

# Guía 2

Operando con los números  
racionales



## Indicadores de Desempeño

### Conceptual

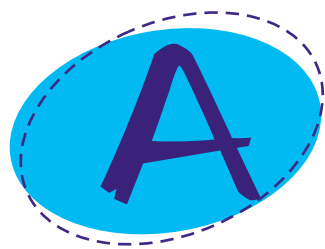
Maneja los procedimientos de las diferentes operaciones.

### Procedimental

Resuelve problemas a través de los números racionales.

### Actitudinal

Expone sus posiciones y escucha las posiciones ajenas para dar respuesta a las situaciones matemáticas.



## Vivencia

### TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo en mi cuaderno las siguientes situaciones, elaborando el dibujo de lo que representa y luego la operación correspondiente.

a. Si quisiera decorar una de las paredes de mi casa, ¿cuántos metros cuadrados de papel decorativo necesitaría si el largo de la pared es de 4,5 metros y el ancho es de 3,6 metros?

✓ Teniendo en cuenta la situación anterior; convierto las medidas de largo y ancho de la pared en la forma  $\frac{a}{b}$  y calculo el área que debo cubrir con el papel decorativo.

b. Una microempresa de zapatos produce \$50'000.000 al mes. Para su mantenimiento, el gerente de la empresa debe gastar  $\frac{1}{10}$  en el sueldo de los empleados, de lo que le queda gasta  $\frac{2}{9}$  en la materia prima para sus productos y  $\frac{1}{9}$  en el mantenimiento de sus máquinas y herramientas de trabajo, de lo que le queda el gerente gasta  $\frac{1}{3}$  en las facturas de los servicios y  $\frac{1}{6}$  en la publicidad.

Respondo

✓ ¿Se puede decir que la microempresa es rentable?

✓ ¿A cuánto equivalen las ganancias mensuales de la microempresa?

c. En un consultorio médico se mide la estatura de 5 pacientes obteniendo los siguientes resultados

Nombre	Estatura en metros
Ana Rojas	1,65
Felipe Heredia	1,68
Natalia Gálvez	1,49
Sebastián Tavera	1,56
Daniel García	1,59

- ✓ Represento en una recta numérica la estatura de estas personas y determino cuál es la más alta y cuál es la más baja.
- ✓ Escribo cada decimal en la forma  $\frac{a}{b}$ .
- ✓ Organizo descendientemente las medidas escritas en forma  $\frac{a}{b}$ .

## TRABAJO EN EQUIPO

2. Discutimos con nuestros compañeros de mesa acerca de las operaciones realizadas en las situaciones que resolvimos de manera individual y respondemos por escrito:
  - a. ¿Cómo se realizaron las operaciones con las expresiones decimales?
  - b. ¿Cómo se resolvieron las situaciones que tenían representación  $\frac{a}{b}$ ?



## Fundamentación Científica y Ejercitación

1. Leemos con atención el siguiente texto y escribimos en nuestros cuadernos los aspectos más importantes:

Con los números racionales se pueden realizar las operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división; pero estas dependen de la forma en que estén representados.

El valor absoluto del racional de  $-\frac{3}{2}$  y  $\frac{3}{2}$  es igual  $\frac{3}{2}$ . Lo anterior se escribe como

$$\left| -\frac{3}{2} \right| = \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}$$

y en forma decimal, el valor absoluto de  $-1,5$  y de  $1,5$  es  $1,5$ ; es decir

$$|1,5| = |-1,5| = 1,5$$

### Adición de números racionales

- a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, se debe tener en cuenta que los sumandos tengan el mismo denominador para sumar los numeradores como los números enteros.

### Ejemplos:

1. Hallar dos fracciones equivalentes a las iniciales, y que tengan un mismo denominador

$$1.1 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$$

1.1 Multiplica los dos denominadores de las fracciones; obtendrás el denominador de las fracciones equivalentes

$$1.2 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{(1 \times 4) + (2 \times 3)}{8} =$$

1.2 Multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y viceversa; obtendrás los nuevos numeradores de las fracciones equivalentes

2. Hallar la adición de las dos cantidades

$$2.1 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4+6}{8} = \frac{10}{8}$$

2.1 Suma los dos numeradores de las fracciones equivalentes

$$2.2 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{10}{8}$$

2.2 Forma una fracción en la que el numerador sea la cantidad que calculaste en el paso anterior, y el denominador sea la cantidad que encontraste en el paso 1.1

$$2.3 \quad \frac{10}{8} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$$

2.3 Simplifica la fracción que formaste, si es posible

$$\text{La adición de } \frac{1}{2} \text{ y } \frac{3}{4} \text{ es } \frac{5}{4}$$

- b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, debe alinearse a nivel vertical los sumandos por la coma y completar con ceros los espacios que quedan, además de sumar como los números enteros.

### Ejemplos:

$$(-2,1) + (-3,41)$$

$$\begin{array}{r} - 2, 1 0 \\ - 3, 4 1 \\ \hline - 5, 5 1 \end{array}$$

$$-23 + 5,001$$

$$\begin{array}{r} - 23, 0 0 0 \\ - 5, 0 0 1 \\ \hline - 28, 0 0 1 \end{array}$$

La suma de dos números racionales toma el mismo valor independiente de la forma en que se expresen (decimal o fracción).

### Ejemplo

$$1,25 + 1,1 = 2,35 \text{ (Forma decimal).}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{11}{10} = \frac{94}{40} = \text{ (Forma de fracción).}$$

✓ Comprobemos que  $\frac{47}{20}$  y 2,35 es el mismo racional.

2. Resolvemos las siguientes adiciones con racionales

a.  $-57,28 + 35,2 + 4,257$

b.  $-\frac{4}{7} + \frac{8}{11} =$

- c.  $-15,75 - 3,251$       d.  $\frac{3}{10} + \frac{5}{13} =$   
 e.  $9,35 + 35,1 - 3,2$       f.  $\frac{-12}{21} + \frac{7}{15} =$   
 g.  $32,57 + 65,24 - 28,79$       h.  $\frac{2}{15} + \frac{9}{16} =$   
 i.  $-0,375 + 28,2 + 10,235 - 65,003$       j.  $\frac{-17}{24} + \frac{1}{19} =$

3. Continuamos la lectura, no olvidemos consignar en el cuaderno los aspectos más importantes:

### Sustracción de números racionales

- a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, se debe tener en cuenta que tanto el minuendo como el sustraendo tengan el mismo denominador para restar los numeradores como se hace con los números enteros.

#### Ejemplos

1. Hallar dos fracciones equivalentes a las iniciales, y que tengan un mismo denominador

$$1.1 \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\quad}{8}$$

1.1 Multiplica los dos denominadores de las fracciones; obtendrás el denominador de las fracciones equivalentes

$$1.2 \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{(3 \times 2) - (4 \times 1)}{8} =$$

1.2 Multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y viceversa; obtendrás los nuevos numeradores de las fracciones equivalentes

2. Hallar la diferencia de las dos cantidades

$$2.1 \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6-4}{8} = \frac{2}{8}$$

2.1 Resta los dos numeradores de las fracciones equivalentes

$$2.2 \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{8}$$

2.2 Forma una fracción en la que el numerador sea la cantidad que calculaste en el paso anterior, y el denominador sea la cantidad que encontraste en el paso 1.1

$$2.3 \quad \frac{2}{8} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

2.3 Simplifica la fracción que formaste, si es posible

$$\text{Resultado de restar} \\ \frac{3}{4} \text{ y } \frac{1}{2} \text{ es } \frac{1}{4}$$

- b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, debe alinearse a nivel vertical tanto el minuendo como el sustraendo por la coma y completar con ceros los espacios que quedan. Asimismo, restar como los números enteros.

#### Ejemplos:



$$(43,25) - (+32,5)$$

$$= (43,25) + (-32,5)$$

4	3	,	2	5	Minuendo
-3	2	,	5	0	Sustraendo
1	0	,	7	5	Diferencia

$$(-14,12) - (-21,35)$$

$$= (-14,12) + (21,35)$$

2	1	,	3	5	Minuendo
-1	4	,	1	2	Sustraendo
0	7	,	2	3	Diferencia

4. Resolvemos las siguientes sustracciones con racionales:

a.  $-23,8 - (-19,7)$

f.  $\frac{-4}{7} - \left(\frac{-3}{14}\right)$

b.  $-432,4 - (+2,432)$

g.  $\left(-\frac{29}{5}\right) - \left(-\frac{8}{37}\right)$

c.  $968,23 - (-53,236)$

h.  $\left(\frac{-17}{6}\right) - \left(\frac{19}{18}\right)$

d.  $(+23,32) - (+5,735)$

i.  $\left(\frac{10}{21}\right) - \left(\frac{24}{9}\right)$

e.  $(+44,8) - (-2,37)$

j.  $\left(\frac{-11}{25}\right) - \left(-\frac{40}{79}\right)$

5. Continuamos aprendiendo sobre la multiplicación y la división, consignando en el cuaderno los aspectos más importantes.

### *Multiplicación o producto de números racionales*

- a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, da como resultado una fracción en la que el numerador es la multiplicación de los numeradores entre sí y el denominador es la multiplicación de los denominadores entre sí. Si es posible se simplifica.

**Ejemplo:**

$$\frac{3}{5} \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{3 \times (-7)}{5 \times 2} = -\frac{21}{10}$$

- b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, se multiplican igual que los números enteros. Para determinar el número de cifras decimales, se coloca la coma según la cantidad de cifras decimales de cada uno de los factores.

**Ejemplo:**

-2	,	5	4
		x	2
-5	,	0	8

Tiene 2 cifras decimales

Tiene 0 cifras decimales

Total de cifras decimales  $0 + 2 = 2$ .

6. Resolvemos las siguientes multiplicación de racionales.

a.  $(-223,4) \times (-32)$

f.  $-\frac{4}{7} \times \frac{3}{35}$

b.  $(-12,384) \times (63)$

g.  $\frac{8}{21} \times -\frac{4}{17}$

c.  $(45,327) \times (-4,125)$

h.  $\frac{1}{16} \times -\frac{7}{20}$

d.  $(-12,34) \times (5,08)$

i.  $-\frac{11}{15} \times -\frac{13}{30}$

e.  $(40,05) \times (-6,07)$

j.  $\frac{2}{15} \times \frac{3}{40}$

### *División o cociente de números racionales*

- a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, multiplicamos el dividendo por el recíproco del divisor.

**Ejemplo:**

$$\frac{-5}{9} \div \frac{4}{7} = -\frac{5}{9} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{36}$$

- b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, se iguala la cantidad de cifras decimales tanto del dividendo como del divisor, multiplicando por una potencia de 10 en ambos, para convertir las cantidades en números enteros. Posteriormente, se realizamos la división como lo hacemos con los números naturales.

**Ejemplos:**

$$63,2 \div 4$$

Como se tiene una cifra decimal en el dividendo, multiplicamos a cada uno por 10.

Se tiene:

Para el dividendo

$$63,2 \times 10 = 632$$

Para el divisor

$$4 \times 10 = 40$$

Entonces, dividimos

$$632 \div 40$$

$$45,12 \div 0,0005$$

Como el dividendo tiene 2 cifras decimales y el divisor 4 cifras decimales, multiplicamos a cada uno por 10 000.

Se tiene

Para el dividendo

$$45,12 \times 10\,000 = 451\,200$$

Para el divisor

$$0,0005 \times 10\,000 = 5$$

Entonces, dividimos

$$451\,200 \div 5$$

$$\begin{array}{r} 632 \overline{)40} \\ 232 \phantom{0} \\ \hline 320 \\ 0 \end{array}$$

Recordamos que se agrega coma en el cociente y, al mismo tiempo un cero en el dividendo

$$\begin{array}{r} 451\ 200 \overline{)5} \\ 01\ 2 \phantom{00} \\ \hline 20 \\ 00 \end{array}$$

Desde ahora, en el desarrollo de nuestras guías, no se colocará un punto para diferenciar las cifras de mil, unidades de millón, etc; se dejará un espacio y usaremos las comas para expresiones decimales.

**Ejemplo:**

Antes	Ahora
4.256	4 256

7. Resolvemos las siguientes divisiones con racionales.

a.  $\frac{-5}{7} \div \frac{8}{35}$

f.  $-799,46 \div 1,42$

b.  $\frac{9}{21} \div \frac{-4}{17}$

g.  $12,25 \div -7,12$

c.  $\frac{1}{4} \div \frac{6}{19}$

h.  $-79,946 \div 14,2$

d.  $\frac{-10}{11} \div \frac{-13}{30}$

i.  $-29,095 \div -23$

e.  $\frac{29}{15} \div -\frac{14}{39}$

j.  $216,6 \div 3,7$

8. Comprobemos todas las respuestas de las operaciones que se realizaron en esta parte, con la calculadora.

9. Anotamos en el cuaderno las propiedades que cumplen los números racionales.

	Adición	Producto	División
Composición Interna	Sí	Sí	Sí
Asociativa	Sí	Sí	No
Conmutativa	Sí	Sí	No
Existe módulo	Sí	Sí	No
Existe inverso	Sí	Sí	No



10. Elaboramos ejemplos de las propiedades que cumplen los números racionales en las dos presentaciones. ¿Son las mismas que cumplen los números enteros? Justificamos la respuesta
11. Invitamos al profesor con el fin de socializar con él los ejercicios desarrollados.

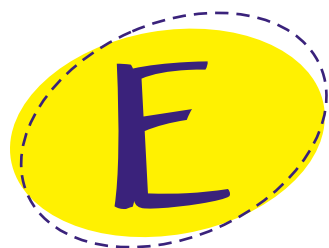
## D Aplicación

### TRABAJO POR PAREJAS

1. Realizamos los siguientes problemas en el cuaderno aplicando las operaciones definidas anteriormente:
  - a. Raúl, Luis y Daniel realizaron un trabajo por el que recibieron \$400 000, Raúl obtuvo  $\frac{1}{4}$  de este dinero, Luis se quedó con la mitad de lo que sobró. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?
  - b. Luisa caminó medio kilómetro para ir hasta el supermercado, luego caminó  $\frac{1}{3}$  de kilómetro para ir a la papelería y finalmente caminó  $\frac{2}{5}$  de kilómetro para llegar a su casa. ¿Cuántos kilómetros caminó Luisa?
  - c. Un edificio del gobierno tiene 10 pisos (1 sótano, 9 pisos con oficinas), cada piso mide 2,85 m. En el edificio funciona un ascensor y éste tiene una altura de 2,3 m.
    - ✓ ¿Cuánto tiene el edificio de alto (desde el sótano)?
    - ✓ ¿Cuánto tienen de altura los pisos que tienen oficinas?
    - ✓ Si la puerta del ascensor tiene 1,5 m de ancho, ¿cuánto tiene de área esta puerta?
    - ✓ En la parte de arriba del ascensor se ubica un sistema de ventilación que tiene 0,3 m de alto ¿Cuánto mide el ascensor con el sistema de ventilación?
    - ✓ Si de la parte más alta del edificio, se lanzan dos personas amarrados a un lazo para limpiar los vidrios del edificio, ¿en qué piso se encuentran las personas si han descendido 8,40 m?
  - d. Una empresa constructora dispone de 144 m<sup>2</sup> para construir una casa. La empresa decide construir la casa en  $\frac{7}{9}$  del área total. En el área restante utilizan  $\frac{3}{5}$  para un jardín y el resto para sembrar arbustos.

- ✓ ¿En qué área se construye la casa?
- ✓ ¿Cuánto tiene de área el jardín?

2. Invitamos al profesor para evaluar las actividades realizadas y para corregir, si hay errores.



## Complementación

### TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto y anotamos en el cuaderno lo más importante.

Recordemos que el objetivo de una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que se denomina solución de la ecuación. Para resolver una ecuación se deben aplicar operaciones en ambos lados de ésta, de manera que no se vea afectada la igualdad. Hemos trabajado con ecuaciones en los números enteros, ahora abordaremos ecuaciones con números racionales.

#### Ejemplo:

$$x + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

Una manera de solucionarla es:

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{5} &= \frac{1}{6} \\ x + \frac{4}{5} - \frac{4}{5} &= \frac{1}{6} - \frac{4}{5} \\ x + \frac{4-4}{5} &= \frac{5}{30} - \frac{24}{30} \\ x + \frac{0}{5} &= \frac{5-24}{30} \\ x &= \frac{-19}{30} \end{aligned}$$

Se le suma el opuesto aditivo  $\frac{4}{5}$  en ambos lados de la igualdad.

Efectuamos las operaciones indicadas

Comprobemos la respuesta en la ecuación, así:

$$x + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

Si  $x = \frac{-19}{30}$  entonces la ecuación debe ser una igualdad

$$\frac{-19}{30} + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-19}{30} + \frac{24}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-19 + 24}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Lo mismo sucede si las ecuaciones tienen racionales de forma decimal.

2. Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resolvemos en el cuaderno las siguientes ecuaciones.

a.  $x + \frac{1}{9} = \frac{1}{8}$

e.  $x - 3,28 = 2,1$

b.  $x + \frac{5}{6} = -\frac{3}{2}$

f.  $x + 1,001 = -1,25$

c.  $x - \frac{12}{7} = \frac{8}{3}$

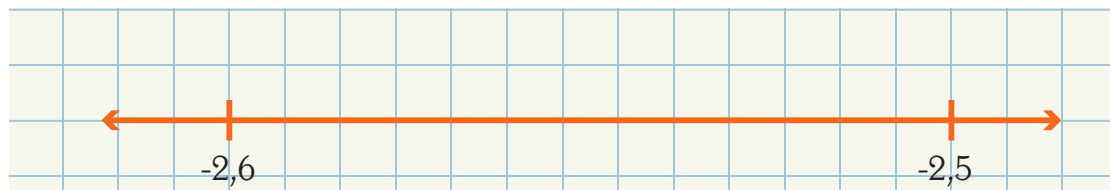
g.  $x - 2 = -3,145$

d.  $x - \frac{9}{14} = -\frac{2}{3}$

h.  $x + 0,002 = 0,1$

## Evaluación por competencias

1. Ubico en la recta numérica y escribo tres racionales entre  $-2,5$  y  $-2,6$



2. ¿Es posible determinar la cantidad de racionales entre  $-2,5$  y  $-2,6$ ? Justifico la respuesta.

2

Selecciono la respuesta correcta.

3. Algunas de las propiedades de los números racionales se relacionan con sus representaciones. El enunciado falso es:

- A. Todo número natural es racional.
- B. Cualquier racional es entero.
- C. Cero es un número racional.
- D. Los racionales son infinitos

3

4. La expresión que no cumple con la igualdad es:

- A.  $-0,231231\dots = -0 - \frac{2}{10} - \frac{3}{100} - \frac{1}{1000} - \dots$
- B.  $0,6 = \frac{3}{5}$
- C.  $\frac{2}{11} = 0 + \frac{1}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{8}{10000} + \dots$
- D.  $-\frac{2}{3} = -0 + \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \dots$

4

5. Si se tiene un número ubicado en  $-\frac{13}{5}$  en la recta numérica y el otro se encuentra a  $\frac{9}{4}$  a la derecha. Este número es:

- A.  $-\frac{97}{20}$   
B.  $\frac{97}{20}$   
C.  $-\frac{7}{20}$   
D.  $\frac{7}{20}$

5

## Glosario

- **Cociente:** Resultado que se obtiene al dividir una cantidad por otra, y que expresa cuántas veces está contenido el divisor en el dividendo.
- **Decimal:** Se dice del sistema de numeración cuya base es diez.
- **Dividendo:** Cantidad que ha de dividirse por otra.
- **Minuendo:** Cantidad de la que ha de restarse otra.
- **Sustraendo:** Cantidad que ha de restarse de otra.