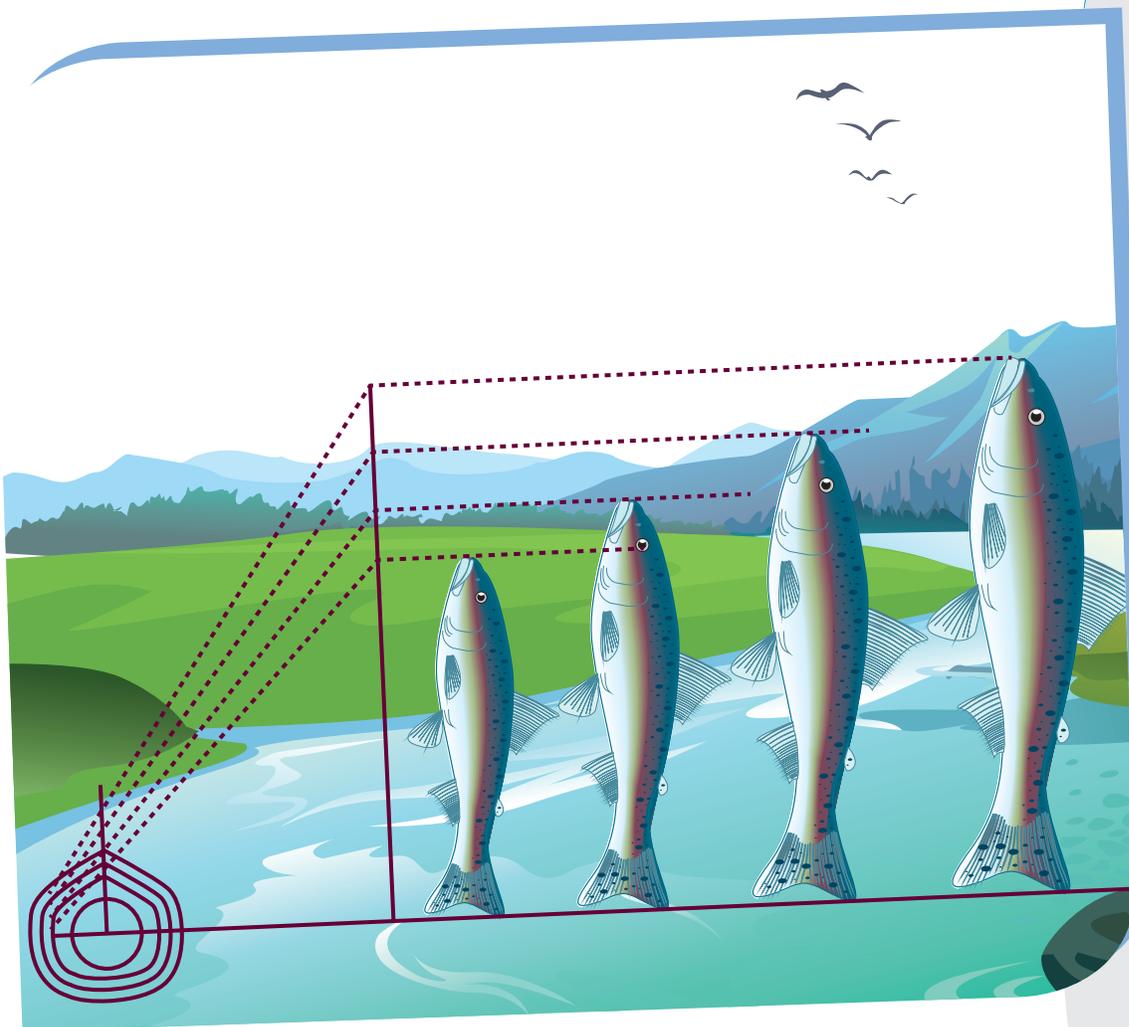


# Guía 3



Aprendamos acerca de la proporcionalidad directa e inversa

## Indicadores de Desempeño

### Conceptual

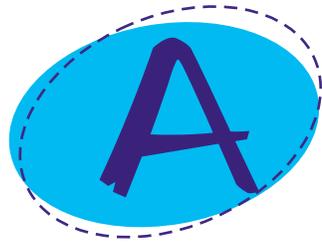
Identifica características de las proporciones

### Procedimentales

Resuelve situaciones proporcionalidad.

### Actitudinal

Reconoce la importancia que tiene la proporcionalidad en la vida diaria.



## Vivencia

### TRABAJO INDIVIDUAL

1. Desarrollo en mi cuaderno las siguientes actividades y elaboro la gráfica correspondiente.
  - a. Dibujo un rectángulo, que mida 6 cm de largo y 3 cm de ancho.
  - b. Dibujo otro rectángulo con el doble de largo y el doble de ancho del rectángulo dado en el numeral anterior: ¿Cuánto miden sus lados ahora?
  - c. ¿A qué razón aumentarían las medidas de largo y de ancho de este rectángulo? ¿Por qué?
2. Completo la tabla con la edad y medida de la altura de tres compañeros de clase.

| NOMBRE | EDAD (años) | ESTATURA (metros) |
|--------|-------------|-------------------|
|        |             |                   |
|        |             |                   |
|        |             |                   |

Respondo por escrito:

- a. ¿A medida que se crece en edad, también se aumenta en estatura? Argumento mi respuesta.
  - b. ¿Se puede deducir la edad de una persona por su altura? Justifico la respuesta.
3. En una fábrica de muebles de oficina, se realiza diferentes modelos de acuerdo a la estatura de la persona.



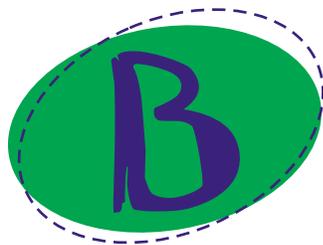
- a. Elabora una tabla con los datos que muestra la gráfica.  
 b. Si la persona tiene una estatura de 175 cm ¿Cuál es la altura del escritorio que le corresponde?
4. Para hacer las banderas del equipo de fútbol del salón, el profesor solicitó que fueran de 1 m de alta todas y que el largo lo establecía el grupo. Se compraron 2 metros de largo de tela para 4 estudiantes.
- a. Si somos 20 estudiantes, ¿cuántos metros de largo de la tela debemos comprar para las banderas, si se quieren todas del mismo tamaño?.

|                   |                |
|-------------------|----------------|
| 2 metros de largo | 4 estudiantes  |
| ?                 | 20 estudiantes |

- b. Si somos 36 estudiantes ¿cuántos metros de largo de la tela debemos comprar para las banderas, si se quieren todas del mismo tamaño?

|                   |                |
|-------------------|----------------|
| 2 metros de largo | 4 estudiantes  |
| ?                 | 36 estudiantes |

5. Invito a mi profesor para que revise la actividad desarrollada y le comparto las dudas que se presentaron durante el desarrollo de la actividad.



Fundamentación Científica

## TRABAJO POR PAREJAS

1. Leemos la situación y tratamos de resolverla:

Si 3 enfermeras atienden a 5 pacientes, ¿cuántos pacientes atienden 9 enfermeras?

Como se observa esta situación establece una razón entre número de enfermeras y número de pacientes. Una forma de representar esta información es en una tabla 2x2, en donde cada columna posee las siguientes magnitudes:

| Enfermeras                                                                         | Pacientes                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|   |  |
|  |  |

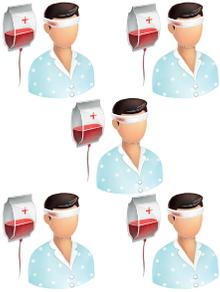
## TRABAJO EN EQUIPO

2. Comparemos los procedimientos que se elaboraron.
  - a. Describimos cuál es el procedimiento más fácil y por qué.
  - b. Realizamos un cuadro donde se explique en qué se parecen y se diferencian los procedimientos elaborados.
3. Leemos los siguientes procedimientos, anotamos en el cuaderno en qué consiste cada uno y los comparamos con los que elaboramos.

Esta manera de representar las situaciones en tablas 2x2 permite comprender los siguientes métodos:

**Método 1:** Una solución a este problema, es adicionar tanto en el lado de enfermeras como de pacientes la razón establecida hasta completar las 9 enfermeras; es decir, si 3 enfermeras atienden a 5 pacientes, otras 3 enfermeras atienden a otros 5, entonces en total 6 enfermeras atienden 10 pacientes; si agregamos 3 enfermeras más también se agregan 5 pacientes; el nuevo total es 9 enfermeras atienden a 15 pacientes. Se observa que al sumar la cantidad de enfermeras también se suma la cantidad de pacientes. Con ayuda de la tabla, sería:

A. Nivel gráfico

| Enfermeras                                                                        | Pacientes                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|  |   |
|  |  |

B. Nivel numérico

| 3 enfermeras                                            | 5 pacientes                                            |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 3 enfermeras + 3 enfermeras + 3 enfermas = 9 enfermeras | 5 pacientes + 5 pacientes + 5 pacientes = 15 pacientes |

**Método 2:** Otra forma de resolver el problema, es multiplicar por el mismo número tanto el número de enfermeras como el número de pacientes; es decir, cuál es el número que multiplicado por 3 enfermeras me da 9 enfermeras, en ese caso es el número 3. Por lo tanto, multiplicamos por 3 el número de pacientes, obteniéndose 15 pacientes.

Con ayuda de la tabla, sería:

$$\begin{array}{l}
 \times 3 \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ Enfermeras} \\ 9 \text{ Enfermeras} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ pacientes} \\ 15 \text{ pacientes} \end{array} \right. \times 3
 \end{array}$$

**Método 3:** En este caso se resolverá la situación anterior utilizando una razón que permite pasar del lado de las enfermeras al lado de los pacientes. Esta razón es:

$$\frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}}$$

Para ello, utilizamos lo que conocemos de multiplicación de fracciones así:

$$\begin{aligned} (9 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} &= (9 \text{ enfermeras}) \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} \\ &= \frac{9 \times 5}{3} \text{ pacientes} = \frac{45}{3} \text{ pacientes} = 15 \text{ pacientes} \end{aligned}$$

Como podemos observar, 9 enfermeras atienden a 15 pacientes.

Esta razón de proporcionalidad es fija o constante, no cambia como se muestra a continuación:

|               |                                    |              |
|---------------|------------------------------------|--------------|
| 3 Enfermeras  | $\xrightarrow{\frac{5}{3} \times}$ | 5 pacientes  |
| 9 Enfermeras  | $\xrightarrow{\frac{5}{3} \times}$ | 15 pacientes |
| 21 Enfermeras | $\xrightarrow{\frac{5}{3} \times}$ | 36 pacientes |

- Comprobamos los datos de la tabla anterior que permite obtener la siguiente razón a partir del número de enfermeras el número de pacientes.
- Continuamos con la lectura y anotamos las ideas importantes en el cuaderno.

Los tres métodos presentan formas de calcular un dato a partir de los otros tres. Tanto en el método 1 como en el 2, varían las veces que se repite los sumandos o por lo que multiplicamos según sea el caso.

Por ejemplo, si nos hubieran preguntado cuántos pacientes atienden 18 enfermeras, con el *método 1*, tendríamos que repetir 6 veces como sumando a 3 enfermeras y 6 veces como sumando a 5 pacientes; y con el *método 2*, se tendría que multiplicar por 6 a 3 enfermeras como a 5 pacientes. En cambio, en el *método 3*, se utiliza la misma razón así:  $\frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}}$  que empleamos para explicar el método y se multiplica por el valor de 18 enfermeras para que nos dé el dato del número de pacientes.

Estos tres métodos permiten encontrar otra razón que es equivalente a la dada, en nuestra situación:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

Como podemos igualar dos razones, lo que constituimos es una **proporción**.

Cuando tenemos varias razones equivalentes y con ellas podemos establecer **series proporcionales** ya que tenemos **una razón constante** que al multiplicar por el valor de una se obtiene la otra. En nuestra situación hemos encontrado:

|            |   |    |    |    |
|------------|---|----|----|----|
| Enfermeras | 3 | 9  | 18 | 21 |
| Pacientes  | 5 | 15 | 30 | 35 |

Lo que demuestra es la proporción entre dos magnitudes, en nuestro caso la magnitud número de enfermeras y la otra magnitud es número de pacientes, que al realizar el cálculo:

Para 3 enfermeras es:

$$\begin{aligned} (3 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} &= (3 \text{ enfermeras}) \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} \\ &= \frac{3 \times 5}{3} \text{ pacientes} = \frac{15}{3} \text{ pacientes} = 5 \text{ pacientes} \end{aligned}$$

Para 9 enfermeras, revisando la explicación del método 3.  
Para 18 enfermeras es

$$\begin{aligned} (18 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} &= (18 \text{ enfermeras}) \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} \\ &= \frac{18 \times 5}{3} \text{ pacientes} = \frac{90}{3} \text{ pacientes} = 30 \text{ pacientes} \end{aligned}$$

Para 21 enfermeras es

$$\begin{aligned} (21 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} &= (21 \text{ enfermeras}) \frac{5 \text{ pacientes}}{3 \text{ enfermeras}} \\ &= \frac{21 \times 5}{3} \text{ pacientes} = \frac{105}{3} \text{ pacientes} = 35 \text{ pacientes} \end{aligned}$$

Esta **proporción es directa** porque al aumentar la cantidad de enfermeras se aumenta el número de pacientes. Cuando se analiza el aumento de los valores de una magnitud y la otra magnitud aumenta, o si el valor de una magnitud disminuye y la otra disminuye, se dice que la **proporción es directa**.

En cambio, si una magnitud aumenta y la otra disminuye, o viceversa se dice que la **proporción es inversa**.

### Ejemplo:

Si se necesitan 3 hombres para hacer una construcción en 24 días. ¿Cuántos días emplearán 12 hombres para realizar el mismo trabajo?

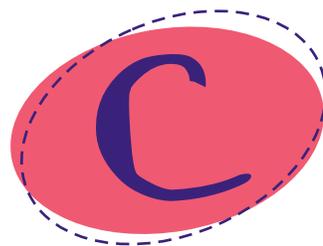
Esta situación establece una razón entre el número de hombres y los días que se dedican a hacer el trabajo, en este caso al cuádruplo del número de trabajadores el trabajo durará la cuarta parte. Si fuera el triple del número de trabajadores el trabajo durará la tercera parte, o si fuera el doble de trabajadores duraría la mitad del tiempo.

Por tanto, las **magnitudes** son **inversamente proporcionales** porque mientras más hombres se dediquen a hacer la construcción, menor será el número de días que se demorarán en hacerlo; es decir, mientras se aumenta una de las variables la otra disminuye.

Esta situación se puede representar en la siguiente tabla:

|       | Número de Hombres | Días (trabajados) |       |
|-------|-------------------|-------------------|-------|
| 4 x { | 3                 | 24                | } ÷ 4 |
|       | 12                | 6                 |       |

12 hombres terminan el mismo trabajo en 6 días.



## Ejercitación

### TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes situaciones utilizando los tres métodos explicados:

- a. Si 3 pantalones cuestan \$ 50.000, ¿cuál es el valor de 12 pantalones?
  - b. Si un almacén vende 7 pares de medias en \$10.000, y al final del día resulta que vendió \$170.000 ¿Cuántos pares de medias vendió?
  - c. Si 3 buses pueden llevar 330 personas, ¿cuántas personas puede llevar en 1 bus, si cada uno lleva la misma cantidad?
  - d. Si 8 personas pintan un edificio en 6 horas. ¿ Cuánto tiempo se invertirá en pintar el mismo edificio si se contratan 4 personas?
  - e. Si 6 llaves se demoran 10 horas en llenar un depósito de 400 m<sup>3</sup> de capacidad. ¿ Cuántas horas se demorarán 4 llaves en llenar un depósito con la misma capacidad?
  - f. En un almacén de ropa, están ofreciendo lo siguiente: Si compra 2 camisetas cuestan \$35.000 cada una; pero si compra 4 camisetas el valor total es de \$60.000. ¿Cuál es el precio que paga por cada camiseta?
2. Encuentro el valor de la incógnita y escribo un problema suponiendo que cada cuadro representa una situación de proporcionalidad.

a.

|           |              |
|-----------|--------------|
| 3 Carros  | 7 accesorios |
| 12 carros | ?            |

b.

|         |                     |
|---------|---------------------|
| 0 vasos | 1.000 ml de gaseosa |
| 1 vaso  | 900 ml de gaseosa   |
| 6 vasos | ?                   |

c.

|                     |           |
|---------------------|-----------|
| 4 juegos de sábanas | \$40.000  |
| ?                   | \$120.000 |

d.

|             |          |
|-------------|----------|
| 2 perfumes  | 3 cremas |
| 10 perfumes | ?        |

e.

|                                   |         |
|-----------------------------------|---------|
| 5 personas trabajando en una obra | 2 horas |
| 1 persona trabajando en una obra  | ?       |

3. Si las siguientes tablas son series proporcionales, encuentre la razón y el valor de los interrogantes señalados.

a.

|                       |   |   |   |
|-----------------------|---|---|---|
| Número de familias    | 1 | 3 | 9 |
| Personas que trabajan | 3 | ? | ? |

b.

|                         |   |   |    |
|-------------------------|---|---|----|
| Número de supermercados | 2 | 5 | 10 |
| Número de empleados     | ? | ? | 80 |

c.

|                   |        |   |        |   |
|-------------------|--------|---|--------|---|
| Número de Camisas | ?      | 2 | 4      | 8 |
| Valor pagado      | 15.000 | ? | 60.000 | ? |

d.

|                  |       |        |   |   |   |   |
|------------------|-------|--------|---|---|---|---|
| Número de vasos  | ?     | 1      | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Botellón de agua | 19 ml | 200 ml | ? | ? | ? | ? |

e.

|                            |     |    |   |   |
|----------------------------|-----|----|---|---|
| Número de trabajadores     | 1   | 2  | 3 | 5 |
| Número de horas trabajadas | 150 | 75 | ? | ? |

### TRABAJO EN EQUIPO

- Comparamos los resultados obtenidos de manera individual en los ejercicios anteriores.
- Solicitamos al profesor que revise nuestro trabajo y aclare dudas.



### TRABAJO EN EQUIPO

- Resolvemos las siguientes situaciones:

Como actividad de integración, el grado de 7A, realizará un paseo por tres días y estamos elaborando la lista de los productos que debemos comprar en el mercado.

- a. Consultamos en la tienda o el supermercado los precios de un kilogramo, de cada uno de los productos y llenamos la tabla:

| Productos            | Arroz | Papa | Frijol | Azúcar |
|----------------------|-------|------|--------|--------|
| Valor de 1 Kilogramo |       |      |        |        |

Se estima que en un día 25 personas. consumen las siguientes cantidades:

| Productos         | Arroz        | Papa         | Frijol       | Azúcar      |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| Consumo en un día | 5 kilogramos | 3 kilogramos | 3 kilogramos | 1 kilogramo |

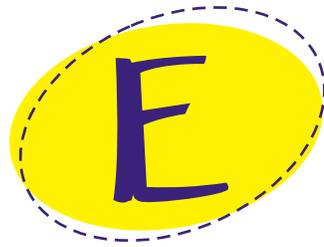
- b. Con base en esta información, calculamos el consumo en kilos y dinero de los días indicados.

| Lista de productos | Un día    |        | Dos días  |        | Tres días |        |
|--------------------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
|                    | peso (kg) | Precio | peso (kg) | Precio | peso (kg) | Precio |
| Arroz              |           |        |           |        |           |        |
| Papa               |           |        |           |        |           |        |
| Frijol             |           |        |           |        |           |        |
| Azúcar             |           |        |           |        |           |        |

2. Resolvamos las siguientes situaciones de proporcionalidad inversa:
- a. Seis obreros que trabajan en una bodega, descargan un camión en tres horas, ¿cuánto tiempo se gastan 9 obreros en descargar el mismo camión?
- b. Un carro a 60 Km/h se demora 4 horas en hacer un viaje. ¿Cuánto tiempo se demora en hacer el mismo viaje, si lo hace a 120 Km/h?

## TRABAJO EN EQUIPO

3. Con mis compañeros, comparamos las respuestas obtenidas y en caso de tener diferentes resultados, analizamos y escribimos la razón de esta diferencia.



## Complementación

### TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente las siguientes situaciones y contesto las preguntas:
  - a. Se ha investigado que aproximadamente el 1% de los nacimientos que se producen es de mellizos. En una ciudad, donde hay unos 27.000 nacimientos al año, ¿cuántos nacimientos, corresponden a mellizos? ¿Se podría afirmar que este problema plantea una situación de proporcionalidad? ¿Por qué?
  - b. Para hacer un pastel de chocolate para 6 personas se necesitan 8 onzas de chocolate, 6 cucharadas de azúcar, 4 gemas de huevo y 10 almendras, entre otros ingredientes.
    - ✓ ¿Qué necesita Juan de cada ingrediente para preparar un pastel para 9 personas?
    - ✓ ¿Se puede decir que este problema plantea una o varias situación de proporcionalidad? ¿Por qué?
  - c. Dos analgésicos A y B han sido probados en dos muestras de personas de edades y situación clínica similares como remedio para la jaqueca. De este experimento se han obtenido los siguientes datos:

|              | Mejoran     | No mejoran   |
|--------------|-------------|--------------|
| Analgésico A | 40 personas | 60 personas  |
| Analgésico B | 80 personas | 120 personas |

- ✓ ¿Son igualmente efectivos los dos analgésicos?
  - ✓ ¿Cuántos pacientes deberían mejorar con el tratamiento B para que sea igualmente efectivo que el A?
- d. Un auto X recorre 50 kilómetros en una hora, mientras que otro auto Y recorre 20 kilómetros en 30 minutos.

|        | Distancia | Tiempo     |
|--------|-----------|------------|
| Auto X | 50 Km     | 60 minutos |
| Auto Y | 20 Km     | 30 minutos |

- ✓ ¿Se podría afirmar que los autos recorren la misma distancia en el mismo tiempo? ¿Cuánta distancia recorre el auto Y en una hora?
  - ✓ ¿Cuál de los dos autos va más rápido (velocidad)?
  - ✓ ¿Cuándo los autos tendrían la misma distancia recorrida?
- e. En una construcción se contratan tres pintores para pintar un mural, ellos afirman que para pintarlo se demoran 10 días.
- ✓ ¿Cuánto tiempo se demorarán 6 pintores en realizar el mismo trabajo?
  - ✓ Si se aumenta el número de pintores a 12 , ¿qué sucede con el tiempo para realizar este trabajo?
2. Convoco a mi profesor para que evalúe los ejercicios desarrollados y valore mi aprendizaje de toda la guía.

# Evaluación por competencias

Contesto las preguntas 1 y 2 con base en la siguiente información:

Se presentan tres tablas que muestran tres situaciones en las que se establece proporcionalidad entre dos magnitudes:

| Situación A |   |   |    |    |
|-------------|---|---|----|----|
| Magnitud R  | 1 | 3 | 4  | 7  |
| Magnitud S  | 3 | 9 | 12 | 21 |

| Situación B |   |    |    |    |
|-------------|---|----|----|----|
| Magnitud L  | 1 | 2  | 3  | 4  |
| Magnitud Q  | 5 | 10 | 15 | 20 |

| Situación C |    |    |    |    |
|-------------|----|----|----|----|
| Magnitud X  | 10 | 20 | 40 | 80 |
| Magnitud Y  | 16 | 8  | 4  | 2  |

1. Determino qué clase de proporcionalidad es.

| Situación | Tipo de proporcionalidad | Argumento mi respuesta |
|-----------|--------------------------|------------------------|
| A         |                          |                        |
| B         |                          |                        |
| C         |                          |                        |

2. Escribo la razón de proporcionalidad de cada una de las situaciones del ejercicio anterior:

| Situación | Razón de proporcionalidad |
|-----------|---------------------------|
| A         |                           |
| B         |                           |
| C         |                           |

Selecciono la respuesta correcta.

3. Un carpintero construye cuatro camas en 6 horas. Si se mandan a construir 10 camas, ¿cuánto tiempo le tomará al carpintero hacerlas?

- A. 6 horas.
- B. 10 horas.
- C. 15 horas.
- D. 24 horas.

3

4. Si una compañía de computadores vende un millón y medio en 1 mes, ¿cuántos computadores se venden en un día?

- A. 5.000 computadores.
- B. 50.000 computadores.
- C. 500.000 computadores.
- D. 5 computadores.

3

5. Un campesino que se dedica al cultivo de café, vende tres kilos de este producto a \$ 15. 000, ¿cuántos kilos debe vender para recibir aproximadamente \$ 1'000.000?

- A. 66 kilos.
- B. 200 kilos.
- C. 5.000 kilos.
- D. 333.333 kilos.

3

## Glosario



- **Proporción:** Igualdad entre 2 o más fracciones
- **Proporción directa:** Relación entre magnitudes en las que al aumentar una también lo hace la otra y viceversa.
- **Proporción inversa:** Relación entre magnitudes donde implica que al aumentar una la otra disminuye y viceversa.
- **Proporcionalidad:** Conformidad o proporción de unas partes con el todo o de cosas relacionadas entre sí.
- **Relación:** Resultado de comparar dos cantidades expresadas en números.