Guía 3

Aprendamos sobre la potenciación y la radiación

Tres amigos se enteran de un secreto. Al otro día, esos tres amigos se lo cuentan a otros tres cada uno. Al tercer día, estos se lo cuentan a otros tres cada uno y asi sucesivamente

¿Cuántos amigos saben el secreto al cuarto día? ¿Y al quinto?

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Identifica la diferencia entre potenciación y radicación.

Procedimental
Ejercita las diferentes propiedades de la potenciación y la radicación.

Actitudinal
Valora la importancia de la potenciación y de la radicación en la solucion de diferentes situaciones.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente las siguientes situaciones y respondo por escrito las preguntas planteadas.

   a. En una finca hay 4 gallineros, cada gallinero aloja 4 gallinas y de acuerdo con el análisis que ha hecho el veterinario, cada gallina pone 4 huevos en un día.

      ✓ ¿Cuántas gallinas tiene la finca?
      ✓ ¿Cuántos huevos se recogen de cada gallinero en un día?
      ✓ ¿Qué cantidad de huevos se recoge cada día en la finca?

   b. Una bacteria que colocada en cierto medio, ella sola se reproduce cada hora, así, en la primera hora da origen a 2 bacterias, en la segunda 4 y en la tercera hora 8 bacterias. ¿Cuántas horas habrán transcurrido cuando llegue esta bacteria a reproducir 512 bacterias?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Respondemos en nuestros cuadernos las siguientes preguntas:

   a. ¿Cuáles son los procedimientos que utilizaron para resolver las situaciones anteriores?

b. ¿Consideramos que se realizaron los procedimientos adecuados?
c. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando dibujos? Justificamos la respuesta.
d. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando sumas? Justificamos la respuesta
e. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando multiplicaciones? Justificamos la respuesta.
f. ¿Cuál es el procedimiento más adecuado y más eficiente para solucionar estas situaciones? Justificamos la respuesta.

3. Invitamos al profesor a evaluar las actividades desarrolladas.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto, anotamos los aspectos más importantes en el cuaderno y respondemos las preguntas indicadas.

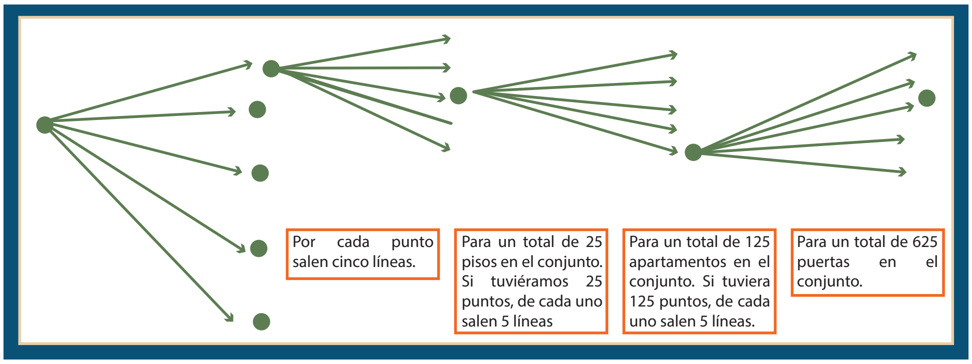
Un arquitecto diseña un conjunto residencial que está conformado por 5 edificios, cada edificio tiene 5 pisos, cada piso tiene 5 apartamentos y cada apartamento requiere 5 puertas de madera. ¿Cuántas puertas de madera se necesitan en todo el conjunto residencial?

a. Representamos a través de un dibujo la situación anterior.
b. ¿Cuáles operaciones se pueden realizar para poder dar respuesta a esta situación?
c. Seleccionamos el procedimiento más eficiente. Justificamos la respuesta
d. Respondemos:
Si hubiéramos empleado otro procedimiento, ¿cuáles son las ventajas y desventajas que tiene?

2. Tanto la situación anterior como las situaciones planteadas en la vivencia, tienen aspectos en común; para comprenderlo, respondemos a las siguientes preguntas:

a. ¿Qué representa el 5 en la situación del conjunto residencial?

El cinco (5) representa la cantidad que se repiten los edificios, los pisos, apartamentos y puertas en el conjunto residencial. Una forma de representar esta situación es a través de un diagrama de árbol:



Existe otro procedimiento para resolver estas multiplicaciones:

Para saber cuántos pisos hay en todo el conjunto residencial se multiplica 5 x 5 = 25

Para saber cuántos apartamentos hay en todo el conjunto residencial: 25 x 5 o, lo que es lo mismo, 5 x 5 x 5 = 125.

Para saber cuántas puertas de madera deben haber en todo el conjunto:

125 x 5 o, lo que indicaría lo mismo, 5 x 5 x 5 x 5 = 625.
Como se observa, el 5 es el factor que se repite 4 veces y se puede expresar de la siguiente forma:

Exponente

$$5^4 = 625$$

Base

Potencia

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

La expresión anterior, se denomina **potencia** y se lee "5 a la potencia 4" o "5 elevado a la 4" o simplemente "5 a la 4".

El 5 se denomina **base**, el 4 recibe el nombre de **exponente** y 625 se denomina la **potencia.**

La **base** indica el número o factor que se repite en la multiplicación y el **exponente** corresponde a la cantidad de veces que se repite este factor.

El valor de la **potencia** es el resultado de multiplicar la base tantas veces como indique la potencia.

$$a^n = a \times a \times a .... \times a$$

b. Expresamos las situaciones tratadas hasta el momento en la guía en forma de potencia.

3. Escribimos las siguientes multiplicaciones de factores iguales como potencias y calculamos los resultados:

a. $3 \times 3 \times 3$	f. $(-2)(-2)(-2)$	k. $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$
b. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	g. $(-1)(-1)$	l. $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$
c. 6×6	h. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$	m. $\left(-\frac{3}{7}\right)\left(-\frac{3}{7}\right)\left(-\frac{3}{7}\right)$
d. $10 \times 10 \times 10 \times 10$	i. $(-7)(-7)$	n. $0{,}012 \times 0{,}012$
e. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$	j. $(-4)(-4)(-4)(-4)$	o. $(-0.01)(-0.01)$

✓ Comprobamos los resultados con la calculadora.

4. Practicamos hallando diferentes potencias, expresando la multiplicación y luego resolviéndola así:

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

a. 2^4	e. $(-3)^2$	i. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
b. 5^6	f. $(-2)^4$	j. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$
c. 3^2	g. $(-10)^3$	k. $(0.03)^4$
d. 7^3	h. $(-6)^7$	l. $(-0.003)^2$

✓ Comprobamos los resultados con la calculadora.

5. Consignamos en el cuaderno las siguientes propiedades de la potenciación que aparecen en la siguiente tabla:

Propiedad	En qué consiste	Ejemplo
Productos de potencias iguales	Cuando se tiene la misma base, se suman los exponentes.	$(5)^3(5)^2 = (5)3+2$ $(-2)^3 (-2)^4 = (-2)^{(3+4)}$
Cociente de potencias iguales	Cuando se tiene la misma base se restan los exponentes.	$(-2)^5/(-2)^3 = (-2)^{5-3}$ $\left(\frac{0.01}{0.01}\right)^{7}_{2} = 0.01^{7-5}$
Potencia de exponente 1	Cuando se cuenta con exponente 1, el resultado es la misma base.	$7^1 = 7$ $(-1)^1 = -1$ $\left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$

Propiedad	En qué consiste	Ejemplo
Potencia de exponente cero	Cuando se cuenta con exponente 0, el resultado es 1.	$8^0 = 1$ $(-0.23)^0=1$
Potencias con exponente negativo	Una base con exponente negativo es igual al inverso multiplicativo de su base.	$4^{-1} = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^2$
Potencia de una potencia	Cuando se cuenta con una potencia que a su vez está elevada a otro exponente, los exponentes se multiplican.	$(10^2)^3 = (10)^6$ $((-3)^2)^6=(-3)^{12}$
Potencia de un producto	Si se cuenta con dos factores que están elevados a una potencia, eso quiere decir que cada uno de los factores también se encuentra elevado a esa potencia.	$(7 \times 4)^3 =(7)^3 \times (4)^3$ $\left(\frac{5}{4} \times 0{,}15\right)^7$ $=\left(\frac{5}{4}\right)^7 \times (0{,}15)^7$
Potencia de un cociente	Si se cuenta con dos cantidades en forma de cociente y está elevada a una potencia, tanto el dividendo como el divisor adquieren el exponente al que está elevado esta potencia.	$\left(\frac{-9}{10}\right)^4 = \frac{(-9)^4}{10^4}$ $\left(\frac{2}{11}\right)^3 = \frac{2^3}{11^3}$
Potencia con exponente racional	Si se cuenta con un exponente racional, este se escribe como índice de una raíz y la base como cantidad subradical.	$2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$ $\left(\frac{9}{81}\right)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{81}\right)^2}$

6. *Aplicamos las propiedades anteriores desarrollando en el cuaderno los siguientes ejercicios:*

a. $(7)^3(7)^2$

b. $(-5)^3(-5)^4$

c. $\left(\frac{-1}{-1}\right)^{\frac{5}{4}}$

d. $\frac{10^3}{10^2}$

e. $\frac{24}{(2^2)^2}$

f. $(2^2)^3$

g. $\left(\frac{-9}{3}\right)^{-4}$

h. $\frac{12^5}{6^5}$

i. $(-10)^3 \times (5)^3$

j. 8^{-5}

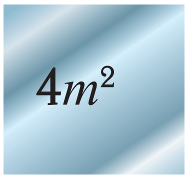
k. $(3{,}5)^6$

l. $\left(\frac{6}{8}\right)^{-4}$

m. $(7{,}1)^{-2}$

7. Continuamos con la lectura, no olvidemos anotar los aspectos más importantes en el cuaderno y resolver las preguntas propuestas.

A la señora María le regalaron un espejo cuadrado sin marco y le han dicho que el marco tiene un área de 4 m2. A María le interesa saber cuánto mide cada lado de su espejo y calcular así la longitud de madera que debe emplear para enmarcar su espejo.



Se sabe que el área de un cuadrado está determinada por la multiplicación entre dos de sus lados

$$I \times I = 4 \text{ m}^2$$

Esto indica que:

$$I^2 = 4$$

Entonces debemos encontrar un número tal que su cuadrado es igual a 4.

a. Respondemos: ¿qué valor debe tomar I ?, ¿cómo encontramos tal valor?

8. En matemáticas la expresión $I^2 = 4$ es equivalente a la expresión

$$I = \sqrt[2]{4}$$

En este caso, el valor correspondiente es 2 o -2 tenemos dos opciones porque

$$2^2=4 \qquad \text{o} \qquad (-2)^2=4$$

Como la situación es de medidas, éstas siempre deben ser positivas; por tanto, el lado mide 2 m.

Esta operación se denomina **radicación** y es una de las operaciones inversas a la potenciación. La radicación busca el valor de la base de una potencia.

En la **radicación** se diferencian estas partes:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

Índice del radical

Raíz o base

Cantidad subradical

Un **radical** se puede representar como una **potencia con exponente racional** en la que el **denominador** es el **índice** del radical y el **numerador** es el **exponente** del radicando.

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ es lo mismo que } b^n = a$$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{-125} = (-125)^{\frac{1}{3}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{0{,}00000001} = (0{,}00000001)^{\frac{1}{3}}$

9. Hallamos el valor de la base o raíces y las escribimos como potencias.

a. $\sqrt[5]{225}$

b. $\sqrt[2]{\frac{100}{25}}$

c. $\sqrt[4]{216}$

d. $\sqrt[6]{\frac{128}{16}}$

e. $\sqrt[3]{\frac{1}{54}}$

f. $\sqrt[3]{5^4}$

g. $2^3 \times 3^5 \sqrt[4]{128}$

h. $\sqrt[3]{-27}$

i. $\sqrt{10^6}$

j. $\sqrt[2]{0{,}25}$

k. $\sqrt[3]{-1}$

l. $\sqrt{4{,}64}$

10. Al igual que la potenciación, en la radicación también existen propiedades. Consignemos en el cuaderno la siguiente tabla:

Operación	Propiedad	Ejemplo
Raíz de un producto	Al tener un producto en la cantidad subradical indica que cada uno de los factores se puede expresar como una raíz.	$\sqrt[3]{4 \times 8} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{8}$
Raíz de un cociente	Al tener una división indicada en la cantidad subradical, indica que cada uno se puede expresar como una división entre raíces.	$\sqrt[4]{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{9}}$

Operación	Propiedad	Ejemplo
Raíz de una potencia	Cuando se tiene una raíz y la cantidad subradical está elevada a una potencia, el resultado es una potencia con un exponente racional.	$\sqrt[6]{4^4} = 4^{\frac{4}{6}}$
Raíz de una raíz	Cuando se cuenta con una raíz que tiene como cantidad subradical otra raíz, se multiplican los índices.	$\sqrt[2]{\sqrt[3]{18}} = \sqrt[6]{18}$

11. Aplicamos las propiedades de la radicación en los siguientes ejercicios.

a. $\sqrt{4 \text{ X } 16}$

b. $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}$

c. $\sqrt{\frac{25}{36}}$

d. $\sqrt[4]{2^4}$

e. $\sqrt{2 \text{ x } 5}$

f. $\sqrt{\frac{9}{49}}$

g. $\sqrt[5]{\sqrt[2]{100}}$

h. $\sqrt{\frac{1}{25}} + \sqrt{\frac{9}{64}}\sqrt{\frac{4}{9}}$

i. $\sqrt[5]{72{,}5}$

j. $\sqrt{-1000}$

k. $\sqrt[2]{\sqrt[2]{14{,}4}}$

l. $\sqrt[3]{8{,}1 \text{ x } 12{,}5}$

12. Invitamos a nuestro profesor y le compartimos las actividades desarrolladas para que las evalué.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Aplico lo aprendido acerca de la potenciación y radicación resolviendo las siguientes situaciones:

a. En mi casa hay tres habitaciones, cada habitación tiene un área de 3 m por 3 m. ¿Cuál es el área total de las tres habitaciones?

b. Juan sembró flores en un terreno de forma cuadrada de 144 000 m². Quiere saber la medida del lado de este jardín para poder cercarlo. ¿A cuánto equivale el lado del jardín?

c. Si la capacidad de leche que tiene una caja es de 1 000 cm^3, ¿cuánto debe medir cada lado de la caja?

d. El parqueadero de un centro comercial tiene un área de 10 000 m^2, si cada casilla tiene 2,5 m de ancho por 4 m de largo ¿Cuántos autos se pueden ubicar en el parqueadero?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Resolvemos las siguientes operaciones aplicando las propiedades de la potenciación y la radicación

a. $\left(\frac{2}{3}-1\right)^2$

b. $\sqrt{1 \times \frac{7}{8}}$

c. $\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{2}\right)^2$

d. $\sqrt{\frac{1}{25}} + 4^3$

e. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 5^{-3}$

f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} + 5^0$

g. $9^1 + \sqrt[4]{\sqrt{3}}$

h. $(20{,}3)^2$

i. $(6^3.3^{-3})^2$

j. $(4{,}2)^5 \times \sqrt{\frac{49}{16}}$

k. $\sqrt[3]{-81} + \frac{5}{3}^2$

l. $-\ 12^4$

m. $(8{,}37)^{-5}$

3. Invitamos al profesor para que valore los ejercicios realizados y nos aclare algunas inquietudes si se hace necesario.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto y luego lo consignamos en el cuaderno.

En la oficina de una empresa, se tiene un espacio con las siguientes medidas:

Un metro de largo, un metro de ancho y un metro de alto

El gerente desea utilizarlo para ubicar un fichero y guardar en él documentos importantes. El volumen con el que cuenta el gerente se puede calcular multiplicando cada unidad de medida (largo, ancho, altura). Entonces

$$V = 1\text{ m} \times 1\text{m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^3$$

Esto indica que el espacio tiene un volumen de 1 m^3.

¿Cómo se mide el volumen?
Como cada unidad de medida del largo, ancho y alto se mide en metros, entonces la medida de volumen es:

unidad de largo x unidad de largo x unidad de alto = 1 m x 1 m x 1 m =1 m^3

Siempre se tiene la misma unidad de medida en las tres dimensiones para poder establecer la unidad de volumen; en caso de que sean diferentes se realizan cambios para tener la misma.

Así, la unidad patrón de volumen es m^3 *y se lee "metros* cúbicos". El gerente cuenta con 1 m^3, es decir, 1 metro cúbico de espacio.

2. Teniendo en cuenta el problema anterior, resolvemos en el cuaderno los siguientes problemas:

   a. ¿Con cuánto volumen cuenta el gerente si sólo tiene 80 cm de largo, 80 cm de ancho y 80 cm de alto?

   b. Si el gerente sólo utiliza la mitad del metro 0,5 m por cada uno de los lados tanto de largo, ancho y alto ¿Cuánto volumen está utilizando?

3. Completamos en nuestros cuadernos la siguiente tabla, que da cuenta de las relaciones entre potenciación y radicación:

Potenciación	Base	Exponente	Potencia	Radicación	Índice	Cant. Subradical	Raíz
$3^4 = 81$	3	4	81	$\sqrt[4]{81}$	4	81	3
	6		216		3		
		6		$\sqrt[6]{64}$			
	3		125				5
		4				216	
$7^3 = 543$							
				$\sqrt[3]{512}$			
	10	4					
					3	729	
$8^5=$							
				$\sqrt[2]{144}$			

4. De acuerdo con la información de la tabla, respondemos los siguientes planteamientos:
   a. ¿A qué término corresponde la base en la potencia en la radicación?
   b. ¿A qué término corresponde la raíz en la potenciación?
   c. El índice de un radical, ¿a qué término corresponde en la potenciación?
   d. El exponente en la potenciación, ¿a qué término corresponde en la radicación?

5. Aprovechando la biblioteca del colegio o la sala virtual, consultamos acerca de la logaritmación y, a partir de ejemplos, presentamos su relación con la potenciación y la radicación

6. En compañía del profesor socializamos en las actividades de conjunto, los ejercicios realizados y le solicitamos valorar el trabajo.

Evaluación por competencias

1. Describo con mis propias palabras la siguiente expresión y la resuelvo en mi cuaderno.

$$7^{-5} \text{ x } \left(\frac{3}{7}\right)^0 + \sqrt[3]{3 \text{ x } 9}$$

1

2. Determino de los siguientes enunciados, cuáles son verdaderos o falsos. Justifico la respuesta.

A. Si la base de una potencia es un número entero negativo, el exponente es un número impar, su resultado puede ser un entero negativo. ( )

B. Si la base de una potencia es un número negativo el resultado siempre será un número positivo, sin importar si el exponente es par o impar. ( )

C. Si se tiene una potencia con exponente negativo, esta expresa una radicación. ( )

2

Selecciono la respuesta correcta:

3. Dos docenas de cajas contienen 12 bolsas cada una, formadas por 12 paquetes de dulces cada uno. ¿Cuántos dulces hay?

A. 12

B. 144

C. 1 728

D. 3 456

3

4. Encuentro los metros de cuerda que se necesitan para rodear 7 veces un cuadrado de 289 metros cuadrados de área.

A. 68 m

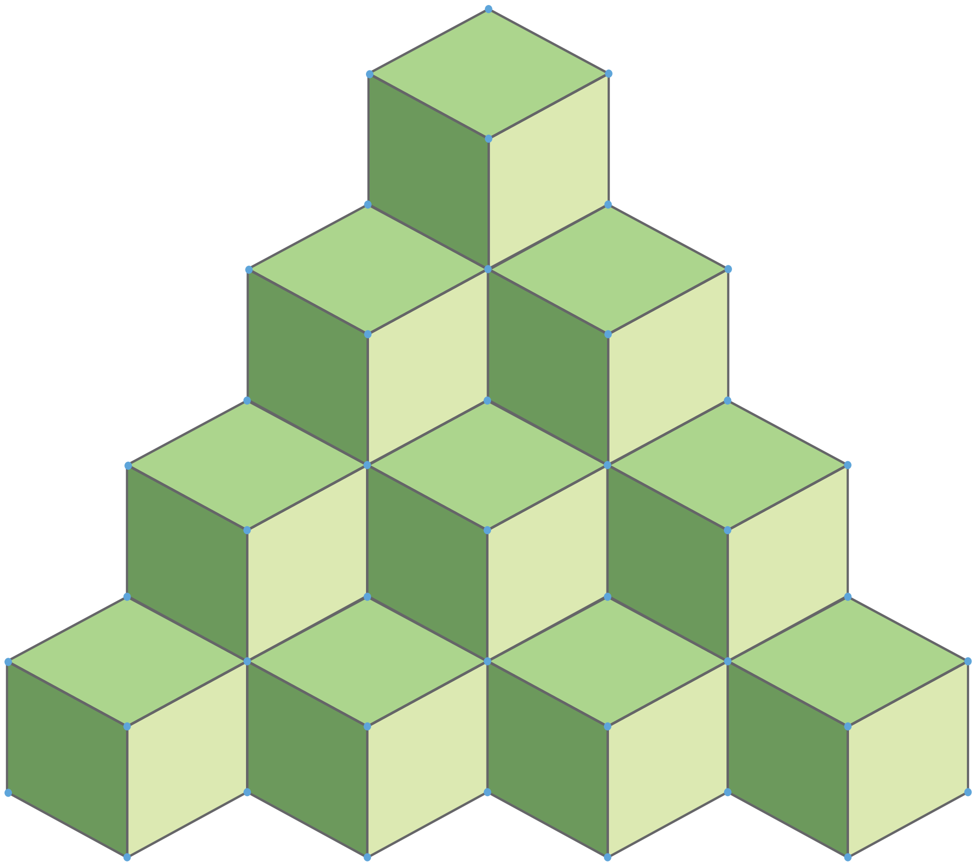
B. 296 m

C. 476 m

D. 2 023 m

4

5. La cantidad de cubos que hay en la figura se calcula con:



A. $\frac{4^3}{2}$

B. $2^3 + 3 \times 2^2$

C. $3 \times 2^3 - 2 \times 2^2$

D. 5×2^3

5

Glosario

- **Exponente:** Indica las veces que se repite la base. Existen positivos, negativos y racionales.
- **Base:** Es el factor que se repite tantas veces que indique el exponente.
- **Radicación:** Es una de las operaciones inversas de la potenciación, busca el valor de la base.
- **Volumen:** Es una magnitud métrica de tipo escalar, definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio. Es una magnitud derivada de la longitud, ya que se haya multiplicando la longitud, el ancho y la altura. (Wikipedia)
- **Metro cúbico:** Es un cubo cuya arista mide 1 metro por cada lado.