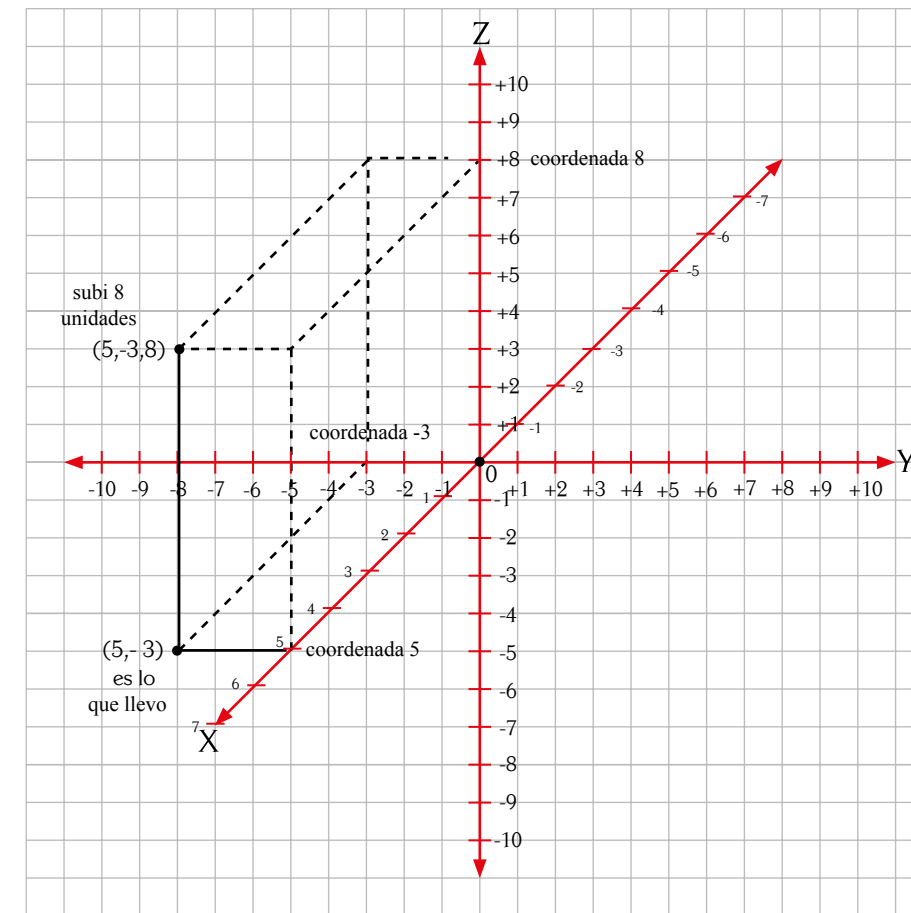
- Para comprender, un poco mejor; representamos los siguientes puntos en el plano cartesiano según las coordenadas:

- (-3, 5)
- (8, 9)
- (-4, -6)
- (-2, 7)

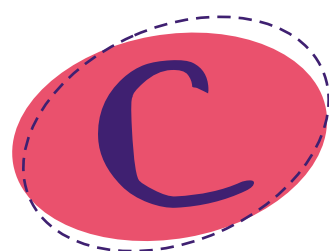
- Continuemos con la lectura:

También podemos emplear el plano para representar tres dimensiones:

Cuando representamos un punto en un plano cartesiano que requiere de tres coordenadas; es decir, que se manejan tres rectas perpendiculares entre sí **X, Y, Z** que se cortan en el origen (0,0,0).



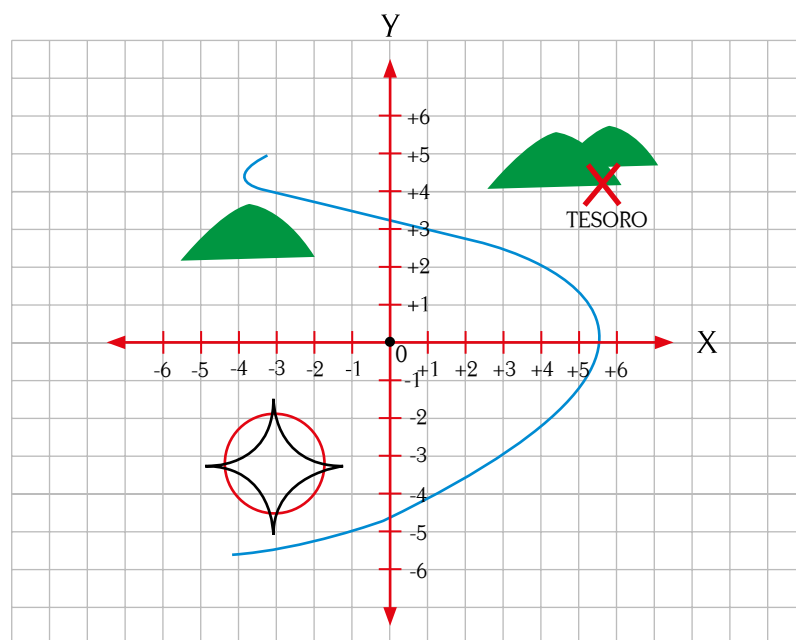
La gráfica muestra el punto de coordenadas (5,-3,8) está representado en el plano cartesiano. Se ve en la gráfica que en el eje **X** se determina la coordenada 5, en el eje **Y** se determina la coordenada -3 y en eje **Z**, se determina la coordenada 8.



Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

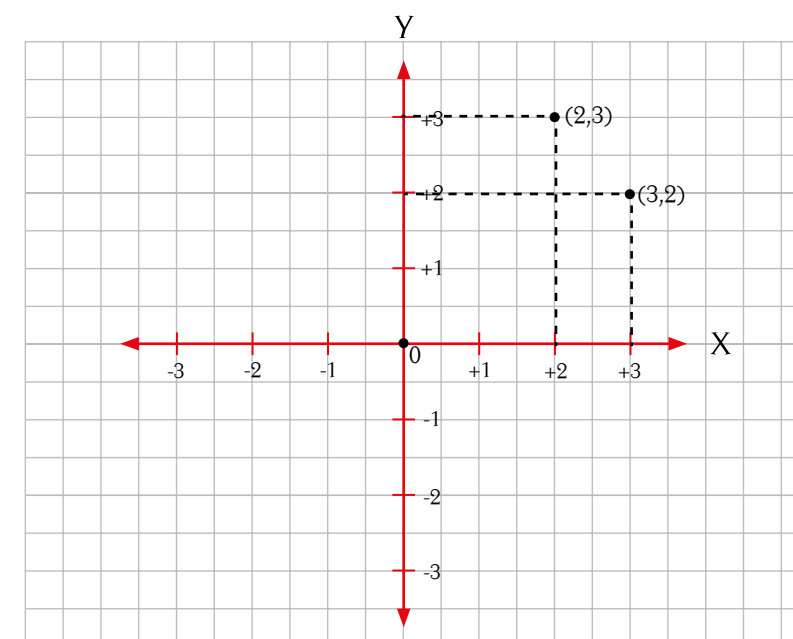
1. Observo el siguiente dibujo y lo describo en mi cuaderno:



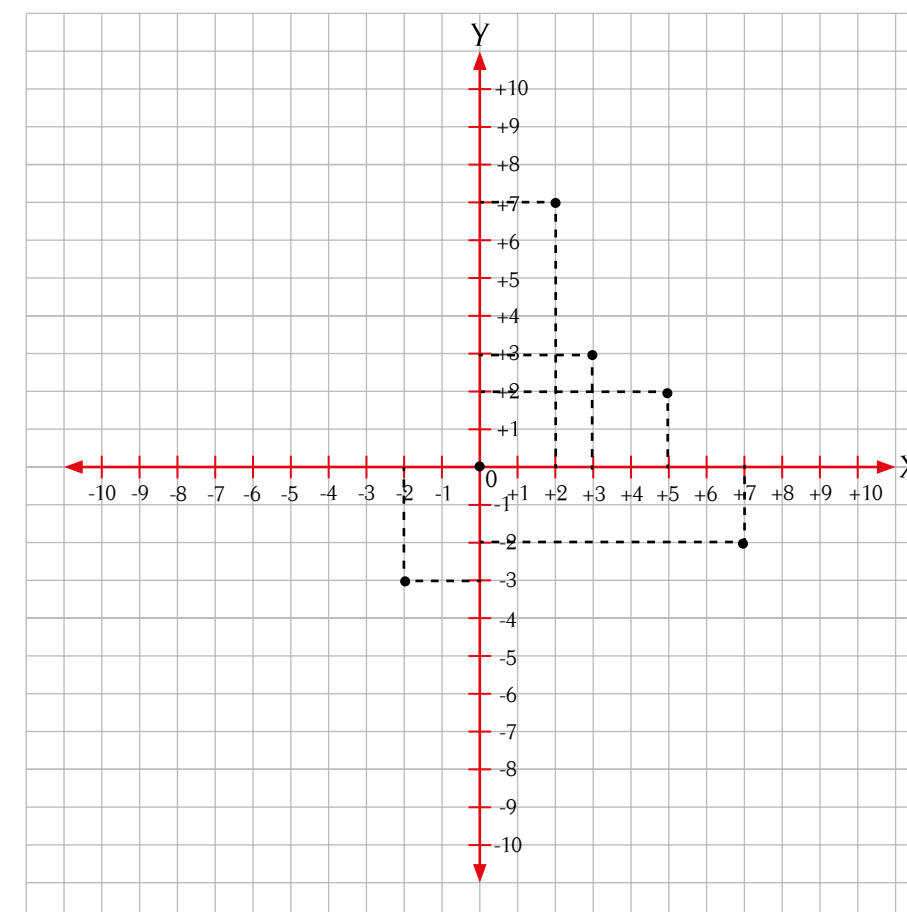
2. ¿En qué lugar está ubicado el tesoro que se señala en el mapa? Escribo las coordenadas.

TRABAJO EN PAREJAS

3. Comparamos la ubicación del tesoro que realizamos de forma individual. ¿Son las mismas coordenadas?
4. Cada uno diseña una casa, empleando los 4 cuadrantes del plano cartesiano de dos dimensiones y escribimos las coordenadas de cada vértice.
5. Realicemos las siguientes actividades:
 - a. Observemos el siguiente plano cartesiano y expliquemos por qué las coordenadas, a pesar de tener los mismos números, son puntos diferentes.



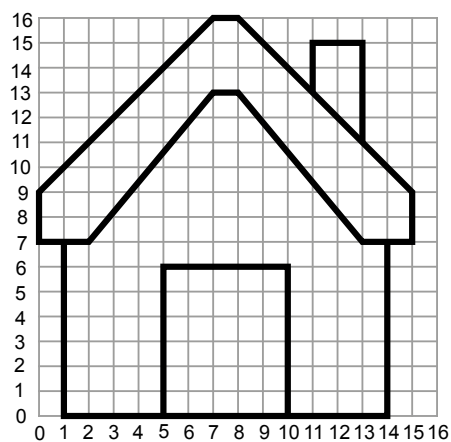
- b. Elaboremos un plano cartesiano en el cuaderno y ubiquemos los siguientes puntos: A (4, 5); B (8,9); C (3,7), R (-5,-2) y M (-8, 4).
- c. Encontramos las coordenadas de cada punto representado.



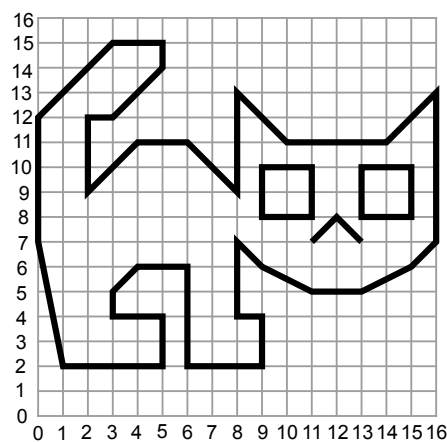
TRABAJO INDIVIDUAL

- Determino las coordenadas de cada uno de los vértices de los dibujos que aparecen a continuación y elaboro las figuras decorándolas.

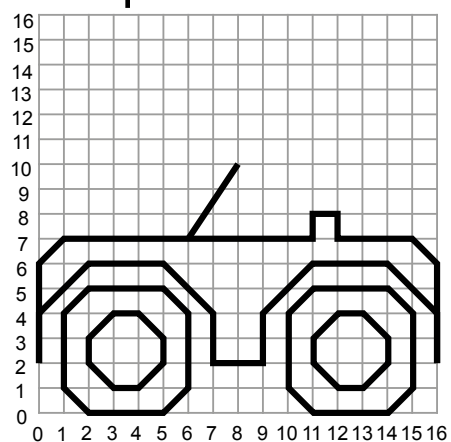
Casa



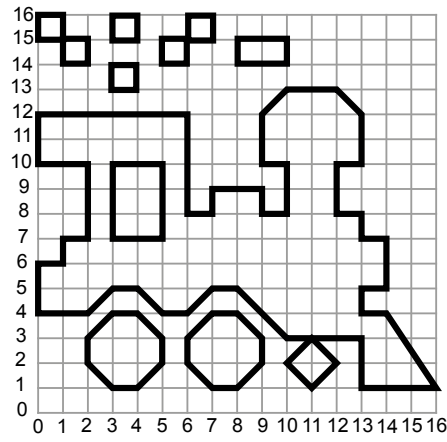
Gato



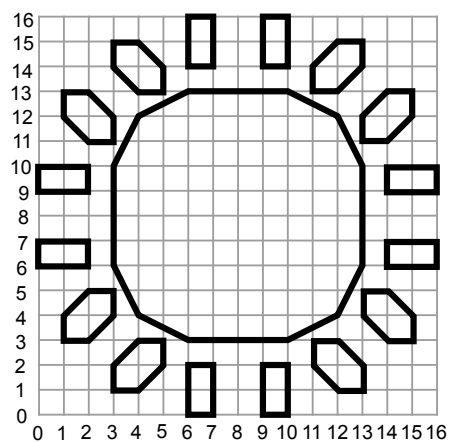
Jeep



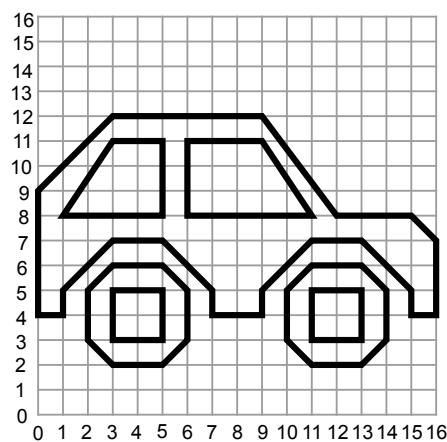
Tren



Sol



Auto



- Propongo un dibujo a mis compañeros dándoles sólo a conocer las coordenadas para que ellos lo elaboren. Tengo en cuenta la utilización de los cuatro cuadrantes del plano cartesiano.
- Compartimos con el profesor el ejercicio desarrollado y le solicitamos dar claridad a las inquietudes presentadas.



TRABAJO CON MI FAMILIA

- Diseño el juego de batalla naval para jugar en mi casa, de acuerdo con las siguientes indicaciones.
- Antes de comenzar el juego, se deben dibujar en papel cuadriculado dos tableros cuadrados de 10 x 10 casillas. Las filas se enumeran de la A hasta la J y las columnas del 1 al 10.

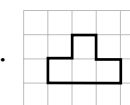
Tal como aparece en el cuadrado de la izquierda se coloca la flota propia y en el cuadrado de la derecha, se irán marcando los disparos que el jugador efectúa en el mar del contrincante: barcos tocados, hundidos y disparos al agua.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

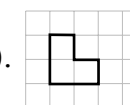
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

La flota está formada por:

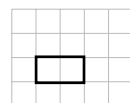
- ✓ Un portaviones (de 4 cuadritos).



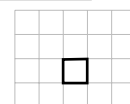
- ✓ Dos acorazados (de tres cuadritos).



✓ 3 buques (de dos cuadritos).



✓ 4 submarinos (de un cuadrito).



Es importante que quienes van a jugar de contrincantes, es decir que no van a tener flota sino que van a querer atacarla, no vean la posición de los barcos.

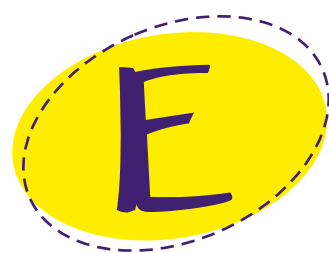
Mecánica del juego

El turno pasa alternativamente de un equipo a otro. Inicia el equipo que hace de contrincante haciendo disparo a una posición del mar enemigo, indicando la coordenada correspondiente (letra y cifra). Si no hay barcos en ese cuadradito, el otro jugador dirá: “¡agua!” si el disparo ha dado en algún barco exclamará: “¡tocado!”. Si con dicho disparo el rival logra completar todas las posiciones del barco, debe decir “¡hundido!”.

Gana el jugador que consigue hundir todos los barcos del rival.

EN PLENARIA

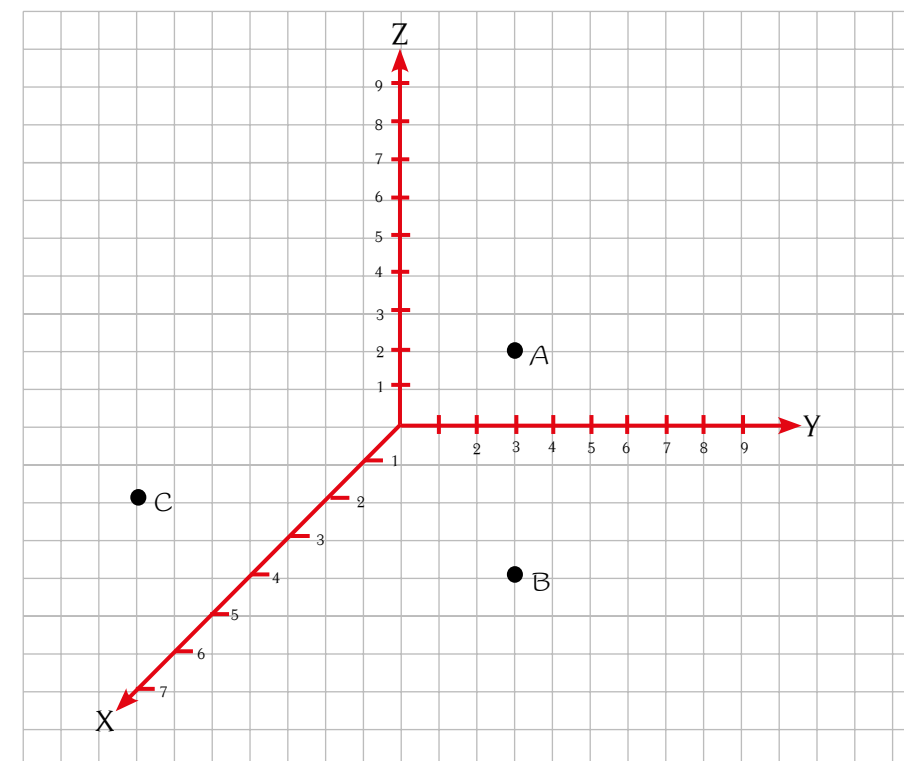
3. Comparto con mis compañeros lo ocurrido con el juego de batalla naval que se realizó en familia.



Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

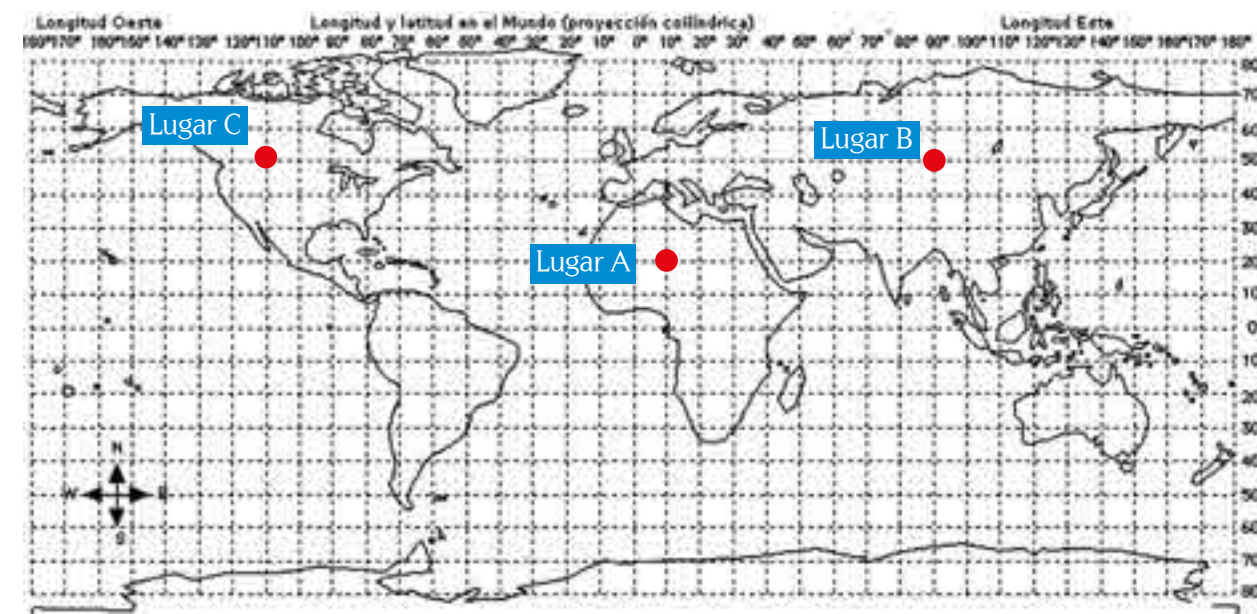
1. Determino las coordenadas de los puntos que se muestran en el siguiente plano.



2. Leo el siguiente texto:

¿Sabías que las coordenadas geográficas tienen la misma estructura que el plano cartesiano en 2D? Se entiende por coordenadas geográficas aquel conjunto de líneas denominados *meridianos* y *paralelos* que permiten ubicar con exactitud un lugar en la superficie de la tierra. Los meridianos determinan la longitud y los paralelos determinan la latitud.

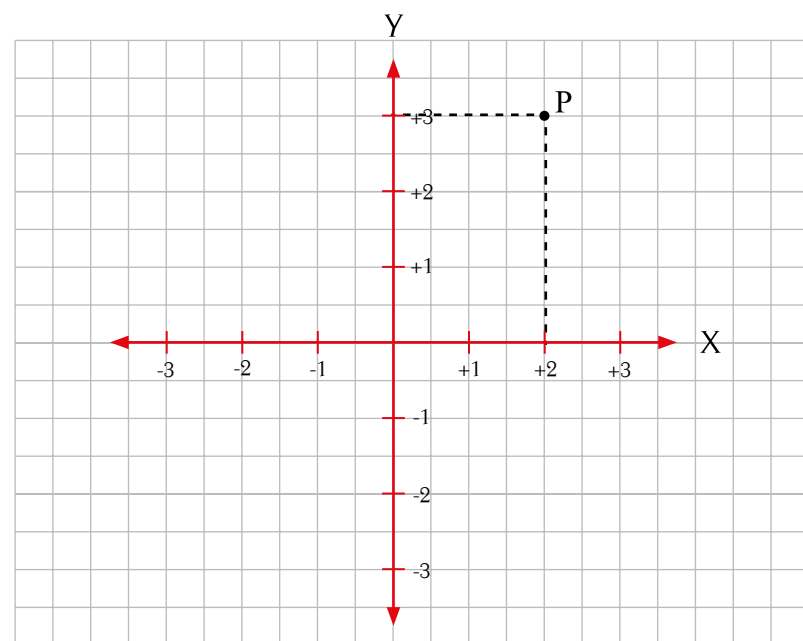
- a. ¿Consulta qué son los meridianos y qué son los paralelos?
- b. De acuerdo al mapamundi que tiene los paralelos y los meridianos establecidos, determino las coordenadas (latitud, longitud) de los lugares que se señalan en el mapa.



Evaluación por competencias

1. La abscisa y la ordenada del punto P es:

- A. (3, 2) C. (-3, 2)
- B. (2, 3) D. (-2, 3)

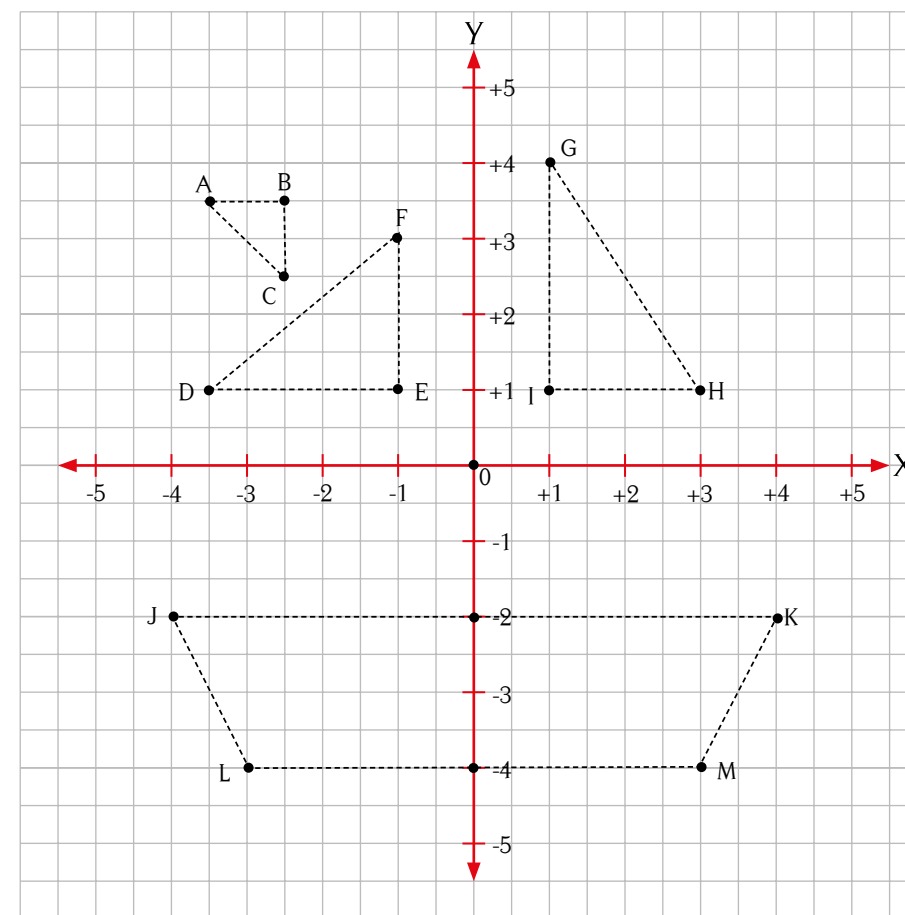


2. Represento en un mismo plano cartesiano los siguientes puntos:

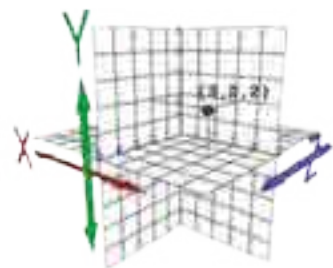
- A (+5, +2) y A' (+2, +5);
- B (-2, +3) y B' (+3, -2);
- C (+5, -6) y C' (-6, +5);
- D (-2, -3) y D' (-3, -2).

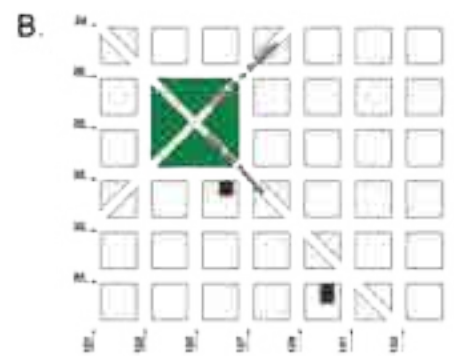
2

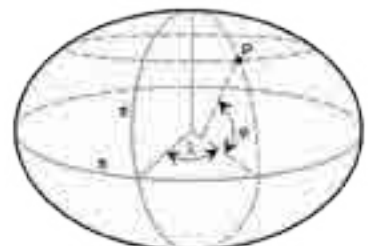
3. Indico las coordenadas de cada uno de los siguientes puntos:




4. ¿Cuál plano representa un punto en tercera dimensión?

A. 

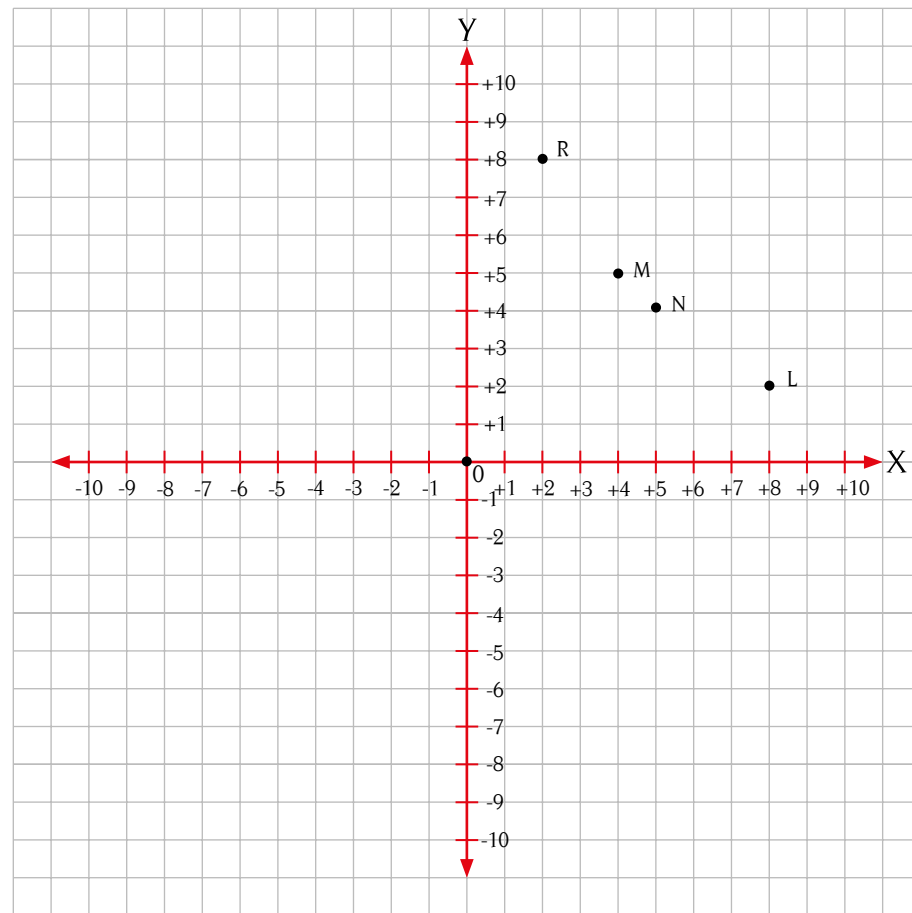
B. 

C. 

D. 

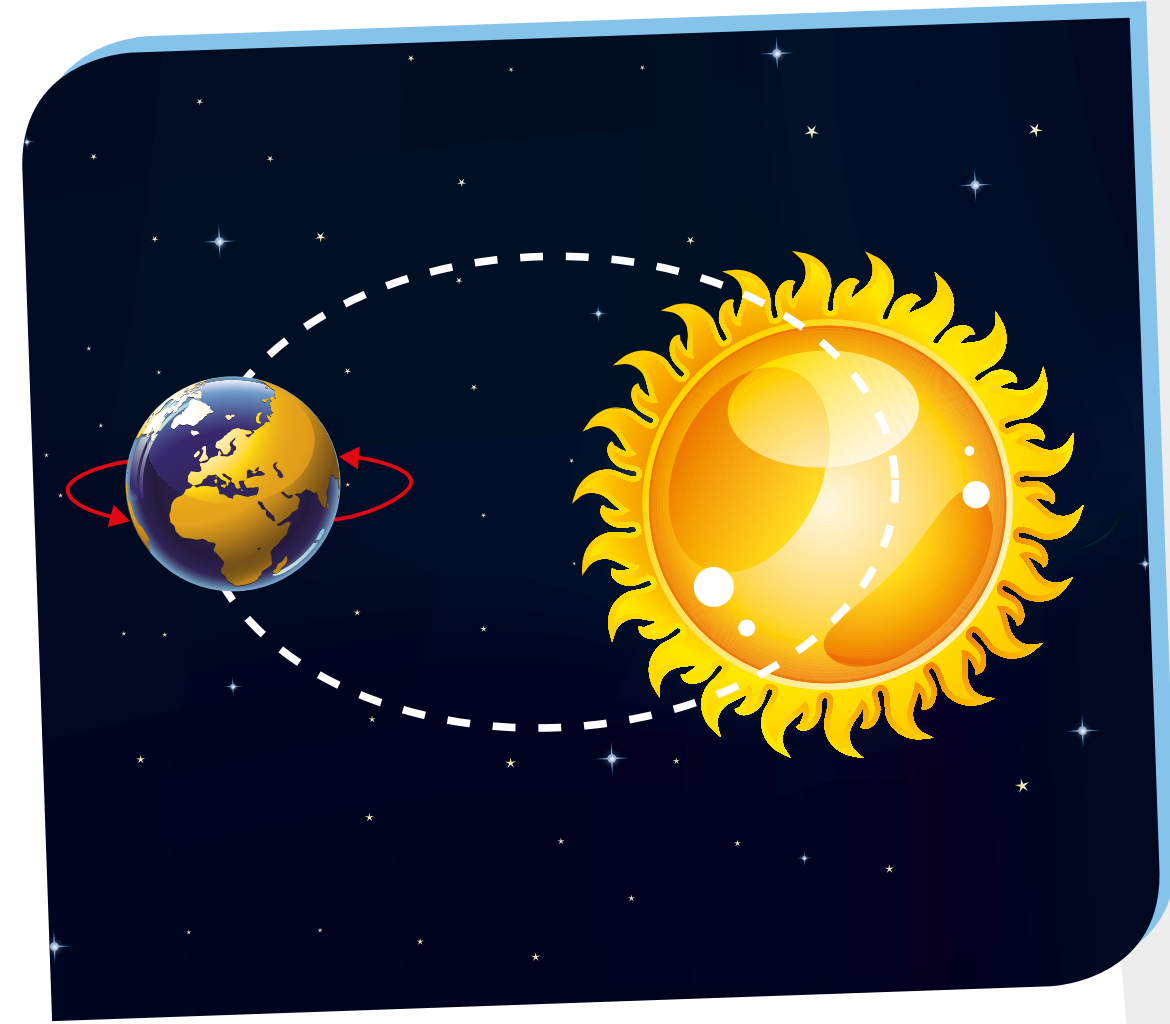
- 5 ¿Qué punto está localizado en las coordenadas (8, 2) de este plano cartesiano?

- | | |
|------------|------------|
| A. Punto L | C. Punto N |
| B. Punto R | D. Punto M |



Glosario

- **Coordenadas:** Cada una de las rectas que son paralelas a cada uno de los dos ejes de referencia, trazados sobre un plano, o a alguna de las intersecciones de tres planos, con respecto a los cuales se determina la posición de un punto del espacio por las longitudes de dichas rectas, contadas desde los ejes o planos no paralelos a ellas.
- **Eje de coordenadas:** Cada una de las rectas que se cortan en un mismo punto y que se utilizan para determinar la posición de los demás puntos del plano o del espacio por medio de las líneas coordenadas paralelas a ellos.
- **Latitud:** Distancia que hay desde un punto de la superficie terrestre al Ecuador, contada en grados de meridiano.
- **Longitud:** Distancia expresada en grados, entre el meridiano de un punto y otro tomado como referencia en el Ecuador.



Las características de algunas transformaciones

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica los elementos de las traslaciones y las rotaciones.

Procedimental

Analiza las variaciones de las transformaciones.

Actitudinal

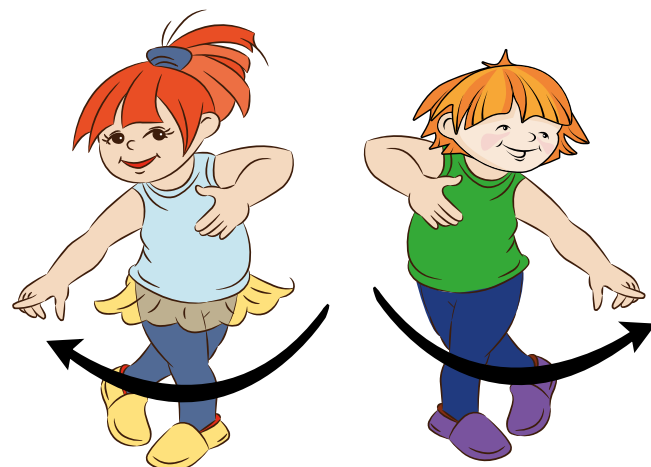
Interpreta y aplica las instrucciones, asumiendo una posición positiva frente a las actividades planteadas.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Realizo los siguientes movimientos con mi cuerpo atendiendo las instrucciones dadas.



- a. Giro un cuarto de vuelta a la izquierda.
 - b. Giro media vuelta a la derecha.
 - c. Giro una vuelta completa a la izquierda.
 - d. Giro una vuelta completa a la derecha.
 - e. Giro tres cuartos de vuelta a la izquierda.
2. Dibujo en mi cuaderno los giros que realicé.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Realizamos los siguientes desplazamientos:
 - a. Cada compañero se desplaza a la izquierda un puesto.
 - b. Cada compañero se traslada hacia adelante dos puestos.
 - c. Cada compañero se desplaza a la derecha dos puestos.
 - d. Cada uno de nosotros da un giro de un cuarto de vuelta hacia la izquierda.
 - e. El compañero de la izquierda mía da un giro de media vuelta hacia la derecha.



Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

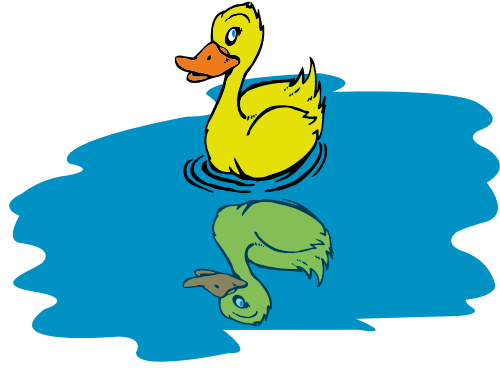
1. Leemos y escribimos en nuestros cuadernos el siguiente texto en torno a las transformaciones geométricas.

Transformaciones geométricas

En el mundo real como en la geometría existen cambios ligados al movimiento y a la forma. Cuando los cambios o las transformaciones están ligados al movimiento, siempre los objetos cambian de posición y conservan su tamaño y forma, éstas se denominan *transformaciones isométricas*.

Las transformaciones isométricas que se conocen son: traslación, rotación y reflexión.

Transformación geométrica	Antes del movimiento	Después del movimiento
<p>Traslación</p> <p>Una traslación es el movimiento rígido en el que todos los puntos del plano se mueven en la misma dirección y la misma distancia. Es decir, es desplazar un objeto de un lugar a otro.</p>		
<p>Rotación o giro</p> <p>El giro o rotación es el movimiento rígido que consiste en girar cierto ángulo todos los puntos del plano alrededor de un punto fijo (centro del giro). Es decir, es girar un objeto con respecto a un punto.</p>		

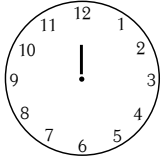
Transformación geométrica	Después del movimiento
<p>Reflexión</p> <p>La reflexión o simetría es el movimiento rígido que se produce en el plano, al trasladar de forma paralela cada uno de los puntos. Es decir, en los objetos se invierte la orientación, semejante a lo que ocurre cuando se encuentra frente a un espejo.</p>	

TRABAJO EN EQUIPO

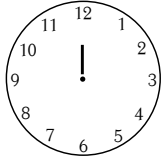
- De acuerdo con la lectura y las imágenes correspondientes, respondemos:
 - ¿Por qué se puede considerar que la tierra tiene dos tipos de transformaciones: rotación y traslación?
 - ¿Este tipo de movimientos de la tierra tiene consecuencias. ¿Cuáles son?

TRABAJO INDIVIDUAL

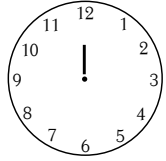
- Dibujó en mi cuaderno cada reloj donde el horario se encuentre a las 12:00 y a partir de esa ubicación inicial dibujó el minuterero:



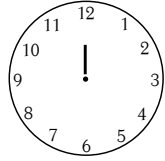
Un cuarto de vuelta



Media vuelta



Una vuelta



Tres cuartos de vuelta

- Dibujó un reloj que marque las 3:15 como hora inicial y dibujó donde quedaría el horario y minuterero si cada uno realizan los giros que se indican a continuación:
 - Gira un cuarto de vuelta, ¿qué hora marca ahora el reloj?
 - Gira media vuelta, ¿qué hora marca ahora el reloj?
 - Tres cuartos de vuelta, ¿qué hora marca ahora el reloj?
 - Una vuelta, ¿qué hora marca ahora el reloj?

- Observe las siguientes imágenes que representan un tablero dividido en cuatro cuadrantes y algunos movimientos del cuadrado que se encuentran allí:

Figura 1

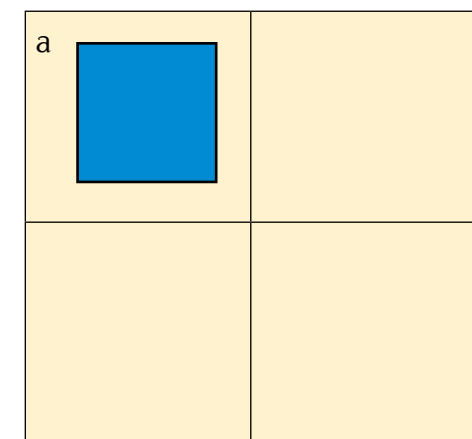


Figura 2

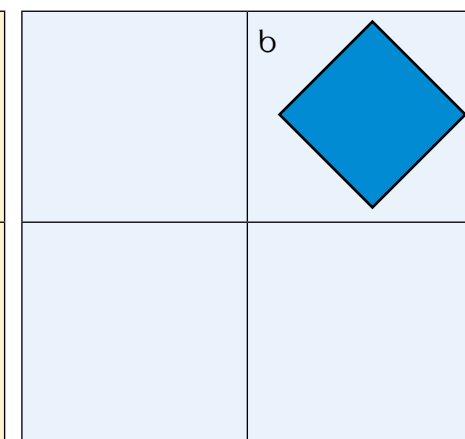


Figura 3

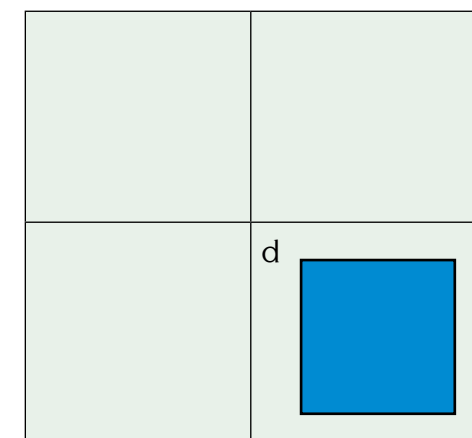
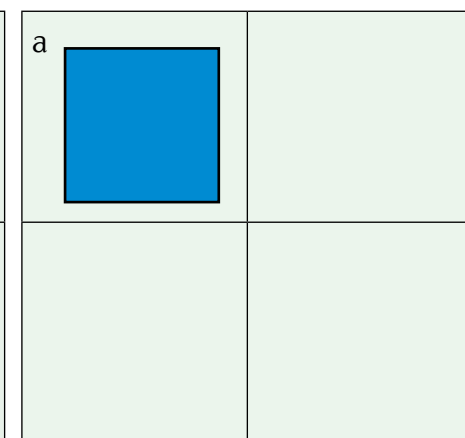


Figura 4



- ¿Qué transformación sobre el plano ocurre de la figura 1 a la figura 2?
- ¿En qué dirección, sentido y medida se realiza el giro que se observa en el cuadrado que se encuentra en la figura 1 y la figura 2?
- ¿Qué transformación sobre el plano ocurre de la figura 3 a la 4?
- ¿En qué dirección y sentido se realiza el desplazamiento entre la figura 3 y la figura 4?

TRABAJO EN PAREJAS

- Realicemos las imágenes finales que se obtienen al aplicar la transformación solicitada:

8. Practiquemos lo aprendido acerca de los movimientos rígidos ubicando cada una de las siguientes imágenes en un plano cartesiano de acuerdo con las indicaciones:



- Ubicamos la flor en el cuadrante I del plano cartesiano haciéndole una rotación de media vuelta a la izquierda con centro de giro en el punto (0,0).
 - Ubicamos el pocillo en el cuadrante III del plano cartesiano y hacemos un desplazamiento de dos unidades hacia arriba.
 - El jarrón se encuentra ubicado en el cuadrante II del plano, hacemos una reflexión con respecto al eje Y.
 - Ubicamos la letra H en el III cuadrante del plano y le hacemos un giro de 180° hacia la derecha con centro de giro en el punto (2,0).
 - Dibujamos la hoja en el I cuadrante del plano y le hacemos una reflexión con respecto al eje X.
 - Dibujamos la cosedora en el IV cuadrante del plano y le hacemos un desplazamiento de 7 unidades hacia la derecha.
9. Socializamos en plenaria las respuestas del ejercicio anterior:

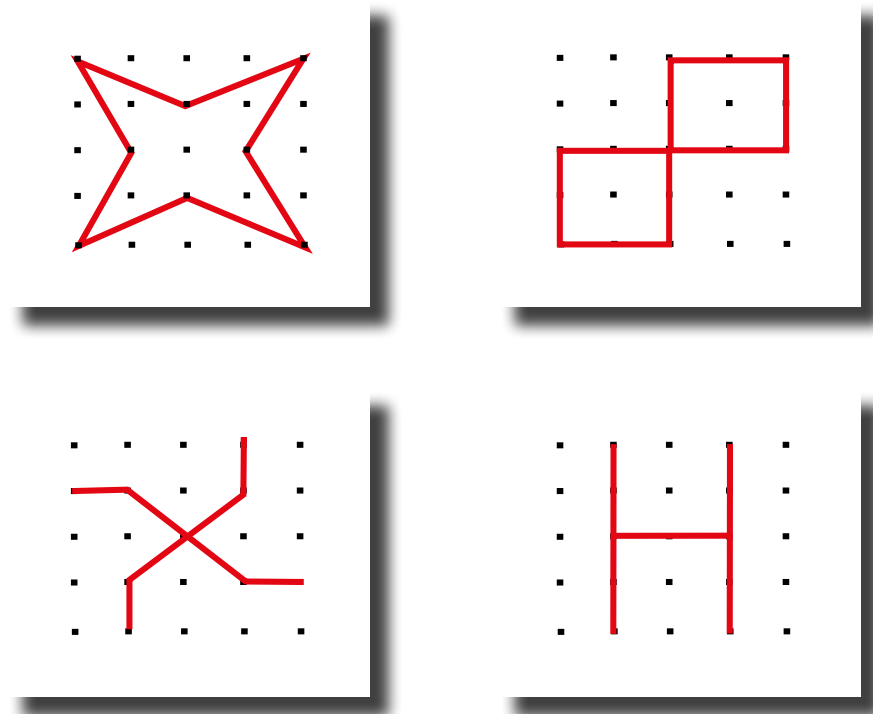
- Dibujamos la casa si se viera a una rotación de 45° a la derecha del observador.
 - Si se traslada el observador 3 unidades a la derecha.
 - Dibujamos la casa con una reflexión con respecto a la línea del piso.
7. Respondemos por escrito las siguientes preguntas para luego socializarlas en plenaria:
- Cuando se hace una traslación, ¿se gira la figura? Argumentamos la respuesta.
 - Determinamos qué enunciados son falsos o verdaderos y justificamos las respuestas a través de un ejemplo:
 - ✓ Toda traslación exige un ángulo. ()
 - ✓ Toda reflexión modifica el tamaño de la imagen. ()
 - ✓ Toda traslación exige unidades para desplazarse. ()
 - ✓ Algunas rotaciones son desplazamientos. ()
 - ✓ Algunas traslaciones pueden ser rotaciones. ()
 - ✓ Todas las reflexiones son rotaciones. ()

Observador

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Empleando el geoplano, realizo las siguientes figuras geométricas, aplicando las transformaciones geométricas: rotación, traslación y reflexión.



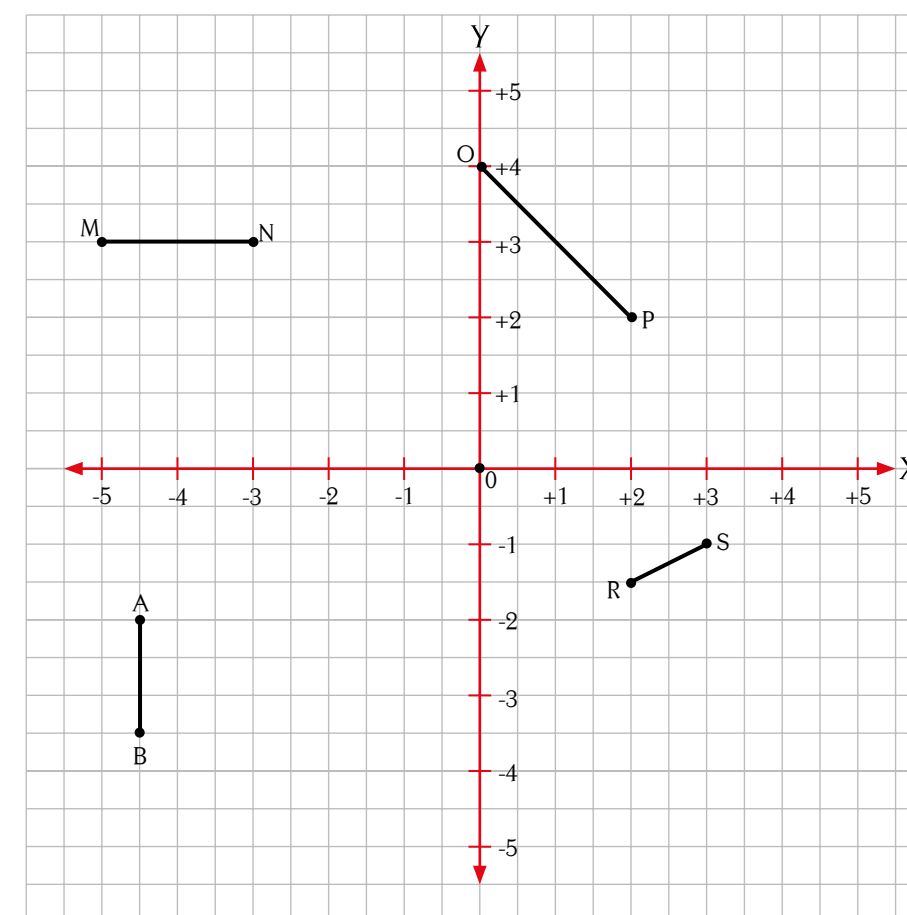
2. Realizo las siguientes acciones y luego, las represento en el cuaderno:

Me encuentro ubicado en la esquina inferior izquierda del patio, realizo una X y me traslado dos unidades a la derecha y una unidad hacia arriba, giro un cuarto de vuelta a la derecha, me traslado tres unidades, giro un cuarto de vuelta a la izquierda, me traslado seis unidades, hago una rotación de media vuelta a la derecha, traslado cinco unidades, hago una rotación de un cuarto de vuelta a la izquierda, hago una traslación de 5 unidades. Desde ahí me muevo 2 hacia arriba y 1 hacia la derecha. Señalo el punto de llegada. (sugerencia: la unidad es la medida de su paso).

E Complementación

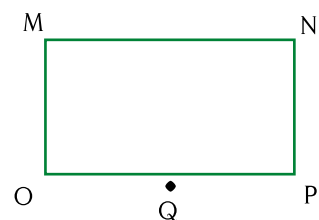
TRABAJO INDIVIDUAL

1. Elaboro una hélice en cartulina y describo paso a paso que necesité para elaborarla. Explico cuáles son los movimientos que puede hacer:
2. Realizo en mi cuaderno las siguientes traslaciones de segmentos que se encuentran en el plano cartesiano:



- a. Traslado el segmento \overline{AB} , 7 unidades hacia arriba y 3 unidades a la derecha.
- b. Traslado el segmento \overline{MN} , 6 unidades hacia abajo en sentido sur:
- c. Traslado el segmento \overline{RS} , 5 unidades hacia arriba.
- d. Traslado el segmento \overline{OP} , 4,6 unidades en sentido horizontal.

- e. Realizo el dibujo de la imagen que quedaría, si el rectángulo se rota a 90° en el sentido de las manecillas del reloj, cuyo centro de rotación es Q.

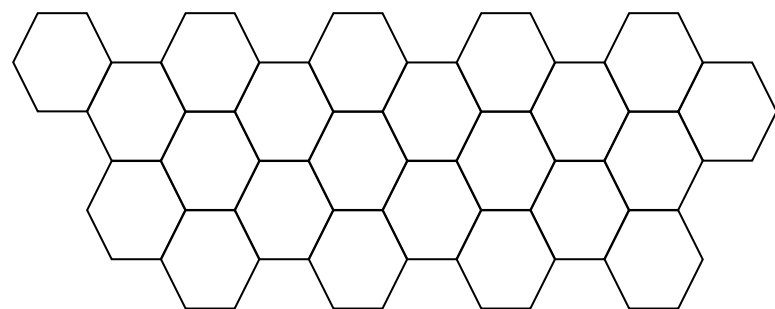


TRABAJO EN EQUIPO

3. Aplicando los conocimientos adquiridos acerca de las transformaciones en el plano, realicemos las siguientes construcciones artísticas, empleando colores o témperas, a partir de teselaciones:

Los teselados se emplean para cubrir diferentes superficies de manera artística, si se emplean polígonos regulares se dice que el teselado es regular; empiezo por construir un teselado a partir de triángulos.

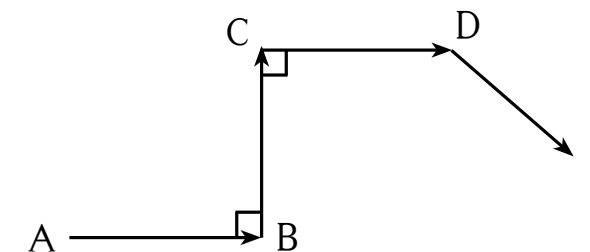
Un teselado se construye a partir de un patrón repetitivo de figuras geométricas, que encajan y cubren un plano sin superponerse y sin dejar huecos. Por ejemplo:



- Construyamos un triángulo equilátero de 3 cm de lado y al lado de este colocamos varios triángulos de igual tamaño, en diferente posición, de tal manera que encajen unos con otros.
- De igual manera, construyamos un teselado con cuadrados y triángulos regulares.
- Diseño mi propia obra artística (teselado) en un cuarto de cartulina, teniendo en cuenta las condiciones que debe cumplir para ser un teselado.
- Exponemos en una de las actividades de conjunto, los diferentes teselados realizados explicando el patrón utilizado y dando cuenta del tipo de transformaciones realizado.

Evaluación por competencias

1. Los puntos A, B, C, D y E de la figura 1, están en un mismo plano. En esta trayectoria se hacen rotaciones y traslaciones ¿qué aparato puede realizar esta trayectoria solamente con traslaciones?:

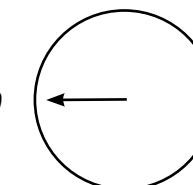


- | | |
|--------------|--------------------|
| A. Un barco. | C. Un auto. |
| B. Un avión. | D. Un helicóptero. |

1

2. El minuterero de un reloj está ubicado en una posición inicial. Después hace una rotación de 300° y queda ubicado en una posición final como se indica en la imagen.

Posición final después de la rotación



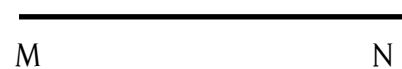
Por tanto, la posición inicial del minuterero antes de la rotación era:

- | | |
|----|----|
| A. | C. |
| B. | D. |

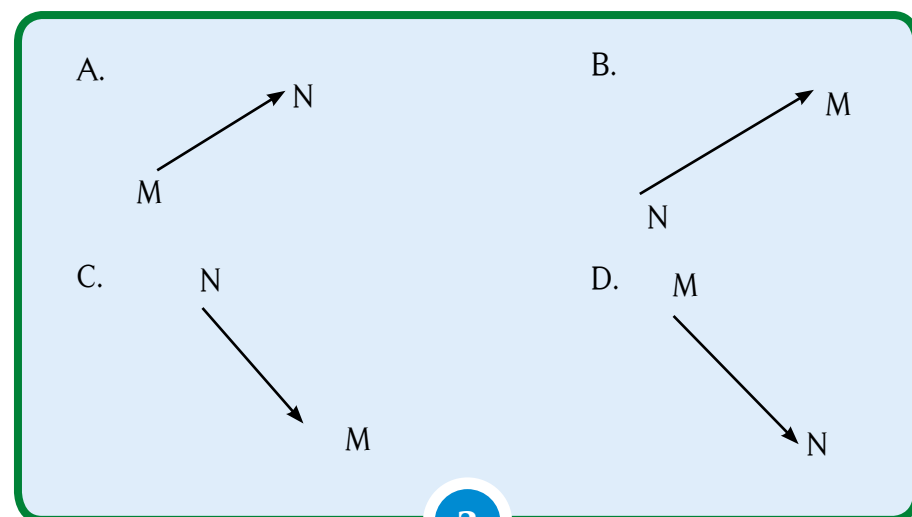
2

3. Los elementos que se distinguen en una rotación son: un punto fijo denominado centro de rotación, un ángulo que indica la amplitud de la rotación y un sentido de rotación que puede ser en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Se tiene el segmento \overline{MN}

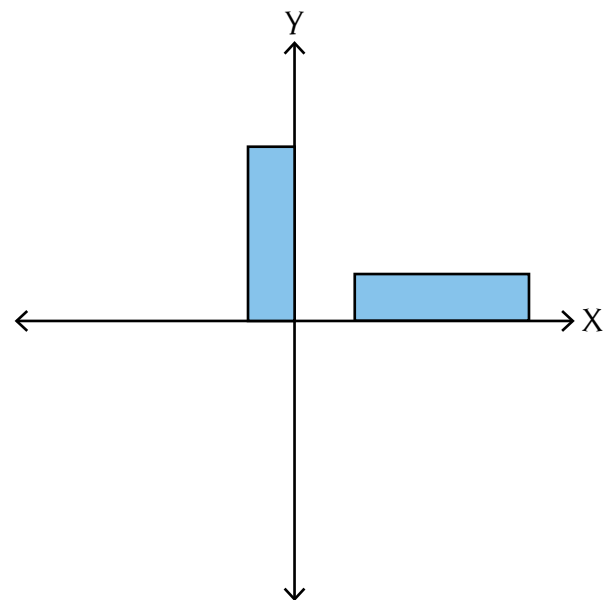


Si sobre este segmento se realiza una rotación, siendo M el punto de rotación, y el ángulo de giro de 45° en el sentido contrario a las manecillas del reloj, se obtiene.



Respondo cada una de las situaciones siguientes:

4. Interpreto la transformación que se observa en la siguiente imagen, describo en qué sentido y dirección se realizó.



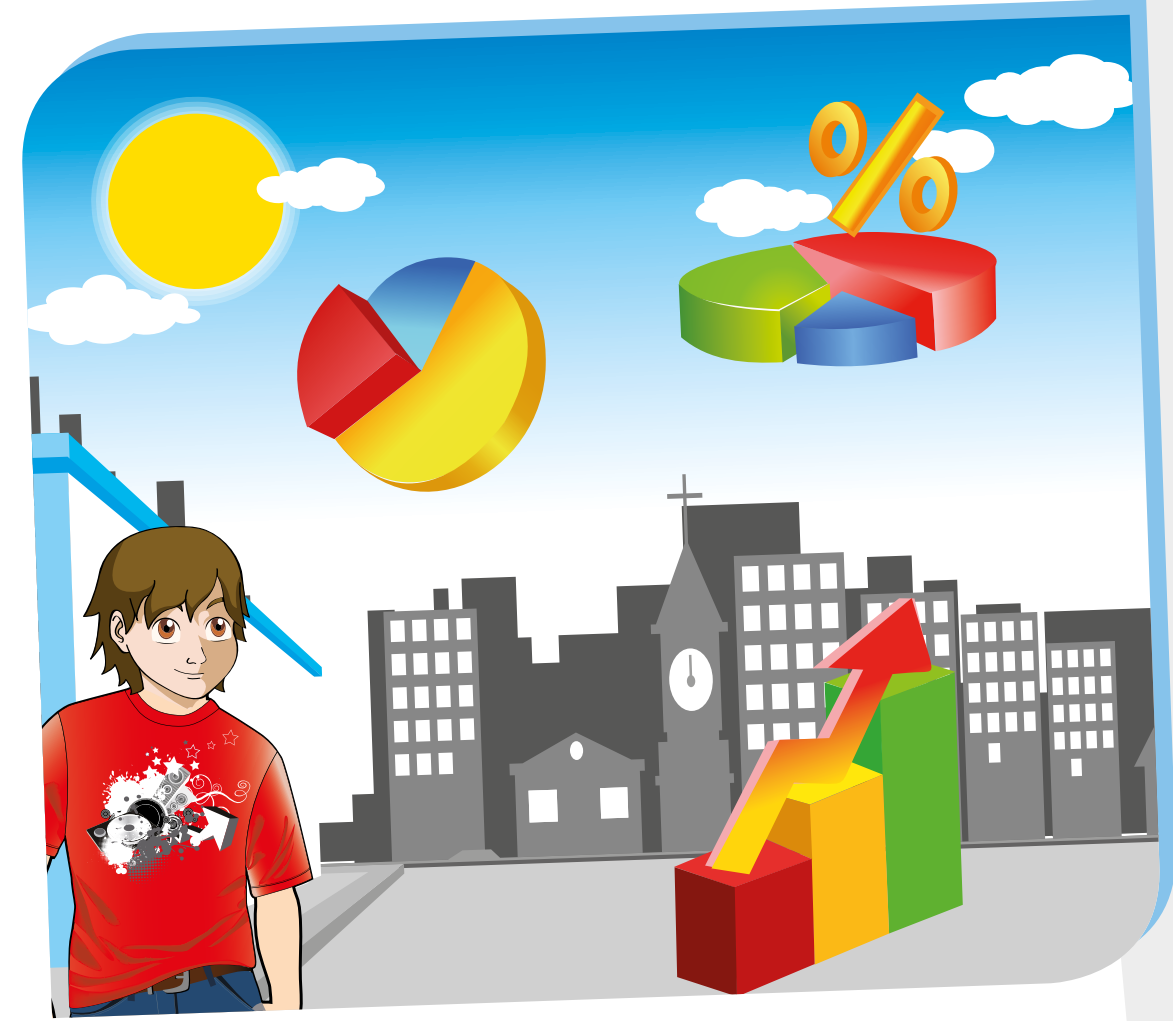
5. Atendiendo a las siguientes instrucciones, realizo en el plano cartesiano las siguientes transformaciones:

- Dibujó un segmento y lo traslado 3 cm hacia arriba en dirección vertical y luego lo traslado 4 cm a la izquierda en dirección horizontal.
- Dibujó un rombo y lo traslado 4 cm a la izquierda en dirección horizontal y luego lo traslado 6 cm en dirección vertical y hacia arriba.

Glosario

- **Desplazamiento:** Moverse de un lugar a otro.
- **Dirección:** Camino que un cuerpo sigue en su movimiento.
- **Giro:** Movimiento de una figura o un objeto alrededor de un punto o de un eje.
- **Sentido:** Ubicación respecto de un determinado punto de referencia.
- **Teselado:** Cada una de las piezas con las que se forma un mosaico.

Guía 5



Aprendamos a manejar datos

Indicadores de Desempeño

Conceptual

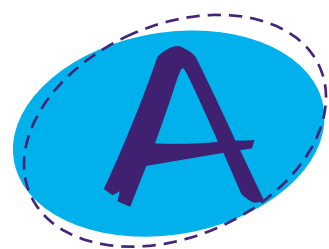
Identifica y analiza diferentes variables estadísticas.

Procedimental

Interpreta diferentes variables estadísticas.

Actitudinal

Maneja con responsabilidad la información que recoge de diversas fuentes.



Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Observo a los compañeros de la clase y hago una descripción de ellos por escrito sobre: el peso, la edad, la estatura, talla del zapato, talla de la camisa, grado y el género. (Sugerencia: para tener una medida más o menos aproximada, solicito al profesor una balanza y un metro para realizar las medidas).
2. Respondo a las siguientes preguntas y justifico con ejemplos:
 - a. ¿Todos tenemos las mismas descripciones o características?
 - b. ¿Cuáles características corresponden a un dato numérico?
 - c. ¿Cuáles características son datos que se refieren a cualidades o rasgos?

TRABAJO EN EQUIPO

3. Registramos en nuestros cuadernos la información obtenida, utilizando la siguiente tabla:

Nombre del estudiante	Grado	Género	Edad	Peso	Estatura	Talla de zapato	Talla de la camisa



Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leamos el siguiente texto, lo escuchamos con atención y organizamos un mapa conceptual con las ideas principales.

¿Qué es una variable?

En estadística, una variable es una característica que puede variar entre personas, objetos, situaciones o lugares. Es decir, se puede obtener datos distintos de la misma característica. Por ejemplo: el salario de las personas de un municipio, las estaturas de las personas de una comunidad, los gustos deportivos de las personas, el número de nacimientos de un país. Todos son variables, además, permiten un registro que puede ser numérico o atributo.

¿Existen diferentes tipos de variables?

Cuando existen características numéricas se denominan *variables cuantitativas*, por ejemplo, peso, salario, ventas, ingreso, producción, etc.

Cuando existen características que son atributos que se expresan mediante palabras se denominan *variables cualitativas*, por ejemplo, profesiones, cargos, marcas, ocupaciones, gustos, género, la raza, etc.

TRABAJO INDIVIDUAL

2. Escribo 5 ejemplos de variables cualitativas y 5 ejemplos de variables cuantitativas.
3. Completo la siguiente tabla con las variables cuantitativas y cualitativas mencionadas en la actividad anterior:

Elementos	Características	Clase de variable
Empresa	Calidad de producto	
Empresa	Número de empleados	
Hogar	Número de personas que lo conforman	
Personas	Grados cursados	

TRABAJO EN EQUIPO

4. Realizamos la siguiente encuesta a los compañeros de clase:

Edad _____ número de hermanos _____
Género _____

- ¿Cuántas horas le dedica al estudio por día después de ir al colegio?
 - ¿Cuál es la actividad que más le gusta hacer?
 - ¿Cuál es la actividad que menos le gusta hacer?
 - ¿Cuál es el programa de televisión que más le gusta?
5. Elaboramos en nuestros cuadernos una tabla en donde consignemos los resultados obtenidos de la encuesta.
6. Determinamos cuántos compañeros hay por cada uno de los aspectos que se recogieron en las tablas:

Grupo de edades	Cantidad
Menores o iguales a 12 años	
Mayores o iguales a 13 años	

Género	Cantidad
Masculino	
Femenino	

Números de hermanos	Cantidad
Menos o iguales a dos	
Mayores o iguales a tres	

Horas de estudio	Cantidad
Menos o igual a una hora	
Mayores a una hora	

Actividad	Cantidad
Menos gusta	
Más gusta	



De acuerdo con la información recogida en las tablas, escribimos algunas conclusiones que permitan describir a nuestros compañeros.

7. Socializamos en plenaria y en compañía del profesor las actividades desarrolladas anteriormente.



TRABAJO EN EQUIPO

- Con la ayuda del profesor y junto a los compañeros, preparamos una encuesta para recoger información sobre los siguientes aspectos de las personas que forman parte de la comunidad:
 - Sobre las personas que conforman la familia.
 - Sobre las personas que trabajan en la comunidad.
 - Sobre las actividades que realizan en el tiempo libre.
- Discriminamos la información recogida por género y edad de cada uno de los aspectos. Elaboramos tablas con esta información.

TRABAJO EN EQUIPO

- A través de una exposición, compartimos la información recolectada teniendo en cuenta el tipo de variables y completamos la información con lo que escuchamos. Determinamos la clase de variable según la característica:

Variables	Tipos de variable	Ejemplo
Producción de café		
Horas de trabajo		
Relación con mi familia		
Nivel educativo de los profesores de mi institución		
Exportaciones por puerto		

2. La expresión ATM PR canje recibido nacional significa que fueron avances; es decir, dinero que se sacó del cajero. El monto de todos los avances hechos por el dueño de la tarjeta durante ese mes, es de:

A. \$ 900.000
 B. \$ 800.000
 C. \$ 810.000
 D. \$ 91.000

2

3. No todo el cupo de la tarjeta puede disponerse para avances, situación que se puede leer en el extracto. El porcentaje del cupo total que se puede gastar en avances es del:

A. 50%
 B. 100%
 C. 75%
 D. 80%

3

Respondo las preguntas 4, y 5 de acuerdo a la siguiente información:

El uso de Internet ha crecido de forma acelerada. La tabla muestra las estadísticas del número de usuarios de Internet del 2007 por regiones.

Región	Usuarios de internet	Población total
África	43.995.700	933.448.292
Asia	459.476.825	3.712.527.624
Europa	337.878.613	809.624.686
Oriente Medio	33.510.500	193.452.727
Norteamérica	234.788.864	334.538.018
Latinoamérica / Caribe	115.759.709	556.606.627
Oceanía / Australia	19.039.390	34.068.443

4. La cantidad de personas que no usaron Internet en África fue:

A. 125.365.126
 B. 785.231.654
 C. 889.452.592
 D. 988.478.360

4

5. La diferencia entre personas que no usaron Internet en Oriente Medio y Oceanía, es:

A. 159.942.227
 B. 15.429.053
 C. 158.984.284
 D. 144.913.174

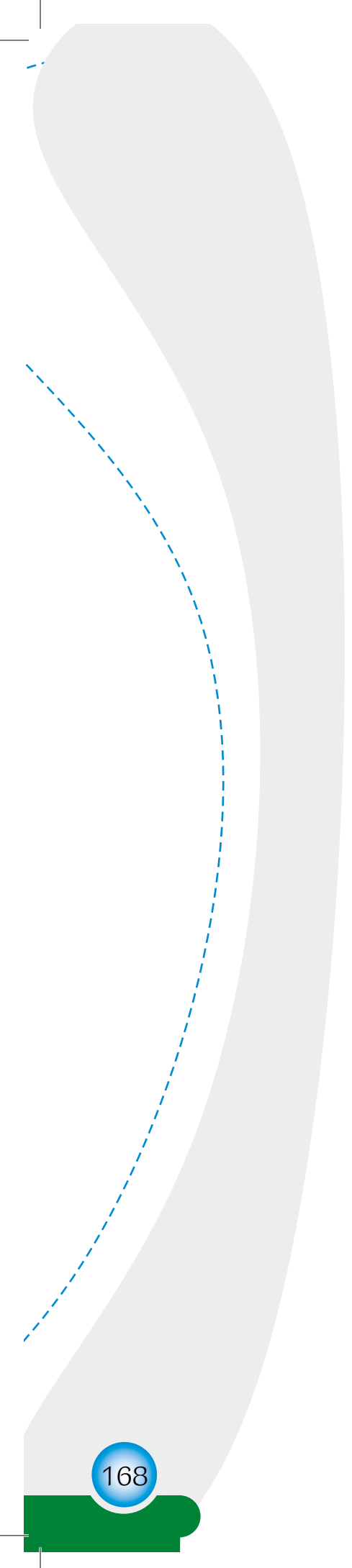
5

Glosario

- **Atributos:** Cada una de las cualidades o rasgos propios de un sujeto, objeto o cualquier ser.
- **Cualitativa:** Que denota cualidad.
- **Encuesta:** Conjunto de preguntas tipificadas dirigidas a una muestra representativa, para averiguar estados de opinión o diversas cuestiones de hecho.
- **Estadística:** Estudio de los datos cuantitativos de la población, de los recursos naturales e industriales, del tráfico o de cualquier otra manifestación de las sociedades humanas.
- **Variable:** Magnitud que puede tener un valor cualquiera de los comprendidos en un conjunto.

Bibliografía

- Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-0-3. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Diccionario de la lengua española. Recuperado en <http://www.rae.es>.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>.
- Impact Mathematics course 2. MacGraw Hill Companies. Recuperado de http://www2.lhric.org/poCantico/math/Course_2/chap04-s.pdf.
- Lajas F. (2003). Plano Cartesiano. Descartes 2D. Recuperado de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Nociones_geometria_analitica/Geome_1.htm.



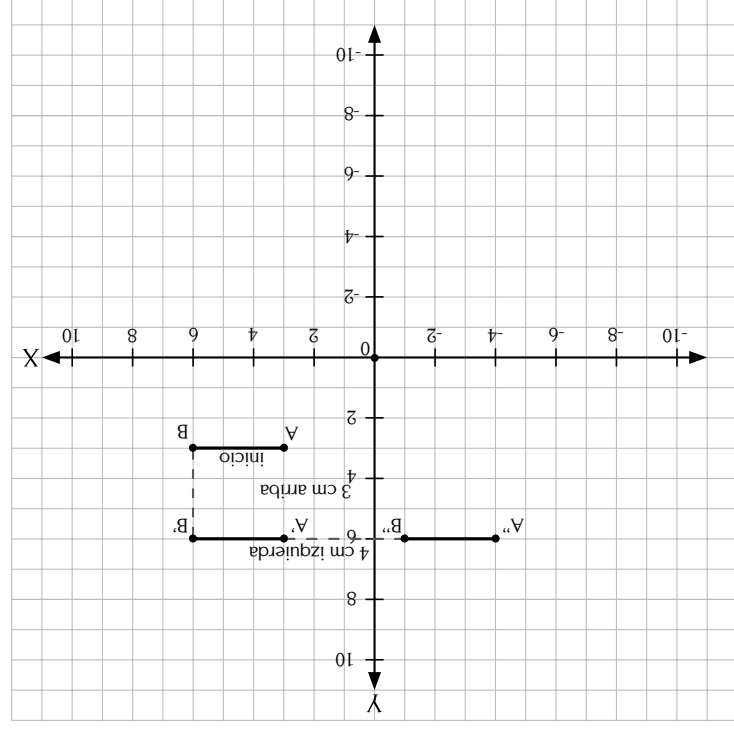
3	A (-3,5, 2,5); B (-2,5, 3,5); C (-2,5, 2,5); D (-3,5, 1); E (-1, 1); F (-1,3); G (1, 4); H (3,1); I (1, 1); J (-4, -2); K (4, -2); L (-3, -4); M (3, -4)
4	A
5	A

Guía 4

Pregunta

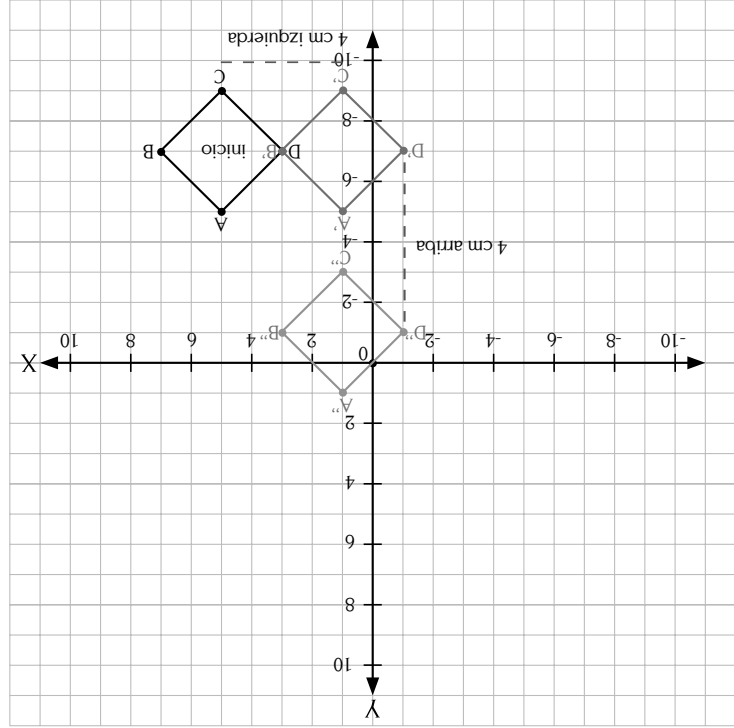
1	B
2	B
3	B
4	Una rotación de 90°, hacia la derecha del rectángulo.

a.



5

b.



5

Guía 5

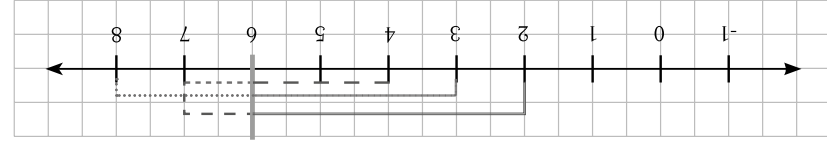
Pregunta

1	A
2	C
3	A
4	C
5	D

Respuesta

Guía 2

Pregunta

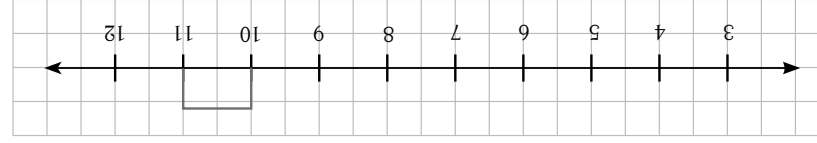
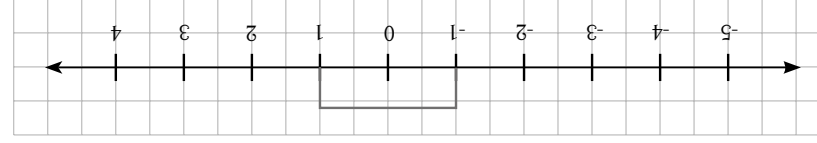
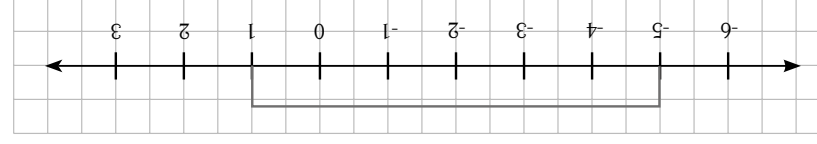
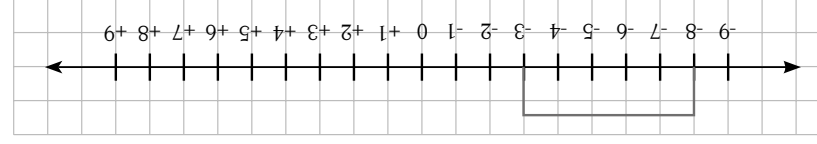
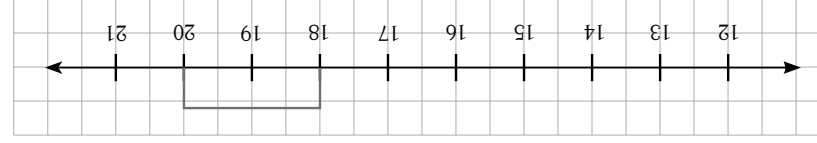


¿Que nota hace el rol del número cero? La nota de 6
Se puede afirmar que Biología está a -2 de la nota de aprobación? si

Nació en 1958, corresponde a -25.
Terminó el bachillerato en 1976, corresponde a -7.
Se casó en 1985, corresponde a +2.
Tuvo su primer hijo en 1990, corresponde a +7.
Y se divorció en el año 2000, corresponde a +10.

2

Pregunta



- A. -323
- B. +6.959
- C. -5.430.000
- D. -60
- E. +5
- F. -4.000

4

5

Sube en el piso	-2	7 pisos más arriba	5
Vaja en el ascensor	4	6 pisos hacia abajo	-2
Baja en el piso	-2	5 pisos hacia arriba	3
	6	8 pisos hacia abajo	-2
	9	9 pisos hacia abajo	0
	-3	10 pisos hacia arriba	7

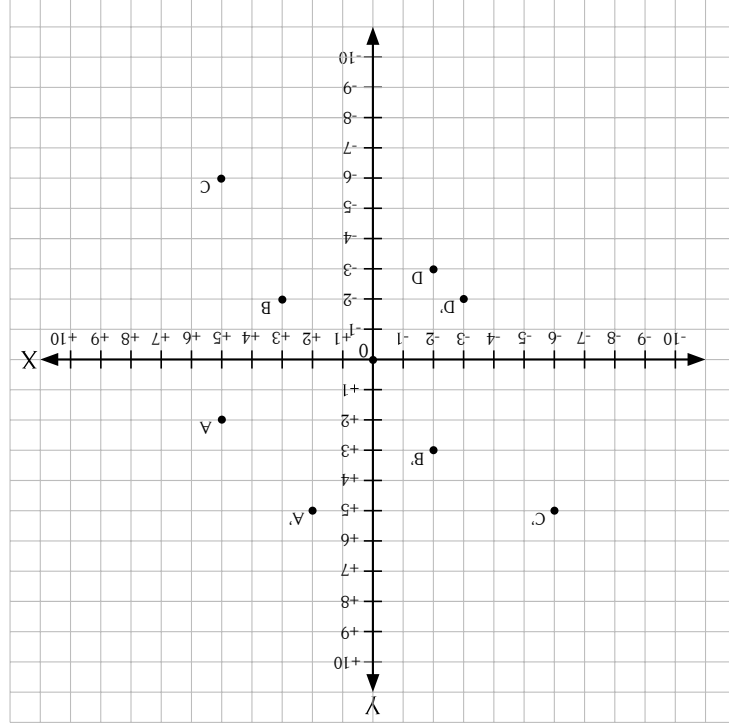
Guía 3

Pregunta

1

Respuesta

- A (+5, +2) y A' (+2, +5)
- B (-2, +3) y B' (+3, -2)
- C (+5, -6) y C' (-6, +5)
- D (-2, -3) y D' (-3, -2)



2

UNIDAD 2

Guía 1

Pregunta	1	2	3	4	5	6																
Respuesta	A	C	C		A. (V) B. (F) C. (V) D. (F)																	
				<table border="1"> <tr> <td>Situación a resolver</td> <td>918 x 1</td> <td>modulativa</td> </tr> <tr> <td>Propiedad que se cumple</td> <td>546 + 374 = 374 + 546</td> <td>commutativa</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1.204 + 0</td> <td>modulativa</td> </tr> <tr> <td></td> <td>463 x 312</td> <td>clausurativa</td> </tr> <tr> <td></td> <td>612 ÷ 27</td> <td>no clausurativa</td> </tr> </table>	Situación a resolver	918 x 1	modulativa	Propiedad que se cumple	546 + 374 = 374 + 546	commutativa		1.204 + 0	modulativa		463 x 312	clausurativa		612 ÷ 27	no clausurativa			
Situación a resolver	918 x 1	modulativa																				
Propiedad que se cumple	546 + 374 = 374 + 546	commutativa																				
	1.204 + 0	modulativa																				
	463 x 312	clausurativa																				
	612 ÷ 27	no clausurativa																				
						<p>a) Primer día son: 1.940 km Segundo día son: 1.940 km + 340 km = 2.280 km Tercer día son 2.280 km - 890 km = 1.390 km Recorrido: 1.940 km + 2.280 km + 1.390 km = 5.610 km Rta: el avión recorre en los tres días 5.610 km</p> <p>b) Si pagan las 8 personas, cada una tendría que pagar \$2.500. Pero, dice el problema que paga \$1.500 los restantes ya que existen unas personas que no pagan dan \$4.000. Luego hacemos una división $20.000 \div 4.000$ da 5. Rta. 5 personas pagan y 3 personas no pudieron pagar.</p>																

Guía 5

Pregunta	1	2	3	4	5
Respuesta	A	A	C	A	C

Guía 6

Pregunta	1	2	3	4	5
Respuesta	B	A	B	A	C



UNIDAD 1

Guía 1

Pregunta	1
Respuesta	A
	2
	B
	3
	C
	4
	C
	5
	C

Guía 2

Pregunta	1
Respuesta	A
	2
	C
	3
	D
	4
	C
	5
	B y D

Guía 3

Pregunta	1
Respuesta	A. (V) B. (V) C. (V) D. (F)
	2
	A. (No es i y no es e) B. (e) C. (e) D. (i) E. (i)
	3
	A. q = 141 B. y = 912 C. e = 2570
	4
	B
	5
	C
	6
	B

Guía 4

Pregunta	1
Respuesta	B
	2
	D
	3
	A
	4
	C
	5
	D



EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS

GRADO SEXTO

Cada una de las guías incluidas en los módulos de interaprendizaje del modelo Escuela Nueva - Escuela Activa Urbana, cuenta al final con una serie de preguntas que apuntan a fortalecer la evaluación por competencias y a valorar los indicadores de desempeño procedimentales, actitudinales y conceptuales propuestos al inicio de cada guía, al igual que las competencias y estándares descritos al inicio de cada unidad.

En el apartado de evaluación por competencias se presentan múltiples tipos de preguntas, que dan al estudiante la posibilidad de identificar sus fortalezas y aspectos a mejorar en el manejo de la evaluación. Por esa razón, habrá preguntas abiertas, problemas, actividades, preguntas de selección múltiple, entre otras.

En el área de Matemáticas de acuerdo con la especificidad del área no se establecen niveles de competencias y atendiendo a los lineamientos curriculares, se evalúan habilidades tales como: Razonamiento, resolución de problemas y comunicación.

La intención de las presentes orientaciones es apoyar el trabajo cotidiano en las instituciones educativas, fomentar a los procesos por competencias y apoyar la importante labor de los y las docentes. Por ello se encuentran unas orientaciones para abordar las preguntas y situaciones planteadas que permitan reflexionar sobre los procesos desarrollados a lo largo de la guía, siempre en aras del mejoramiento y la calidad educativa y la formación humana.