Matemáticas

7°
Séptimo

Escuela Nueva - Escuela Activa

Módulo de
Matemáticas

UNIDADES
1 - 2

PRESENTACIÓN

Uno de los insumos importantes del programa Escuela Nueva – Escuela Activa lo constituyen los materiales de interaprendizaje para estudiantes. El valor pedagógico que tienen las guías o módulos en la aplicación de los principios de la Escuela Nueva – Escuela Activa, se asocia con el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, laborales y demás competencias necesarias para el buen desempeño social de los estudiantes; además, la estructura metodológica del material, favorece el trabajo colaborativo y en equipo, la participación, la autonomía, las relaciones escuela – comunidad- escuela, la creatividad y el pensamiento lógico, a la vez que forma a los estudiantes en las diferentes disciplinas del conocimiento.

El presente módulo de interaprendizaje de Matemáticas para grado 7° fue construido en el marco de una Alianza de amplia trayectoria, constituida por el Comité de Cafeteros de Caldas y la Fundación Luker, y hace parte de las estrategias del Plan de Mejoramiento al Desempeño propuesto por estas dos instituciones, cuyo propósito fundamental es intervenir la calidad de la educación básica de establecimientos educativos rurales y urbanos vinculados al programa Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

El diseño de este módulo se realizó en concordancia con el modelo pedagógico activo y responde a los lineamientos de política del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a los estándares curriculares y el enfoque de formación por competencias, además, introduce un componente de apoyo en la evaluación, que había sido ampliamente demandado por los docentes de Escuela Nueva y Escuela Activa Urbana.

Invitamos a los maestros y estudiantes a asumir este material como uno de los recursos que apoya el desarrollo del plan curricular. Su aprovechamiento eficaz, requiere por tanto, de la mediación permanente del maestro y en ningún caso pretende reemplazar su importante labor en el aula de clase.

La Fundación Luker y el Comité de Cafeteros de Caldas resaltan y agradecen a todas aquellas personas e instituciones que colaboraron en la construcción de esta nueva versión de Módulos, con la que esperamos contribuir para que los niños, niñas y jóvenes de Caldas y de Colombia, puedan tener una mejor educación como una condición de equidad, que les dará mayores posibilidades de alcanzar un proyecto de vida digno, donde todos y todas tengan igual oportunidad.

Fundación Luker
Comité de Cafeteros de Caldas
Manizales, junio de 2013

CRÉDITOS MÓDULOS MATEMÁTICAS GRADO SÉPTIMO COMITÉ DIRECTIVO

Pablo Jaramillo Villegas.
Líder de Desarrollo Social - Programas de Educación.
Comité de Cafeteros de Caldas

Elsa Inés Ramírez Murcia
Coordinadora Desarrollo Social - Programas de Educación
Comité de Cafeteros de Caldas

Santiago Isaza Arango
Director Educación Fundación Luker

COORDINACIÓN

Catalina Arboleda
Comité de Cafeteros de Caldas

Alexander Ossa Calvo
Comité de Cafeteros de Caldas

EQUIPO TÉCNICO

María Piedad Marín Gutiérrez
Consultora Fase de Planeación

Diego Villada Osorio
Consultor Mallas Curriculares

Jhon Fredy Ossa Calvo
Revisión Metodológica

CORPOEDUCACIÓN

Sandra Milena Díaz López
Coordinadora
Luz Alexandra Oicatá Ojeda
Revisión disciplinar

AUTORES

Ligia Inés García Castro
Néstor Jaime Ríos Zuluaga

ELABORACIÓN DE MALLAS CURRICULARES

Yolanda de las Mercedes Beltrán de Covaleda (Universidad de Antioquia- Acompañamiento Técnico), Jhoana Alexandra Muñoz Nieto, Carlos Alberto Bastos Sánchez, Jhon Fredy Ossa Calvo, Francisco Vallejo García, María Rubiela Castrillón Hurtado, Gonzalo Alarcón Cortez, Manuel Andrés Correa Gallego, Viviana Marcela Vásquez Osorio, Ligia Inés García.

VALIDACIÓN

Esteban Ocampo Flórez (Acompañamiento Técnico), Humberto Marín Mazo, Ayda Marín López, Valentina Osorio Morales, Marta Jhanet Mondragón Valencia , Daniel Henao Castaño, Diego Alberto Toro Ortiz, Marcela Castrillón Espitia, Jhoiner Alfonso Mejía Castañeda, Jhoana Alexandra Muñoz.

DISEÑO PROYECTO GRÁFICO Y DIAGRAMACIÓN

Espacio Gráfico Comunicaciones S.A.

ISBN: 978-958-8702-54-4

DISEÑO E ILUSTRACIÓN PERSONAJES GUÍA

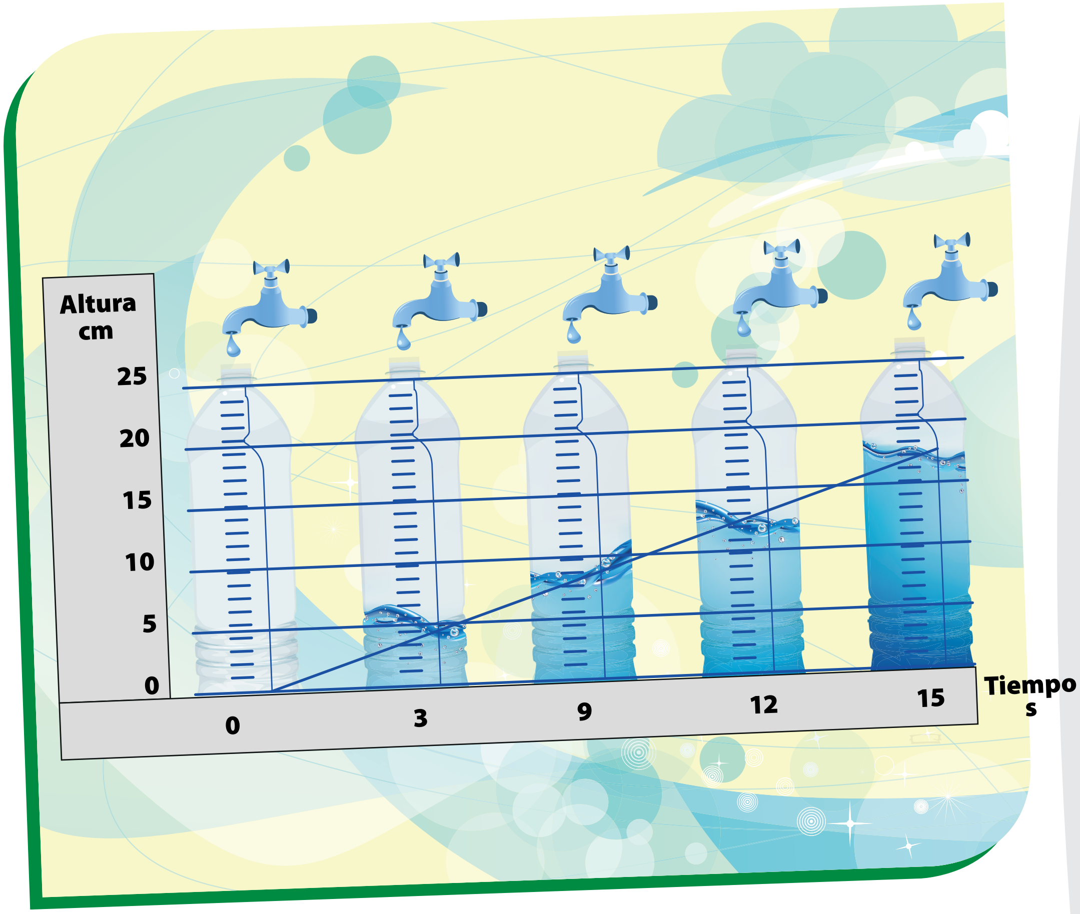
Julian Arnoby Leon García

Impresión: Carvajal Soluciones de Comunicaciones S.A.S.
Marzo 2020

CONTENIDO

Unidad 1

Iniciando la variación en diferentes contextos



1. **Estándares:**
   - Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida
   - Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
   - Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
   - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.
   - Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos
   - Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.

2. Competencia:

- **En matemáticas**

  Analizo situaciones a través de las diferentes representaciones de la fracciones, relacionándolas con las magnitudes directamente proporcionales y las medidas de tendencia central, aplicándolas de acuerdo a los niveles obtenidos.

- **Ciudadanas**

  Identifico y rechazo las situaciones en las que se vulneran los derechos fundamentales y utilizo formas y mecanismos de participación democratica en mi medio escolar.

Guía 1

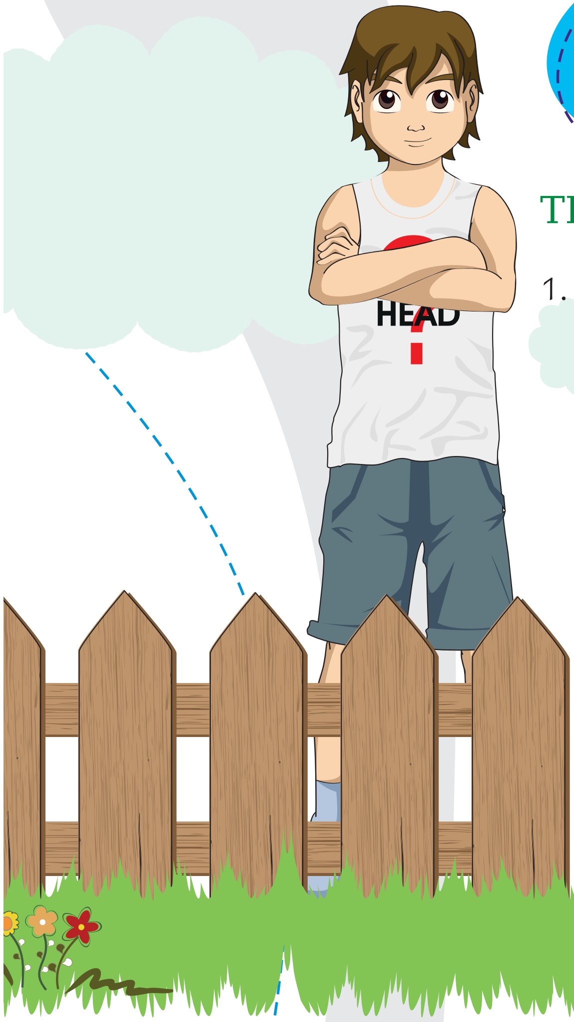
Indicadores de Desempeño

Conceptual
Identifica las propiedades de las operaciones de los números enteros.

Procedimental
Aplica las propiedades de las operaciones con los números enteros en situaciones cotidianas.

Actitudinal
Valora la importancia que tienen los números enteros para la solución de situaciones cotidianas.

A Vivencia



TRABAJO EN EQUIPO

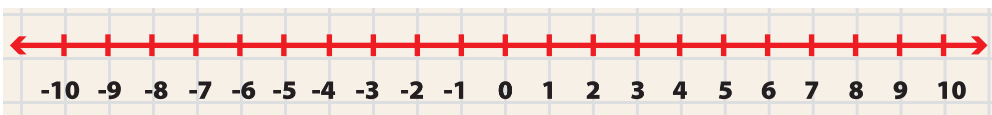
1. Desarrollamos las siguientes actividades, saliendo al patio. Cada una de las instrucciones debe ser realizada por uno de los compañeros:

   a. Trazamos una línea recta, camina un compañero sobre ella, avanza 10 pasos y luego se devuelve 3 pasos. ¿Cuántos pasos avanza con respecto al punto de partida?
   b. Se ubica en la mitad de la línea trazada y se devuelve 5 pasos. ¿Cómo se representa el punto en donde quedamos ubicados?
   c. Se ubica en algún sitio de la recta trazada, avanza 10 pasos, avanza 3 pasos más y devuelve 6 pasos. ¿Cuántos pasos avanza con respecto al punto de partida?
   d. Se ubica en la mitad de la línea trazada, avanza 5 pasos y retrocede 10 pasos. ¿Cuántos pasos avanza comparada con el punto de partida?
   e. Avance 3 pasos, avance 2 pasos, avance 5 pasos y retrocede 7 pasos. ¿Cuántos pasos avanza comparada con el punto de partida?

2. Volvemos al salón de clase y representamos cada desplazamiento realizado en el patio en una recta numérica distinta.

TRABAJO INDIVIDUAL

3. Elaboro por cada situación una recta en donde se ubiquen las cantidades correspondientes:



a. La temperatura es de cinco grados bajo cero.
b. Ocho metros sobre el nivel del mar.
c. Perdí un punto en la nota por mal comportamiento.
d. Me gané 10 puntos en la nota de matemáticas para este período por participar en las olimpiadas.

4. Respondo en mi cuaderno:

   ¿Cuál de las cantidades representadas en la recta numérica, es la menor? ¿Por qué?
   ¿Cuáles son positivos? ¿Cuáles son negativos?

5. Invito a mi profesor para que revise el trabajo desarrollado y valore la actividad.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. *Analizamos la siguiente situación:*

La tabla muestra algunos datos de algunas ciudades del mundo.

Ciudad	Habitantes	Altitud	Temperatura (grados Celsius)
Bogotá	7.363.782	2.600 m	13°C
Río de Janeiro	11.835.708	11 m	28°C en Verano, 18°C en Invierno
Buenos Aires	15.697.017	25 m	25°C en Verano, 10°C en Invierno
Nueva York	40.982.758	10 m	38°C en Verano, -1°C en Invierno
Amsterdam	762.057	- 3 m	25°C en Verano, 0°C en Invierno
Moscú	11.503.501	150 m	19°C en Verano, -7°C en Invierno

Respondemos:

a. Ordenamos de mayor a menor (descendente) las altitudes de las ciudades presentadas.
b. Ordenamos de menor a mayor (ascendente) las temperaturas de las ciudades presentadas.
c. ¿En cuál ciudad hace más frío? ¿En cuál ciudad hace más frío en verano?
d. ¿En cuál ciudad hace más calor? ¿En cuál ciudad hace más calor en invierno?
e. ¿En Moscú, cuántos grados desciende la temperatura cuando se pasa de verano a invierno?

2. Solicitamos a un integrante de la mesa que realice la siguiente lectura, escuchamos atentamente, resaltamos por escrito los aspectos más importantes y realizamos las situaciones correspondientes.

Recordemos que el conjunto de los números enteros están conformados por los naturales o enteros positivos, los enteros negativos y el cero.

Para realizar operaciones con los números enteros, es necesario **tener en cuenta el valor absoluto del número entero,** pues este determina la distancia de cualquier número entero al cero. **Ejemplos**

La distancia a la que se ubica la ciudad de Amsterdam con respecto al nivel del mar es -3 m, el signo menos corresponde a que está ubicada por debajo del nivel del mar.

En matemáticas utilizamos dos barras verticales | | para representar el valor absoluto de un número.

El valor absoluto de -7 es 7, simbólicamente es $|-7|=7$,

El valor absoluto de +25 es 25, simbólicamente es: $|+25|=25$

3. Encontremos el valor absoluto de los siguientes números

$\|-4\|$	$\|+5\|$	$\|-10\|$	$\|+183\|$	$\|-1893\|$
$\|0\|$	$\|-100\|$	$\|+2012\|$	$\|+2\|$	$\|-2\|$

Adición de números enteros

Para sumar dos o más números enteros, se verifican los signos que tienen cada uno de los sumandos y se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

- ✓ Si los números enteros tienen el mismo signo, se suman sus correspondientes valores absolutos y al resultado se le antepone el signo que poseen los sumandos.
- ✓ Si los dos números enteros tienen diferente signo, se restan sus correspondientes valores absolutos y al resultado se le antepone el signo del número que tenga el mayor valor absoluto.

Ejemplo 1: Cuando los dos números enteros tienen el mismo signo

$$(+2)+(+5) = (2)+(5) = +7$$
$$(-5)+(-9) = -(5+9) = -14$$

Ejemplo 2: Cuando uno de los sumandos es positivo y el otro es negativo

$$(+3) + (-4) = (3 - 4) = -1$$
$$(-12) + (+8) = -(12 - 8) = -4$$

4. Calculamos las siguientes adiciones con números enteros:

(+2) + (+5) =	(-2) + (+5) =	(-3) + (-7) =
(+3) + (0) =	(+4) + (-6) =	(-9) + 0 =
(-3) + (-1) =	(-8) + (+14) =	(+7) + (-15) =
(-6) + (-9) =	(+12) + (+15) =	(-9) + (+19) =
(-8) + (0) =	(0) + (-20) =	(-23) + (-32) =

5. Continuamos con la lectura:

Sustracción de Números Enteros

Para sustraer dos números enteros, se lleva a cabo el siguiente procedimiento: al minuendo se le suma el inverso aditivo del sustraendo.

En la sustracción, el minuendo es el término al que se le resta (sustrae) otra cantidad, mientras que el sustraendo es la cantidad que se resta.

Ejemplos

Minuendo Sustraendo

(+10) – (+3) = (+10) + (-3) = +7

Minuendo Inverso aditivo del sustraendo

(-7) – (+9) = (-7) + (-9) = -16

Minuendo Sustraendo Minuendo Inverso aditivo del sustraendo

(-3) – (-5) = (-3) + (+5) = +2

Minuendo Sustraendo Minuendo Inverso aditivo del sustraendo

6. Resolvemos los siguientes ejercicios mostrando cada paso de la sustracción.

(+4) – (+5) =	(-2) – (+5) =	(-3) – (-7) =
(+3) – (0) =	(+4) – (-6) =	(-9) – (0) =
(+3) – (+12) =	(+13) – (-9) =	(-18) – (-12) =
(-18) – (-12) =	(-1) – (+25) =	(-14) – (+7) =
(+31) – (25) =	(-47) – (-6) =	(+17) – (-3) =

Hasta al momento, hemos utilizado paréntesis para indicar cuáles son los números enteros y cuáles son signos de operación, tanto la adición como la sustracción se convierte en adición. Para reducir la escritura, existen unas reglas para escribir las operaciones y los números enteros sin colocar paréntesis, estas son:

Si se tiene un entero positivo solo se coloca el número sin signo y se deja el signo más de la operación de adición.

(-5)+ (+2) = (-5)+ 2
(+2)+(+3) = 2+3
(+4)+ (-5) = 4+ (-5)

Si se tiene un entero negativo, se coloca el número con el signo menos y se quita el signo más de la operación adición.

(-5)+(-7) = -5-7= -12
(-3)+(+2)= -3+ (+2)
(+8)+ (-11)= (+8) -11

7. Apliquemos las dos reglas para suprimir paréntesis y calculemos el resultado:

(-2)+ (-3)+ (+7)	(-8)+ (+4)+ (+3)	(+9)+ (-5)
(+9)+ (-3)+ (+5)	(+8)+ (-4)+ (-7)	(-13)+ (+15)

8. Realicemos los siguientes cálculos:

-11+5	11+5-8	-8-5
-8-3-6	-3-5+9	-15+21

9. Continuamos con la lectura:

Multiplicacion de Números Enteros

Cuando se multiplican dos números enteros, se deben tener en cuenta las siguientes reglas:

✓ Si los dos números tienen igual signo, se multiplican los valores absolutos de los números de la misma manera en que se multiplican los números naturales y el resultado es siempre un entero positivo.

(+3) x (+7) = (+21)
(-6) x (-11) = (+ 66)

✓ Si uno de los números es cero, el resultado de la multiplicación es cero siempre.

$$(+12) \times (0) = 0$$

✓ Si los dos números tienen diferente signo, se multiplican los valores absolutos de los números de la misma manera en que se multiplican los números naturales y el resultado es siempre un entero negativo.

$$(+5) \times (-8) = (-40)$$
$$(-12) \times (+3) = (-36)$$

10. Teniendo en cuenta el proceso de la multiplicación con números enteros, realizamos los siguientes ejercicios:

(+2) x (+5) =	(-2) x (+5) =	(-12) x (+5) =
(-3) x (-7) =	(+3) x (0) =	(+14) x (-2) =
(+4) x (-6) =	(0) x (-9) =	(-3) x (+15) =
(+7) x (-5) =	(-8) x (-10) =	(-6) x (-6) =
(-5) x (-7) =	(+11) x (-9) =	(-8) x (+9) =

División de Números Enteros

Para dividir dos números enteros, se divide el valor absoluto del dividendo entre el valor absoluto del divisor. El resultado tiene signo positivo cuando los dos números tienen igual signo, en otro caso el resultado tiene signo negativo.

Ejemplo:

$$(+30) \div (-3) = |30| \div |-3| = -(30 \div 3) = -10$$

Si se divide el número cero entre cualquier número, el resultado es siempre cero. No es posible dividir ningún número entre cero.

11. Realicemos las siguientes divisiones:

(+20) ÷(+5) =	(-200) ÷ (+5) =	(-12) ÷ (+4) =
(-21) ÷ (-7) =	(+150) ÷ (+10) =	(+18) ÷(-3) =
(+24) ÷(-6) =	(0) ÷ (-9) =	(0) ÷ (-1) =
(-34) ÷ (-2) =	(+28) ÷(+14) =	(-42) ÷ (+3) =
(+49) ÷(-7) =	(-39) ÷ (-13) =	(+60) ÷(-12) =

12. Consignamos en nuestros cuadernos las siguientes propiedades para cada operación.

Las operaciones de adición y multiplicación con los números enteros cumplen algunas propiedades, tal como se vio en el grado sexto con los números naturales y con los racionales positivos:

- ✓ ***Ley de Composición Interna o clausurativa:*** Significa que cuando se realiza la adición, la sustracción o la multiplicación con los números enteros, el resultado también es un número entero.

- ✓ ***Propiedad Asociativa:*** Esta propiedad establece que cuando se aplica la misma operación a tres números enteros, el resultado es independiente de la agrupación que se haga con ellos y, por consiguiente, cualquier forma de agrupación deberá llevar al mismo resultado.

  Por ejemplo, $(+4)+(-3)+(-1)$

  Una forma de agrupar es los dos últimos:
  $(+4)+\{(-3)+(-1)\}= +4+\{-4\}=0$

  Otra forma de agrupar es los dos primeros:
  $\{(+4)+(-3)\}+(-1)=\{+1\}+(-1)=0$

En ambos casos da el mismo resultado.

- ✓ ***Propiedad Conmutativa:*** Quiere decir que el resultado obtenido al aplicar la adición o la multiplicación a dos números enteros no depende del orden en que se ubiquen con respecto a la operación.

- ✓ ***Existencia del módulo:*** El módulo de una operación, es un número entero que al operarse con cualquier otro, el resultado es el mismo número. Por ejemplo,

  para la adición el módulo es el cero (0), debido a que
  $-3+0 = -3$ $+4+ 0 = +4$ $0+(-17) = -17$;

  para la multiplicación el módulo es el uno (1), pues
  $5 \times 1= 5$ $(+1)\times(-7) = (-7)$ $-12 \times 1 = -12$

- ✓ ***Existencia del inverso:*** Para cualquier número entero, es posible encontrar otro número entero, de tal manera que al efectuar la operación entre ellos su resultado sea el módulo. En el caso de los enteros solo es posible con la operación adición.

  Para la adición, el módulo es el 0, cada entero tiene su opuesto aditivo.

Por ejemplo, para el -2 existe el opuesto aditivo +2
Pues: $-2 + (+2) = 0$

✓ ***Distributiva:*** Esta propiedad es útil cuando se quiere multiplicar un número entero por una suma o resta de números enteros.

Ejemplo 1:

$$7 \times (10 + 4)$$

Para ello es posible multiplicar el número 7 por cada uno de los sumandos.

$$(7 \times 10) + (7 \times 4)$$
$$70 + 28$$
$$98$$

Ejemplo 2: $(-4)\times[(-2)-(+3)]=[(-4)\times(-2)]-4\times-(+3)$
$=(+8)-(-12)=(+8)+(+12)=(+20\ )$

En este caso decimos que la multiplicación se distribuye con respecto a la suma.

En la siguiente tabla se muestran las propiedades que satisfacen las operaciones definidas de adición, sustracción, multiplicación y división de los números enteros. En ocasiones es posible que la propiedad si se cumpla al operar un par de números fijos, esto no significa que se cumpla para todos los números enteros.

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Composición interna	SÍ	SÍ	SÍ	NO
Asociativa	SÍ	NO	SÍ	NO
Conmutativa	SÍ	NO	SÍ	NO
Existe Módulo	SÍ	NO	SÍ	NO
Existe Inverso	SÍ	NO	NO	NO

13. Indicamos si los siguientes enunciados son falsos (f) o verdaderos (v). Justificamos la respuesta.

    a. Un número negativo es mayor que un número positivo. ( )
    b. La suma de dos números enteros siempre es positiva.( )
    c. La multiplicación de dos números enteros negativos es un entero positivo. ( )

d. La división de dos números enteros es un número entero. ( )
e. El cero es mayor que todos los números enteros negativos. ( )
f. El valor absoluto de un número entero es igual al número entero. ( )

14. Convocamos a nuestro profesor para que verifique el desarrollo de las actividades y, si se hace necesario, aclare algunas dudas.

D Aplicación

TRABAJO CON LA COMUNIDAD

1. Resolvemos los siguientes problemas utilizando las propiedades de los números enteros.

   a. Inicialmente un termómetro marca una temperatura de +20°C, luego aumenta 5 °C y finalmente baja 30°C ¿Cuál es la temperatura que indicara el termómetro finalmente?
   b. Un minero trabaja en una mina de cinco niveles, la distancia entre cada nivel es de 10 m. Si el minero baja al nivel tres, ¿a cuántos metros bajo la tierra se encuentra?
   c. Felipe quiere comprarse una bicicleta que le cuesta $450.000. Fue a pagar con su tarjeta débito y se dio cuenta que tenía un saldo de - $15.000. Ese mismo día realizó un trabajo que le pagaron $200.000. Cuánto dinero le faltaría tener en la cuenta para poder comprar la bicicleta.
   d. Un avión recorre 80 metros por cada segundo que pasa. ¿Cuántos metros habrá recorrido en un minuto?
   e. Un submarino desciende un metro verticalmente cada segundo ¿Cuántos tiempo le tomará llegar a una profundidad de 400 metros bajo el nivel del mar?

2. Les pido a mis padres que me proporcionen los siguientes datos, los escribo en el cuaderno:

   a. ¿Cuáles son los ingresos aproximados de mi familia?
   b. ¿Cuáles son los egresos fijos que se tienen en la casa? Tener en cuenta arrendamiento, servicios, créditos, alimentación y otros, si es posible.
   c. Hago la cuenta de cuánto dinero queda, si es posible.
   d. Elaboro un plan de reducción de gastos para determinar

el dinero para ahorrar, para la diversión, la ropa y celebraciones. ¿Cuánto tiempo se requiere para recolectar ese dinero?

3. Socializamos con los compañeros de equipo y en compañía del profesor, los ejercicios desarrollados.

E Complementación

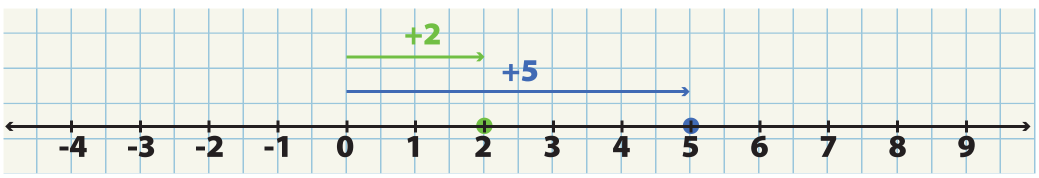
TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente el siguiente texto y anoto en el cuaderno lo más importante.

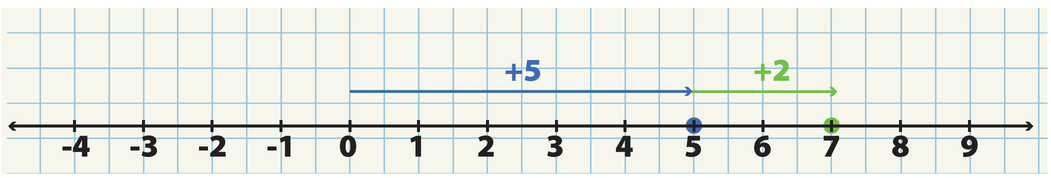
Las operaciones con números enteros también se pueden ilustrar gráficamente utilizando la recta numérica, usualmente a los enteros positivos no se les antepone el signo.

En el caso de la adición de dos números enteros, por ejemplo (+2) y (+5),

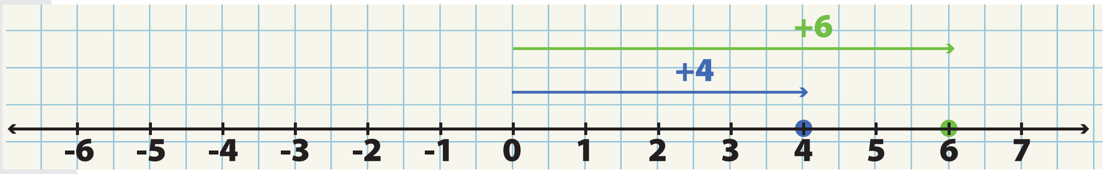
El valor absoluto de cada número corresponde a la distancia de este al cero. Se indica con una flecha que inicia en el cero y termina en el número entero. La flecha se dirige a la derecha si el número entero es positivo, y se dirige a la izquierda si es negativo.



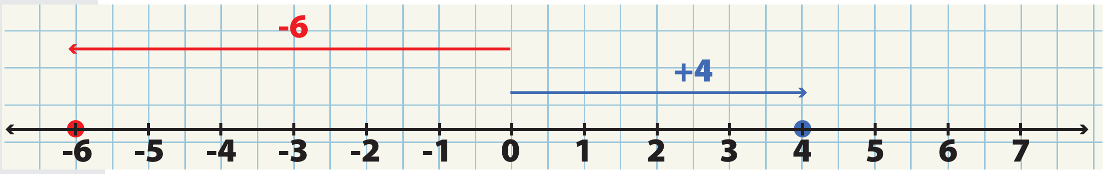
La adición corresponde a ubicar una flecha seguida de la otra respetando siempre la longitud original de cada flecha y el resultado será el número en el que termina la flecha.



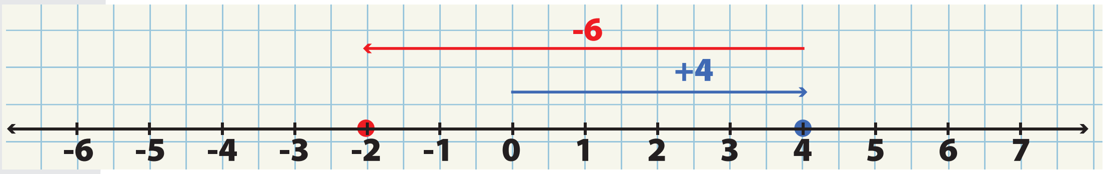
En la sustracción de números enteros, por ejemplo (+4) – (+6) se ubican éstos en la recta numérica de la misma manera que se hace para la adición y se calculan.



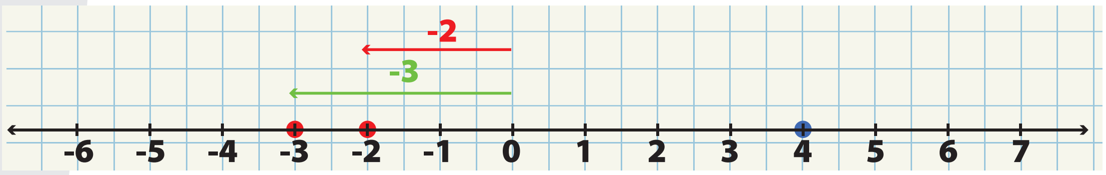
El sustraendo cambia de dirección,



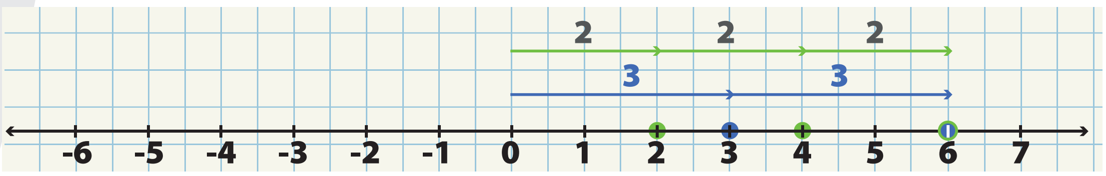
Finalmente, se ubica una flecha seguida de la otra igual que la adición.



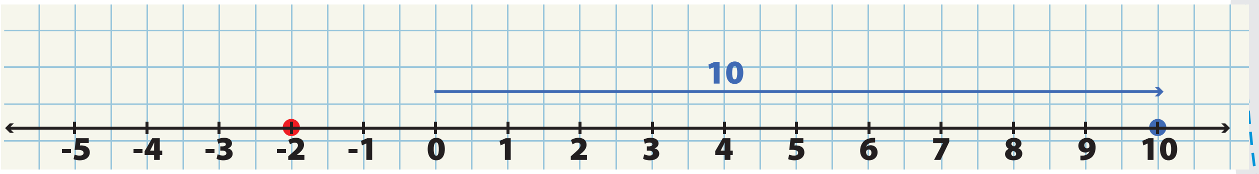
Para ilustrar la multiplicación de números enteros, por ejemplo (-3)x(-2) primero se ubican en la recta numérica y se calculan sus valores absolutos.



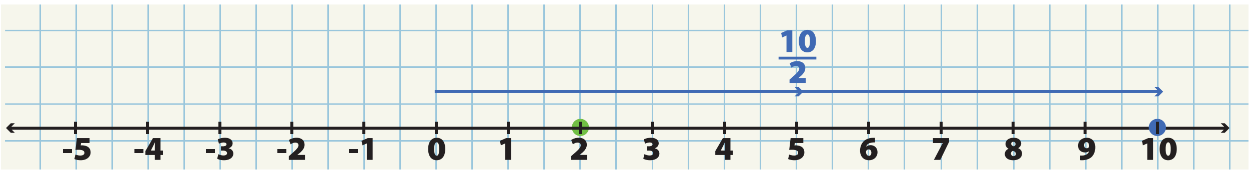
Luego se procede a multiplicar los valores absolutos, un valor absoluto indica la cantidad de veces que se debe multiplicar el otro.



En la división de números enteros, por ejemplo (+10)÷(-2).



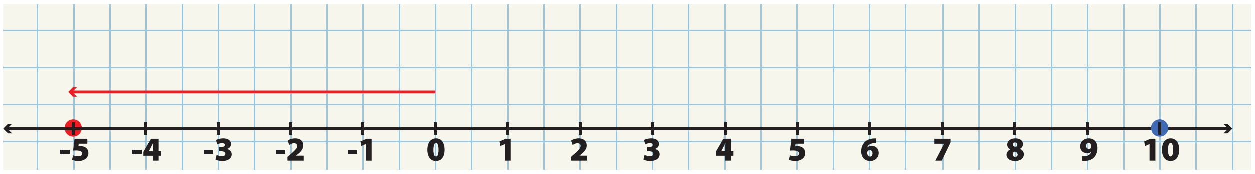
En primer lugar se calculan los valores absolutos del dividendo y el divisor, luego se divide la flecha que indica el valor absoluto del dividendo en tantas partes iguales como indica el valor absoluto del divisor.



El resultado indica la posición en la que se ubica el cociente con respecto del cero.

Para finalizar, por la ley de signos, la respuesta debe ser un número negativo:

$$\frac{+10}{-2} = \mathbf{-5}$$



2. Desarrollo en mi cuaderno los siguientes ejercicios y los represento en una recta numérica.

a. (+12) ÷ (+4)
b. (-10) + (+16)
c. (+15) – (+10)
d. (+2) × (-6)
e. (+3) + (+41)
f. (-9) ÷ (+3)
g. (+16) – (-9)
h. (-8) ÷ (-4)
i. (-52) – (-43)

Evaluación por competencias

1. Rafael ganó en un trabajo $ 30,000 y estima que sus gastos son de $5,000 cada mes. Por lo que cree que lo que ganó le alcanzará para 6 meses y hacer un ahorro. Si sus gastos en 6 meses fueron como se muestran a continuación:

Mes	Suma
marzo	$4.560
abril	$5.785
mayo	$5.820
junio	$4.900
julio	$4.850

Determino cuánto logró ahorrar en los seis meses

1

Para cada uno de los siguientes problemas, selecciono la respuesta correcta

2. Juan trabaja en el quinto piso y debe buscar un paquete de papel para imprimir documentos que se encuentra en el piso -2. ¿Cuántos pisos debe bajar Juan?

A. 2

B. 5

C. 7

D. 6

2

3. Juan invita a su amigo Simón a almorzar en el restaurante que está ubicado en el piso 0. ¿Cuántos pisos debe recorrer Simón para llegar al restaurante sabiendo que Simón trabaja en el piso 6?

A. 5

B. 6

C. 4

D. 3

3

4. Ramón es un campesino que cultiva café, un bulto de 125 Kilogramos lo puede vender en $630.000, en este momento Ramón acaba de vender 5 bultos de café, pero tiene que comprar fertilizante y en ello se gasta $800.000. ¿Cuál de las siguientes operaciones simboliza las acciones de Ramón?

A. (5 × 630.000) + 800.000

B. (125 × 630.000) – 800.000

C. (5 × 125) + 800.000

D. (5 × 630.000) – 800.000

4

5. Si Ramón hubiera vendido sólo 2 bultos de café y gastado $800.000 en fertilizante, ¿cuánto dinero le quedaría

A. $460.000

B. $560.000

C. $360.000

D. $400.000

5

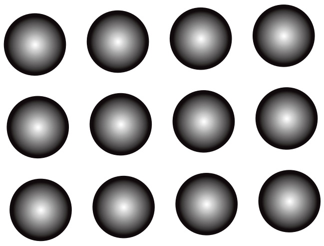
Glosario

- **Ascendente:** Que asciende, que va de menor a mayor, va en aumento.
- **Descendente:** Que desciende, de mayor a menor, va disminuyendo.
- **Negativo:** Que tiene valor menor que cero o está precedido por el signo (-).
- **Positivo:** Que tiene valor mayor que cero o está precedido por el signo (+).
- **Valor absoluto:** Valor de un número sin tener en cuenta su signo.

Guía 2

FRACCIÓN DE UN NÚMERO

Primero vamos a hacer el cálculo con apoyo gráfico



Vamos a calcular $\frac{2}{3}$ de **12=**

Recuerda

$\frac{2}{3}$

numerador **partes que se toman**

denominador **partes en las que se divide**

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Reconoce diferentes representaciones de las fracciones en diversas situaciones.

Procedimental
Aplica diferentes representaciones de las fracciones en diversas situaciones.

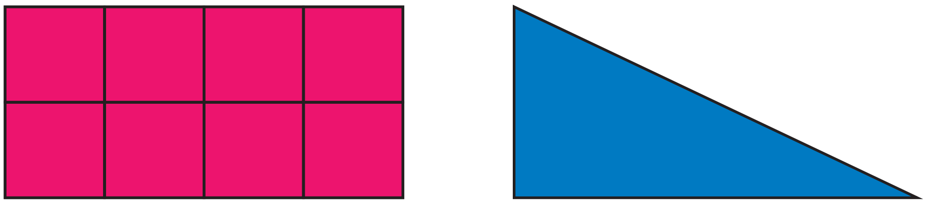
Actitudinal
Reconoce la importancia del trabajo en equipo para lograr el aprendizaje.

Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes situaciones:

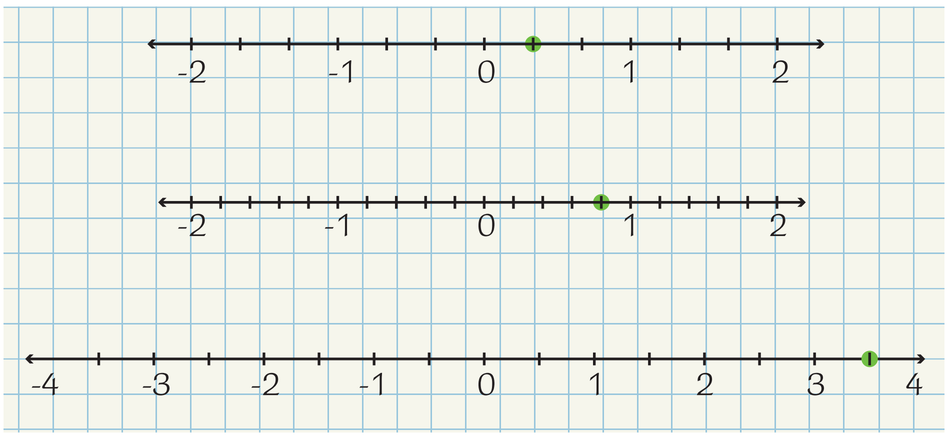
   a. ¿Qué relación numérica se establece entre el área del triángulo y el área del rectángulo?



   b. Si el rectángulo se divide en 8 subcuadrículas como indica la figura. ¿Cuántas subcuadrículas representa el triángulo?

   c. Quiero repartir 3 chocolatinas de 10 pastillas cada una a mis 5 compañeros de mesa. Dibujo la manera cómo se pueden repartir para que todos tengamos la misma cantidad.

   d. Determino de cada uno de los puntos señalados en la recta, ¿qué número racional positivo representa?



   e. Escribo los siguientes enunciados como fracciones:

   ✓ 2 de cada 5 bombones son de fruta.
   ✓ 8 de cada 10 estudiantes tienen 13 años.
   ✓ El profesor de educación física dijo que 28 de los 40 estudiantes van a participar en los intercolegiados.

TRABAJO EN EQUIPO

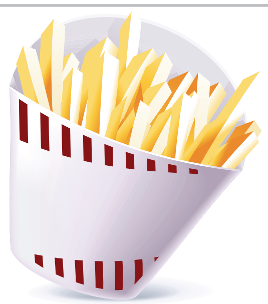
2. Comparo los procedimientos empleados con mis otros compañeros.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Uno de los integrantes de la mesa, lee la siguiente situación:

Una empresa de productos comestibles presenta la tabla nutricional de dos de sus productos:



Producto 1

Tamaño de la porción:	35 gramos
Grasas totales:	6 g
Grasas saturadas:	3 g
Colesterol:	0 mg
Sodio:	200 mg
Carbohidratos totales:	15 g
Fibras alimenticias:	1 g
Proteína:	2 g

Producto 2

Tamaño de la porción:	35 gramos
Grasas totales:	3 g
Grasas saturadas:	2 g
Colesterol:	0 mg
Sodio:	160 mg
Carbohidratos totales:	25 g
Fibras alimenticias:	2 g
Proteína:	3 g

De acuerdo con la información presentada, determinamos si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos y justificamos.

- ✓ El producto 2 tiene 22 gramos más de carbohidratos que de proteína. ( )
- ✓ La fibra del producto 1 comparada con la fibra del producto 2 es de 2 a 1. ( )
- ✓ El producto 1 tiene 40 mg más de sodio que el producto 2. ( )
- ✓ La relación entre los gramos de grasa saturada del producto 2 y del producto 1 es de 2 a 3. ( )

2. Leemos y consignamos los aspectos más importantes:

En la situación anterior, establecimos comparaciones entre dos magnitudes o cantidades esto es lo que se denomina **razón.**

Las comparaciones que se pueden establecer:

a. *Determinando en cuántas veces una cantidad excede a la otra.* Para ello, realizamos una resta. Estas se llaman **razón aritmética o diferencia.**
En el caso de la cantidad de sodio de los productos, se realizó una resta entre 200 y 160.

b. *Determinando cuántas veces una contiene a la otra.* Para ello, realizamos una división. Estas se llaman **razón geométrica o cociente** (las razones comparan entre si objetos heterogéneos). Como queda una fracción (las fracciones se usan para comparar el mismo tipo de objetos como partes de un todo), en consecuencia, estas razones cumplen con todas sus propiedades.

Volviendo al ejemplo anterior, podemos afirmar que:

la razón entre los gramos de grasa saturada del producto 1 y del producto 2 es de 3 a 2, lo que quiere decir que por cada 3 gramos del producto 1 hay 2 gramos del producto 2. Si se tienen dos paquetes de cada uno de los productos se tendría 6 a 4 y se mantendría la misma razón; y si se tienen tres paquetes de cada uno de los productos se tendría 9 a 6 que es la misma razón.

Todas estas razones es la misma $\frac{3}{2}$ por la equivalencia entre fracciones. Simbólicamente:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = 1{,}5$$

En esta guía se enfatizará en las razones geométricas o de cociente. La forma de simbolizarlas son las mismas que los fraccionarios ($\frac{a}{b}$, a:b, decimal o porcentaje) y se leen “ a es a b”

3. Identificamos 5 razones geométricas más entre las características nutricionales de los dos productos y sacamos conclusiones acerca de la conveniencia de comer alguno de los productos.

4. Calculemos las razones. Resolvemos las siguientes situaciones y las consignamos en nuestros cuadernos:

   a. Si en la cocina de mi casa hay 12 cucharas y 6 platos, ¿cuál es la razón entre las cucharas y los platos? Si estuviéramos en un restaurante en donde se cuenta con un juego de 56 cucharas, ¿cuantos platos habrían si se mantiene la misma razón?

   b. ¿Cuál es la razón entre los lados de un rectángulo de 2 cm de altura y 5 cm de ancho? Si fuera a dibujar en el patio del salón un rectángulo de 10 m de altura, ¿cuánto tendría de ancho para que se mantenga la misma razón?

c. En el salón de 7^a la razón entre niños y niñas es de 21: 28. Si en el salón de 7^b hay 16 niñas. ¿Cuántos niños deben haber para que se mantenga la misma razón que en el salón de 7^a?

d. En una mina, se trabaja 20 días y se descansa 10 días; por día trabajado se gana $40.000. En una petrolera se trabaja 40 días y se descansa 20 días, por día trabajado se gana $35.500 más $5.000 de transporte. Comparamos las razones entre estas dos jornadas laborales y en cuál conviene solicitar empleo.

5. Convocamos a nuestro profesor para que evalúe las actividades desarrolladas.

D Aplicación

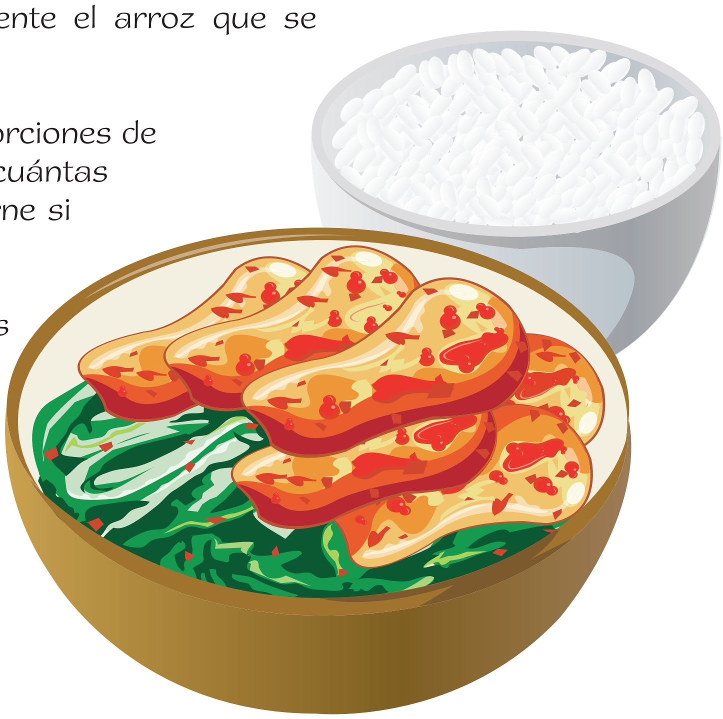
TRABAJO CON LA COMUNIDAD

1. Les solicito a mis padres la siguiente información y la expreso en forma de razón:

a. ¿Qué cantidad de arroz y qué cantidad de agua es necesaria para cocinar perfectamente el arroz que se prepara para el almuerzo?

b. Le pregunto a mi mamá cuántas porciones de carne saca de una libra. Determino cuántas porciones sacaría de 3 kilos de carne si se mantiene la misma razón.

c. Les pregunto a todos los integrantes de mi familia cuánto tiempo trabajan y cuánto tiempo descansan. Establezco la razón entre el tiempo de trabajo y el tiempo de descanso. expréselo en horas y recuerde que se refiere a 24 horas y ordeno de menor a mayor fracción.



d. Escribo con ellos, otras cinco razones que se relacionen con las actividades que dan ingreso familiar.

e. Comparto con algún familiar el siguiente aviso promocional:

- ✓ ¿Qué significa?
- ✓ Si pago 8 productos, ¿cuántos productos me llevo?
- ✓ Si llevo 15 productos, ¿cuántos productos pagué?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Revisemos en internet, periódicos o en otros medios de comunicación de los fraccionarios, recortémoslos y en una cartelera los clasificamos de la forma $\frac{a}{b}$, decimal o porcentaje.

3. Buscamos artículos que traten situaciones en las que se vulneran los derechos fundamentales y existan datos numéricos de los mismos. Escribimos cuál es el derecho fundamental vulnerado y la acción correcta que debe hacer el ciudadano. Además, consignamos la razón que se puede establecer y qué sucedería si dicha vulnerabilidad se incrementara en un 10% en la población que se cita.

TRABAJO EN EQUIPO

4. Socializamos el análisis de los artículos encontrados, clasifiquémoslos por derecho vulnerado y la acción correspondiente elaborada. Determinamos las razones entre derechos vulnerados y construimos estrategias de convivencia y respeto por nuestros derechos.

5. Compartimos con nuestro profesor las actividades desarrolladas.

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo detenidamente el siguiente texto y consigno los aspectos más importantes en el cuaderno.

Las razones también pueden utilizarse para definir la **probabilidad** de que ocurra una situación o un fenómeno, por ejemplo:

La probabilidad de que salga el 1 al lanzar un dado, se puede expresar mediante una razón de 1:6; es decir, que de 6 caras que tiene el dado enumeradas del 1 al 6, exista la probabilidad de que una de las veces que se lancen los dados salga 1.

Ejemplo: En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas se deben sacar sucesivamente para estar seguro de obtener una bola de cada color? Es posible si se asume que se saca una bola y se vuelva a ingresar a la bolsa.

Total de bolas que hay en la caja: 9 bolas

La probabilidad expresada en términos de razón de que salga una bola de cada color es:

Rojas: 4: 9

Verdes: 3: 9

Blancas: 2: 9

2. De acuerdo con lo anterior, resuelvo las siguientes situaciones aplicando el concepto de razón:

   a. Al lanzar un dado, expresar la probabilidad como razón de obtener:

      ✓ Números primos.
      ✓ Números pares.
      ✓ Múltiplos de 3.

   b. ¿Si se lanzaran dos dados, se mantendría la misma razón en cada uno de los eventos señalados en el ejercicio anterior? ¿Por qué?

Si se dice que por cada 10 nacimientos hay 6 mujeres. ¿Cuál es la cantidad de mujeres que nacen si son 100 o 200 nacimientos?

TRABAJO EN EQUIPO

3. Consultamos en la biblioteca o en internet, qué significa fracción como: cociente, punto en la recta, operador y medidor. Escribimos un ejemplo de cada uno.

4. Solicitamos a nuestro profesor que nos aclare las dudas de la información encontrada.

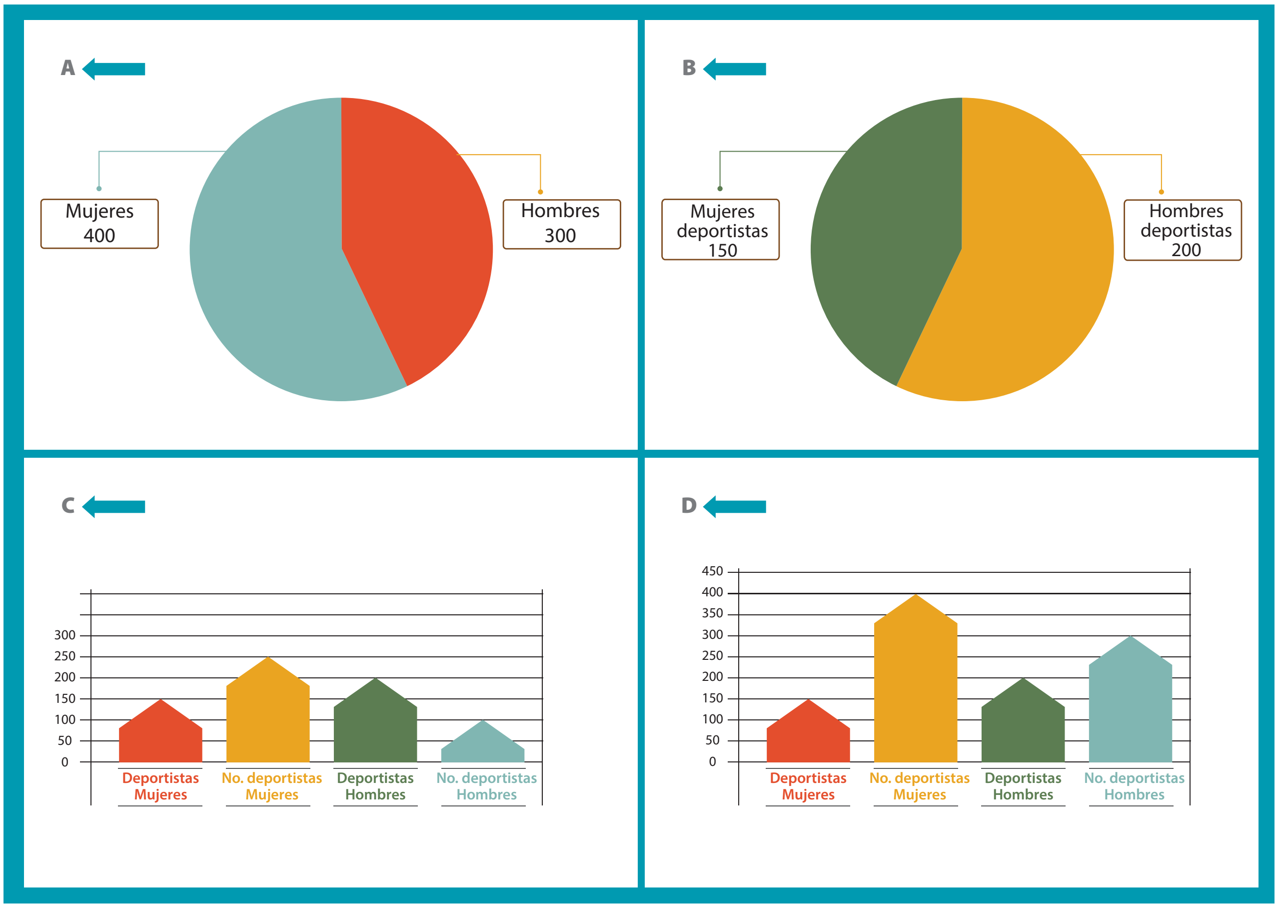
Evaluación por competencias

De acuerdo la información contesto las preguntas 1 a 4.

Se realizó una encuesta a 300 hombres y 400 mujeres de un colegio sobre la práctica de algún deporte, y se obtuvo:

150 mujeres practican deporte.
200 hombres practican deporte.

1. Cual es la gráfica que representa información?



2. El porcentaje que representa el total de deportistas del colegio es:

A. 37.5%

B. 50%

C. 66%

D. 75%

2

3. La razón que representa los hombres deportistas comparado con las mujeres deportistas es:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{2}{1}$

D. $\frac{4}{3}$

3

4. Si el colegio aumenta su población a 1.000 estudiantes, manteniendo la misma razón entre mujeres y hombres, se puede suponer que el número de mujeres no deportistas

A cambia y aumenta a 1.000 mujeres.

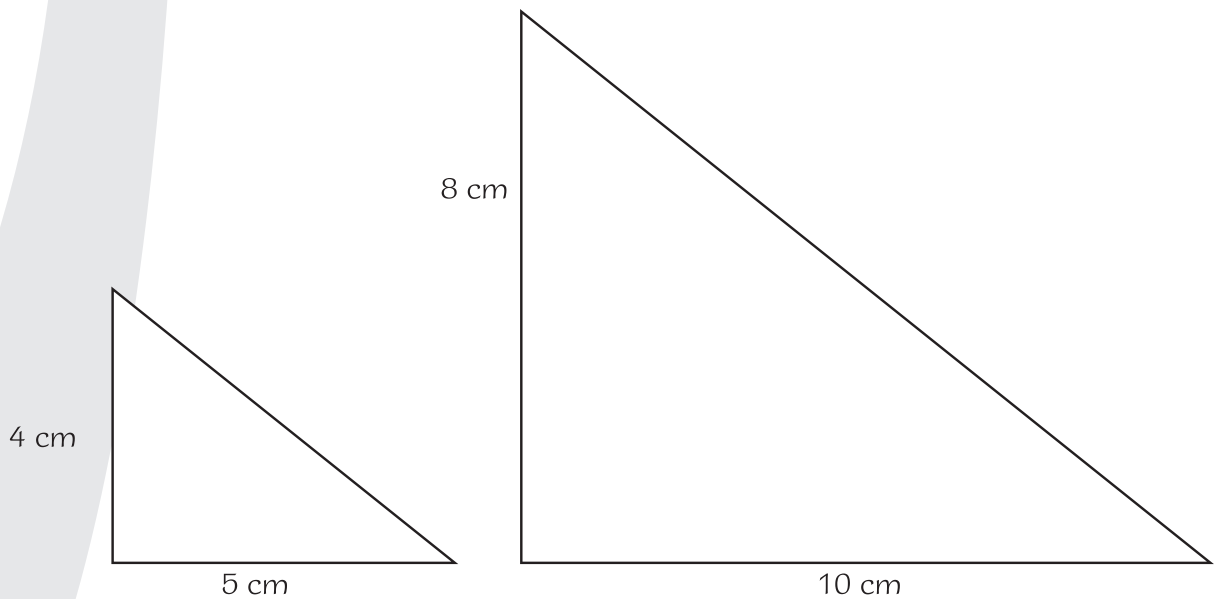
B cambia y aumenta 170 mujeres.

C cambia y aumenta 85 mujeres.

D cambia y aumenta 214 mujeres.

4

5. Considere los siguientes triángulos:



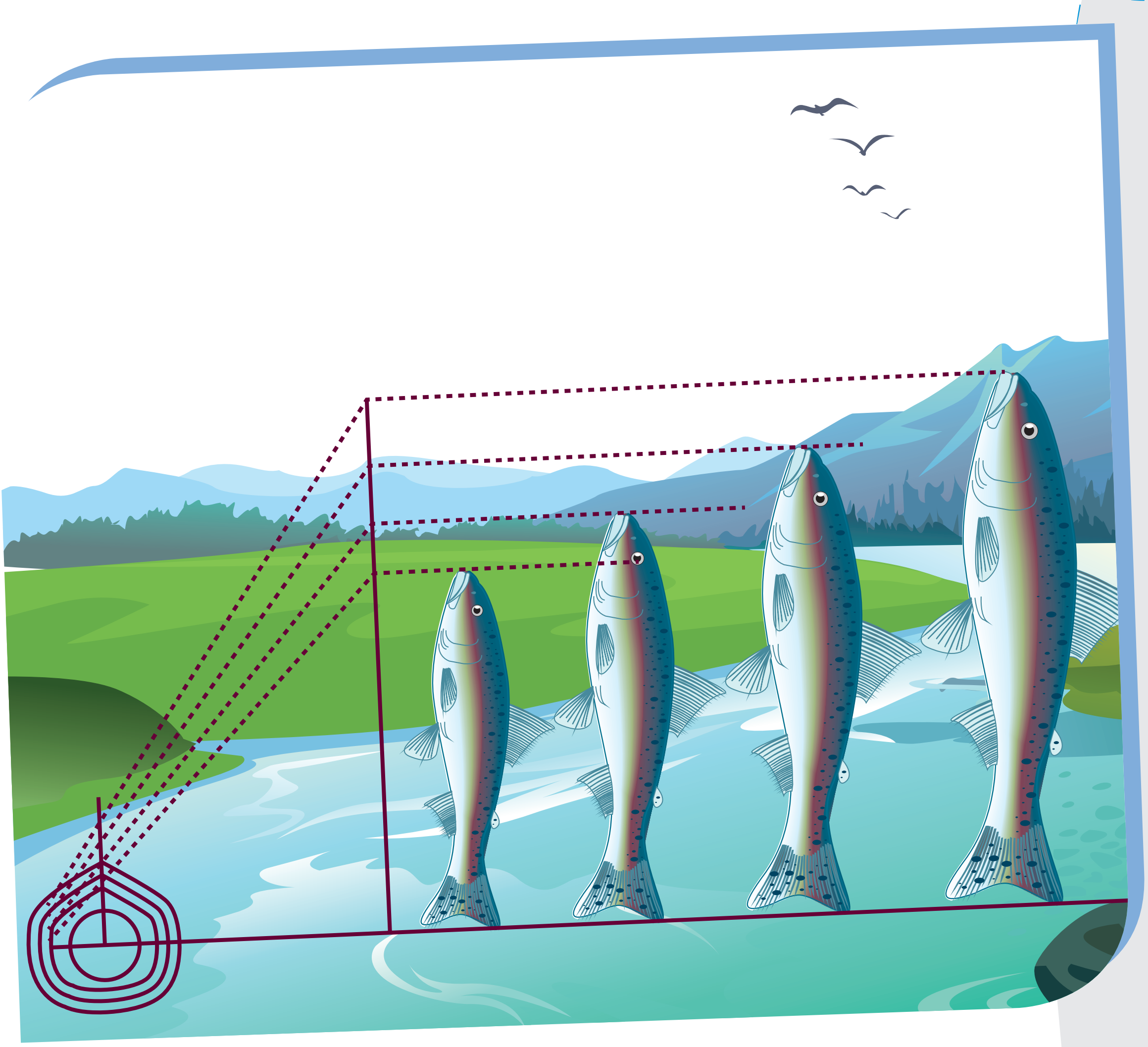
- ¿Qué puedo decir de la forma de ellos?
- ¿Mantienen la misma razón la longitud de sus lados homólogos? Justifico mi respuesta

Glosario

- **Porción:** Cantidad de comida que diariamente se da a alguien para su alimento, y en especial la que se da en las comunidades.
- **Razón Aritmética:** Diferencia constante entre dos términos consecutivos de una progresión aritmética.
- **Razón Geométrica:** Cociente constante entre dos términos consecutivos de una progresión geométrica.
- **Relación:** Resultado de comparar dos cantidades expresadas en números.

Guía 3

Aprendamos acerca de la proporcionalidad directa e inversa



Indicadores de Desempeño

Conceptual

Identifica características de las proporciones

Procedimentales

Resuelve situaciones proporcionalidad.

Actitudinal

Reconoce la importancia que tiene la proporcionalidad en la vida diaria.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Desarrollo en mi cuaderno las siguientes actividades y elaboro la gráfica correspondiente.

   a. Dibujo un rectángulo, que mida 6 cm de largo y 3 cm de ancho.
   b. Dibujo otro rectángulo con el doble de largo y el doble de ancho del rectángulo dado en el numeral anterior. ¿Cuánto miden sus lados ahora?
   c. ¿A qué razón aumentarían las medidas de largo y de ancho de este rectángulo? ¿Por qué?

2. Completo la tabla con la edad y medida de la altura de tres compañeros de clase.

NOMBRE	EDAD (años)	ESTATURA (metros)

Respondo por escrito:

   a. ¿A medida que se crece en edad, también se aumenta en estatura? Argumento mi respuesta.
   b. ¿Se puede deducir la edad de una persona por su altura?Justifico la respuesta.

3. En una fábrica de muebles de oficina, se realiza diferentes modelos de acuerdo a la estatura de la persona.

a. Elabora una tabla con los datos que muestra la gráfica.
b. Si la persona tiene una estatura de 175 cm ¿Cuál es la altura del escritorio que le corresponde?

4. Para hacer las banderas del equipo de fútbol del salón, el profesor solicitó que fueran de 1 m de alta todas y que el largo lo establecía el grupo. Se compraron 2 metros de largo de tela para 4 estudiantes.

   a. Si somos 20 estudiantes, ¿cuántos metros de largo de la tela debemos comprar para las banderas, si se quieren todas del mismo tamaño?.

2 metros de largo	4 estudiantes
?	20 estudiantes

   b. Si somos 36 estudiantes ¿cuántos metros de largo de la tela debemos comprar para las banderas, si se quieren todas del mismo tamaño?

2 metros de largo	4 estudiantes
?	36 estudiantes

5. Invito a mi profesor para que revise la actividad desarrollada y le comparto las dudas que se presentaron durante el desarrollo de la actividad.

B Fundamentación Científica

TRABAJO POR PAREJAS

1. Leemos la situación y tratamos de resolverla:

Si 3 enfermeras atienden a 5 pacientes, ¿cuántos pacientes atienden 9 enfermeras?

Como se observa esta situación establece una razón entre número de enfermeras y número de pacientes. Una forma de representar esta información es en una tabla 2x2, en donde cada columna posee las siguientes magnitudes:

Enfermeras	Pacientes
	
	?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Comparemos los procedimientos que se elaboraron.

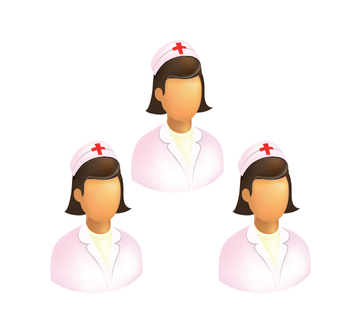
   a. Describimos cuál es el procedimiento más fácil y por qué.
   b. Realizamos un cuadro donde se explique en qué se parecen y se diferencian los procedimientos elaborados.

3. Leemos los siguientes procedimientos, anotamos en el cuaderno en qué consiste cada uno y los comparamos con los que elaboramos.

Esta manera de representar las situaciones en tablas 2x2 permite comprender los siguientes métodos:

Método 1: Una solución a este problema, es adicionar tanto en el lado de enfermeras como de pacientes la razón establecida hasta completar las 9 enfermeras; es decir, si 3 enfermeras atienden a 5 pacientes, otras 3 enfermeras atienden a otros 5, entonces en total 6 enfermeras atienden 10 pacientes; si agregamos 3 enfermeras más también se agregan 5 pacientes; el nuevo total es 9 enfermeras atienden a 15 pacientes.Se observa que al sumar la cantidad de enfermeras también se suma la cantidad de pacientes. Con ayuda de la tabla, sería:

A. Nivel gráfico

Enfermeras	Pacientes
	
	

B. *Nivel numérico*

3 enfermeras	5 pacientes
3 enfermeras + 3 enfermeras + 3 enfermas = 9 enfermeras	5 pacientes + 5 pacientes + 5 pacientes = 15 pacientes

Método 2: Otra forma de resolver el problema, es multiplicar por el mismo número tanto el número de enfermeras como el número de pacientes; es decir, cuál es el número que multiplicado por 3 enfermeras me da 9 enfermeras, en ese caso es el número 3. Por lo tanto, multiplicamos por 3 el número de pacientes, obteniéndose 15 pacientes.

Con ayuda de la tabla, sería:

X 3	3 Enfermeras	5 pacientes	X 3
	9 Enfermeras	15 pacientes	

Método 3: En este caso se resolverá la situación anterior utilizando una razón que permite pasar del lado de las enfermeras al lado de los pacientes. Esta razón es:

$$\frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}}$$

Para ello, utilizamos lo que conocemos de multiplicación de fracciones así:

$$(9 \text{ enfermeras})\ X\ \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}} = (9\ \cancel{\textit{enfermeras}})\ \frac{5 \textit{ pacientes}}{3\ \cancel{\textit{enfermeras}}}$$

$$= \frac{9 \times 5}{3} \textit{pacientes} = \frac{45}{3} \textit{ pacientes} = 15 \textit{ pacientes}$$

Como podemos observar, 9 enfermeras atienden a 15 pacientes.

Esta razón de proporcionalidad es fija o constante, no cambia como se muestra a continuación:

3 Enfermeras	$\xrightarrow{\frac{5}{3}\text{x}}$	5 pacientes
9 Enfermeras	$\xrightarrow{\frac{5}{3}\text{x}}$	15 pacientes
21 Enfermeras	$\xrightarrow{\frac{5}{3}\text{x}}$	36 pacientes

4. Comprobamos los datos de la tabla anterior que permite obtener la siguiente razón a partir del número de enfermeras el número de pacientes.

5. Continuamos con la lectura y anotamos las ideas importantes en el cuaderno.

Los tres métodos presentan formas de calcular un dato a partir de los otros tres. Tanto en el método 1 como en el 2, varían las veces que se repite los sumandos o por lo que multiplicamos según sea el caso.

Por ejemplo, si nos hubieran preguntado cuántos pacientes atienden 18 enfermeras, con el *método 1,* tendriamos que repetir 6 veces como sumando a 3 enfermeras y 6 veces como sumando a 5 pacientes; y con el *método 2,* se tendría que multiplicar por 6 a 3 enfermeras como a 5 pacientes. En cambio, en el *método 3,* se utiliza la misma razón así: $\frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}}$ que empleamos para explicar el método y se multiplica por el valor de 18 enfermeras para que nos dé el dato del número de pacientes.

Estos tres métodos permiten encontrar otra razón que es equivalente a la dada, en nuestra situación:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

Como podemos igualar dos razones, lo que constituimos es una ***proporción.***

Cuando tenemos varias razones equivalentes y con ellas podemos establecer **series proporcionales** ya que tenemos **una razón constante** que al multiplicar por el valor de una se obtiene la otra. En nuestra situación hemos encontrado:

Enfermeras	3	9	18	21
Pacientes	5	15	30	35

Lo que demuestra es la proporción entre dos magnitudes, en nuestro caso la magnitud número de enfermeras y la otra magnitud es número de pacientes, que al realizar el cálculo:

Para 3 enfermeras es:

$$(3 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}} = (3 \cancel{\textit{enfermeras}}) \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \cancel{\textit{enfermeras}}}$$

$$= \frac{3 \times 5}{3} \textit{pacientes} = \frac{15}{3} \textit{ pacientes} = 5 \textit{ pacientes}$$

Para 9 enfermeras, revisando la explicación del método 3.
Para 18 enfermeras es

$$(18 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}} = (18 \cancel{\textit{enfermeras}}) \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \cancel{\textit{enfermeras}}}$$

$$= \frac{18 \times 5}{3} \textit{pacientes} = \frac{90}{3} \textit{ pacientes} = 30 \textit{ pacientes}$$

Para 21 enfermeras es

$$(21 \text{ enfermeras}) \times \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \textit{ enfermeras}} = (21 \cancel{\textit{enfermeras}}) \frac{5 \textit{ pacientes}}{3 \cancel{\textit{enfermeras}}}$$

$$= \frac{21 \times 5}{3} \textit{pacientes} = \frac{105}{3} \textit{ pacientes} = 35 \textit{ pacientes}$$

Esta **proporción es directa** porque al aumentar la cantidad de enfermeras se aumenta el número de pacientes. Cuando se analiza el aumento de los valores de una magnitud y la otra magnitud aumenta , o si el valor de una magnitud disminuye y la otra disminuye, se dice que la **proporción es directa.**

En cambio, si una magnitud aumenta y la otra disminuye, o viceversa se dice que la **proporción es inversa.**

Ejemplo:

Si se necesitan 3 hombres para hacer una construcción en 24 días. ¿Cuántos días emplearán 12 hombres para realizar el mismo trabajo?

Esta situación establece una razón entre el número de hombres y los días que se dedican a hacer el trabajo, en este caso al cuádruplo del número de trabajadores el trabajo durará la cuarta parte. Si fuera el triple del número de trabajadores el trabajo durará la tercera parte, o si fuera el doble de trabajadores duraría la mitad del tiempo.

Por tanto, las **magnitudes** son **inversamente proporcionales** porque mientras más hombres se dediquen a hacer la construcción, menor será el número de días que se demorarán en hacerlo; es decir, mientras se aumenta una de las variables la otra disminuye.

Esta situación se puede representar en la siguiente tabla:

	Número de Hombres	Días (trabajados)	
4 x	3	24	÷ 4
	12	6	

12 hombres terminan el mismo trabajo en 6 días.

Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes situaciones utilizando los tres métodos explicados:

a. Si 3 pantalones cuestan $ 50.000, ¿cuál es el valor de 12 pantalones?

b. Si un almacen vende 7 pares de medias en $10.000, y al final del día resulta que vendió $170.000 ¿Cuántos pares de medias vendió?

c. Si 3 buses pueden llevar 330 personas, ¿cuántas personas puede llevar en 1 bus, si cada uno lleva la misma cantidad?

d. Si 8 personas pintan un edificio en 6 horas. ¿ Cuánto tiempo se invertirá en pintar el mismo edificio si se contratan 4 personas?

e. Si 6 llaves se demoran 10 horas en llenar un depósito de 400 m^3 de capacidad. ¿ Cuántas horas se demorarán 4 llaves en llenar un depósito con la misma capacidad?

f. En un almacén de ropa, estan ofreciendo lo siguiente: Si compra 2 camisetas cuestan $35.000 cada una; pero si compra 4 camisetas el valor total es de $60.000. ¿Cuál es el precio que paga por cada camiseta?

2. Encuentro el valor de la incógnita y escribo un problema suponiendo que cada cuadro representa una situación de proporcionalidad.

a.

3 Carros	7 accesorios
12 carros	?

b.

0 vasos	1.000 ml de gaseosa
1 vaso	900 ml de gaseosa
6 vasos	?

c.

4 juegos de sábanas	$40.000
?	$120.000

d.

2 perfumes	3 cremas
10 perfumes	?

e.

5 personas trabajando en una obra	2 horas
1 persona trabajando en una obra	?

3. Si las siguiente tablas son series proporcionales, encuentro la razón y el valor de los interrogantes señalados.

a.

Número de familias	1	3	9
Personas que trabajan	3	?	?

b.

Número de supermercados	2	5	10
Número de empleados	?	?	80

c.

Número de Camisas	?	2	4	8
Valor pagado	15.000	?	60.000	?

d.

Número de vasos	?	1	2	3	4	5
Botellón de agua	19 ml	200 ml	?	?	?	?

e.

Número de trabajadores	1	2	3	5
Número de horas trabajadas	150	75	?	?

TRABAJO EN EQUIPO

4. Comparamos los resultados obtenidos de manera individual en los ejercicios anteriores.

5. Solicitamos al profesor que revise nuestro trabajo y aclare dudas.

D Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Resolvemos las siguientes situaciones:

Como actividad de integración, el grado de 7A, realizará un paseo por tres días y estamos elaborando la lista de los productos que debemos comprar en el mercado.

a. Consultamos en la tienda o el supermercado los precios de un kilogramo, de cada uno de los productos y llenamos la tabla:

Productos	Arroz	Papa	Frijol	Azúcar
Valor de 1 Kilogramo				

Se estima que en un día 25 personas. consumen las siguientes cantidades:

Productos	Arroz	Papa	Frijol	Azúcar
Consumo en un día	5 kilogramos	3 kilogramos	3 kilogramos	1 kilogramo

b. Con base en esta información, calculamos el consumo en kilos y dinero de los días indicados.

Lista de productos	Un día		Dos días		Tres días	
	peso (kg)	Precio	peso (kg)	Precio	peso (kg)	Precio
Arroz						
Papa						
Fríjol						
Azúcar						

2. Resolvamos las siguientes situaciones de proporcionalidad inversa:

   a. Seis obreros que trabajan en una bodega, descargan un camión en tres horas, ¿cuánto tiempo se gastan 9 obreros en descargar el mismo camión?

   b. Un carro a 60 Km/h se demora 4 horas en hacer un viaje. ¿Cuánto tiempo se demora en hacer el mismo viaje, si lo hace a 120 Km/h?

TRABAJO EN EQUIPO

3. Con mis compañeros, comparamos las respuestas obtenidas y en caso de tener diferentes resultados, analizamos y escribimos la razón de esta diferencia.

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente las siguientes situaciones y contesto las preguntas:

   a. Se ha investigado que aproximadamente el 1% de los nacimientos que se producen es de mellizos. En una ciudad, donde hay unos 27.000 nacimientos al año, ¿cuántos nacimientos, corresponden a mellizos? ¿Se podría afirmar que este problema plantea una situacion de proporcionalidad? ¿Por qué?

   b. Para hacer un pastel de chocolate para 6 personas se necesitan 8 onzas de chocolate, 6 cucharadas de azúcar, 4 yemas de huevo y 10 almendras, entre otros ingredientes.

      ✓ ¿Qué necesita Juan de cada ingrediente para preparar un pastel para 9 personas?

      ✓ ¿Se puede decir que este problema plantea una o varias situacion de proporcionalidad? ¿Por qué?

   c. Dos analgésicos A y B han sido probados en dos muestras de personas de edades y situación clínica similares como remedio para la jaqueca. De este experimento se han obtenido los siguientes datos:

	Mejoran	No mejoran
Analgésico A	40 personas	60 personas
Analgésico B	80 personas	120 personas

      ✓ ¿Son igualmente efectivos los dos analgésicos?

      ✓ ¿Cuántos pacientes deberían mejorar con el tratamiento B para que sea igualmente efectivo que el A?

   d. Un auto X recorre 50 kilómetros en una hora, mientras que otro auto Y recorre 20 kilómetros en 30 minutos.

	Distancia	Tiempo
Auto X	50 Km	60 minutos
Auto Y	20 Km	30 minutos

- ✓ ¿Se podría afirmar que los autos recorren la misma distancia en el mismo tiempo?¿Cuánta distancia recorre el auto Y en una hora?
- ✓ ¿Cuál de los dos autos va más rápido (velocidad)?
- ✓ ¿Cuándo los autos tendrían la misma distancia recorrida?

e. En una construcción se contratan tres pintores para pintar un mural, ellos afirman que para pintarlo se demoran 10 días.

- ✓ ¿Cuánto tiempo se demorarán 6 pintores en realizar el mismo trabajo?
- ✓ Si se aumenta el número de pintores a 12 , ¿qué sucede con el tiempo para realizar este trabajo?

2. Convoco a mi profesor para que evalué los ejercicios desarrollados y valore mi aprendizaje de toda la guía.

Evaluación por competencias

Contesto las preguntas 1 y 2 con base en la siguiente información:

Se presentan tres tablas que muestran tres situaciones en las que se establece proporcionalidad entre dos magnitudes:

Situación A				
Magnitud R	1	3	4	7
Magnitud S	3	9	12	21

Situación B				
Magnitud L	1	2	3	4
Magnitud Q	5	10	15	20

Situación C				
Magnitud X	10	20	40	80
Magnitud Y	16	8	4	2

1. Determino qué clase de proporcionalidad es.

Situación	Tipo de proporcionalidad	Argumento mi respuesta
A		
B		
C		

2. Escribo la razón de proporcionalidad de cada una de las situaciones del ejercicio anterior.

Situación	Razón de proporcionalidad
A	
B	
C	

Selecciono la respuesta correcta.

3. Un carpintero construye cuatro camas en 6 horas. Si se mandan a construir 10 camas, ¿cuánto tiempo le tomará al carpintero hacerlas?

A. 6 horas.

B. 10 horas.

C. 15 horas.

D. 24 horas.

3

4. Si una compañía de computadores vende un millón y medio en 1 mes, ¿cuántos computadores se venden en un día?

A. 5.000 computadores.

B. 50.000 computadores.

C. 500.000 computadores.

D. 5 computadores.

3

5. Un campesino que se dedica al cultivo de café, vende tres kilos de este producto a $ 15. 000, ¿cuántos kilos debe vender para recibir aproximadamente $ 1'000.000?

A. 66 kilos.

B. 200 kilos.

C. 5.000 kilos.

D. 333.333 kilos.

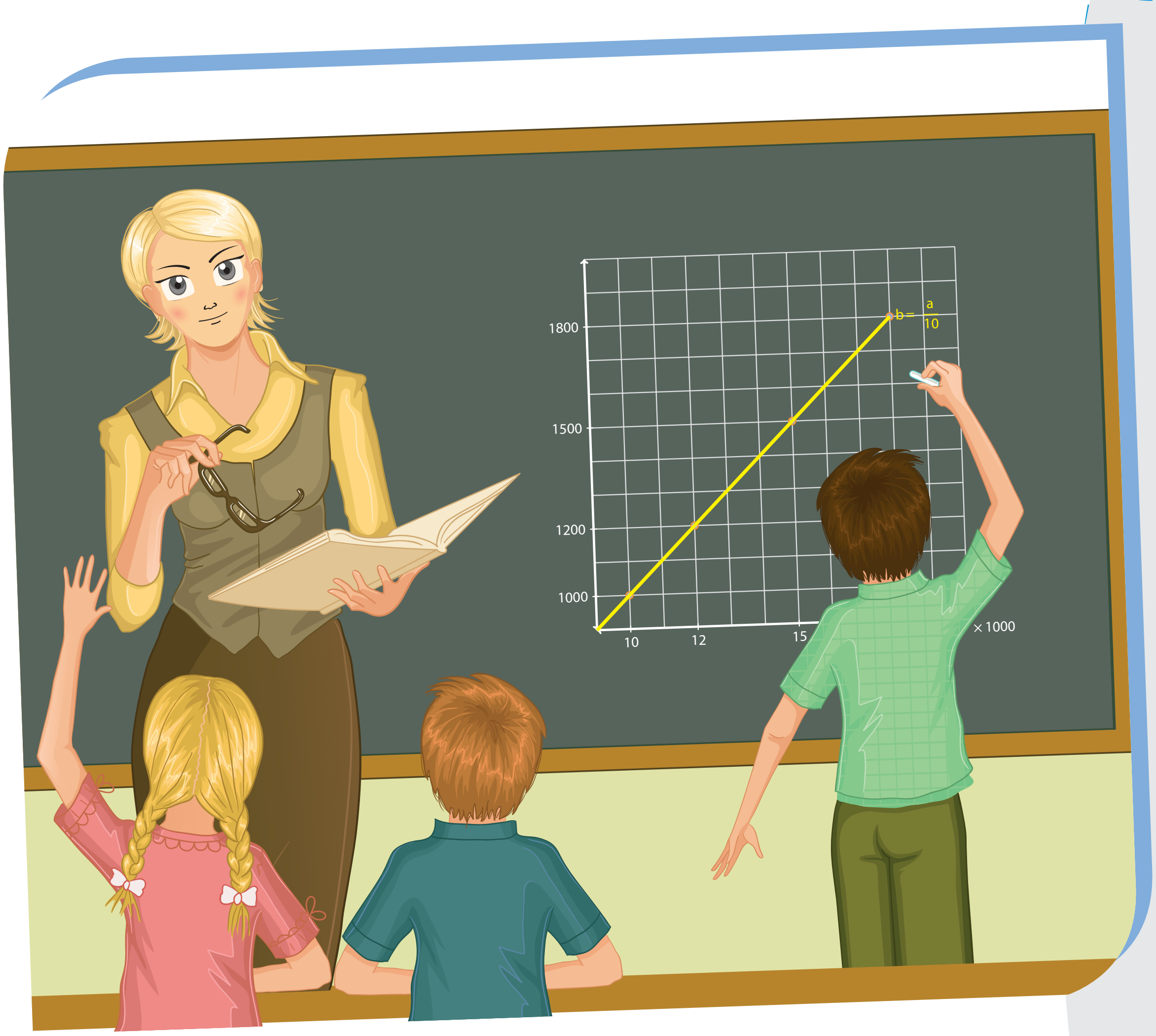
3

Glosario

- **Proporción:** Igualdad entre 2 o más fracciones
- **Proporción directa:** Relación entre magnitudes en las que al aumentar una también lo hace la otra y viceversa.
- **Proporción inversa:** Relación entre magnitudes donde implica que al aumentar una la otra disminuye y viceversa.
- **Proporcionalidad:** Conformidad o proporción de unas partes con el todo o de cosas relacionadas entre sí.
- **Relación:** Resultado de comparar dos cantidades expresadas en números.

Guía 4

Conozcamos sobre las funciones



Indicadores de Desempeño

Conceptual
Reconoce las características de una función.

Procedimental
Maneja algunos de los registros que se emplean de función.

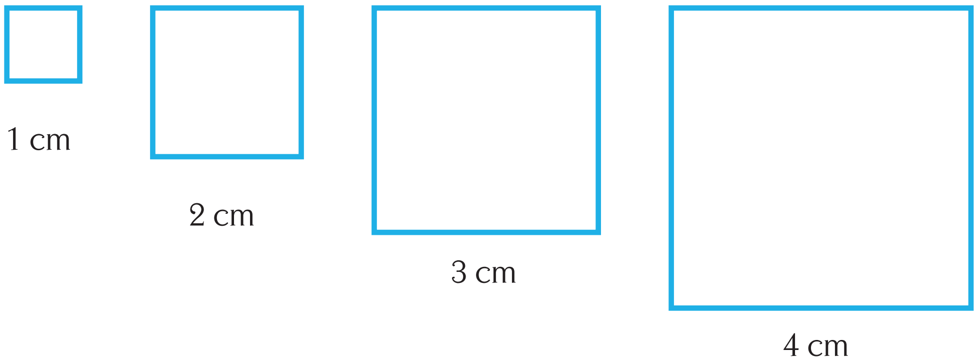
Actitudinal
Aporta sus habilidades y capacidades para modelar situaciones de función.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Desarrollo en el cuaderno las siguientes actividades.

   a. Dibujo cuatro cuadrados teniendo en cuenta las siguientes medidas de lado:



   b. Calculo el perímetro de cada cuadrado.

   c. Calculo el área de cada cuadrado.

   d. Analizo:

   ✓ ¿Cómo cambia el valor del perimetro cada vez que aumenta un centímetro de lado el cuadrado?
   ✓ ¿Cómo cambia el valor del área cada vez que aumenta un centímetro de lado cuadrado?
   ✓ ¿Se mantiene la relación numérica de cambio de perimetro cuando se aumenta el número de lados a 5 cm, 6 cm, 7 cm o más?
   ✓ ¿Se mantiene la relación numérica de cambio del área cuando se aumenta el número de lados a 5 cm, 6 cm, 7 cm o más?

2. Leo la siguiente situación y completo la tabla.

   En el Conjunto Residencial Campoamor se pretende construir una cantidad de casas; pero el número depende del área del terreno y de la cantidad de postes de energía.
   Según la constructora, cada casa debe tener un área de 60 m^2 (metros cuadrados) y un poste solo puede ofrecer energía a 4 casas.

Como el terreno es grande se pretende ir construyendo por etapas.

Tamaño del Terreno	240 m²	300 m²	600 m²	?	1.200 m²
Número de Casas	4 casas	?	?	14 casas	?
Número de Postes	1 poste	2 postes	?	?	?

3. Invito a mi profesor a que revise las actividades desarrolladas y valore los ejercicios.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Le solicitamos a un integrante del equipo, realizar la lectura del siguiente texto para, finalmente, desarrollar las actividades propuestas.

La empresa de viajes JAVO Ltda. se encuentra interesada en promover un plan turístico a cualquier destino nacional. Con el fin de lograr que muchas personas se animen a viajar, propone que el valor del paquete turístico por persona sea de $350.000. Sin embargo, si esta persona organiza un grupo se hace un descuento válido para cada uno de los miembros de $2.000, o; es decir, si viaja una pareja se hace un descuento de $4.000 a cada uno de ellos. De igual manera, si es un grupo de 5 personas se hace un descuento de $10.000 (5 veces $2.000) a cada uno de los viajeros.

Con base en la información anterior respondemos

a. ¿Cuál sería el costo del viaje para un grupo de 3 personas? ¿Y para un grupo de 5 personas?

b. Si el costo para un grupo fue de $9'800.000, ¿cuántas personas harían parte del grupo?

c. Completemos la siguiente tabla

Número de miembros del grupo	Valor del descuento por persona	Valor tiquete por persona	Valor total del viaje para el grupo
1	$2.000	$350.000	$348.00
2	$4.000		
3	$6.000	$344.000	
4		$342.000	
5			$1.700.000
6	$12.000		
7		$336.000	
8	$16.000		
9		$332.000	$2.988.000
10			$3.300.000

d. Respondemos teniendo en cuenta las condiciones de la situación, ¿cuáles cantidades permanecen constantes y cuáles varían?

2. La anterior situación es una función. Leemos atentamente el siguiente texto y lo consignamos en el cuaderno:

Una **función** es una relación entre dos o más variables. En el caso de dos variables como el número de personas y el valor del descuento, se observa que el valor de descuento depende del número de personas es decir, que una variable **depende** de la otra.

De las variables que se relacionan en una función, una de ellas se denomina **variable dependiente,** en nuestro ejemplo el valor del descuento y la otra **variable independiente,** en nuestro ejemplo el número de personas. **Cada valor de la variable independiente solo puede tener un valor de la variable dependiente.** En la situación de viajes JAVO, si viajan 2 personas se descuenta $4.000 a cada uno, es decir, que cada uno paga $346.000 y en total se pagaría $692.000.

3. Determinemos cuáles son las variables dependientes e independientes de las siguientes situaciones.

   a. El perímetro de un cuadrado a partir de la longitud del lado.
   b. El área de un cuadrado a partir de la longitud del lado.
   c. En el ejercicio que trata del terreno y número de casas.
   d. el terreno y número de postes.

4. Continuamos con la lectura y no olvidemos anotar los conceptos más importantes en el cuaderno.

Para visualizar mejor el comportamiento de una función, resulta útil organizar los datos en una tabla, de tal forma que la variable independiente (de menor a mayor) en una fila (o columna) y los datos de la variable dependiente en otra fila (o columna).

   a. Completemos los datos de la situación del conjunto residencial del tamaño del terreno y del número de casas a construir.

Tamaño del terreno (Variable independiente)	$240m^2$	$300m^2$	$360m^2$	$440m^2$	$480m^2$	$540m^2$	$600m^2$	$240m^2$	$720m^2$
Número de casas (Variable dependiente)	4 Casas								

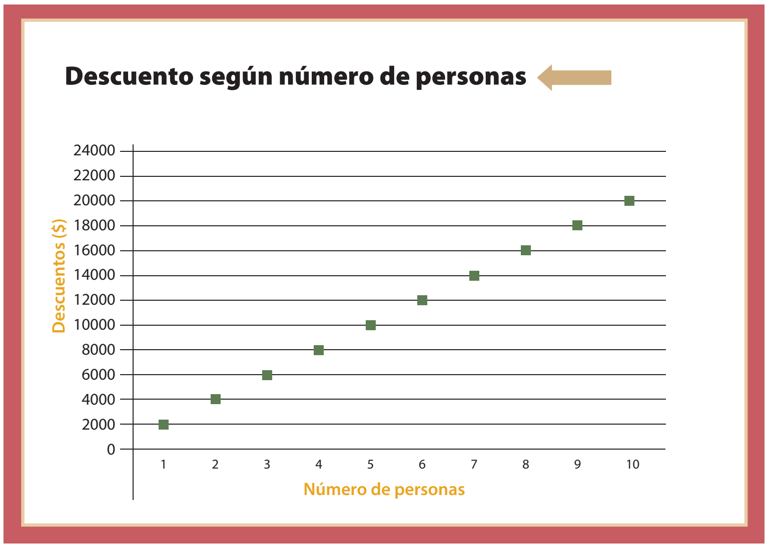
   b. Completemos el número de casas y el número de postes de la situación del conjuntoresidencial:

Número de Casas (Variable independiente)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Número de Postes (Variable dependiente)	1	2								

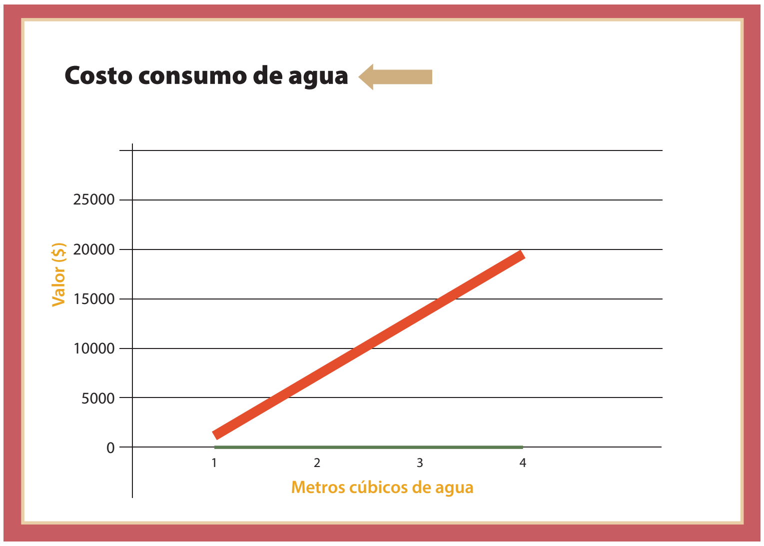
Después de tener organizados los datos y de encontrar los valores por medio de la función descrita, se puede realizar una gráfica posterior al determinar los puntos cuyas coordenadas están dadas por el valor de la variable independiente y su correspondiente valor de la dependiente. No olvidemos recordar la ubicación de los valores de la variable independiente horizontalmente y los valores de la variable dependiente verticalmente.

Por ejemplo, la gráfica representa la situación de viajes JAVO de las variables número de personas y descuento a cada paquete turístico.

Este tipo de gráfica es discontinua debido que se tiene como unidades completas a personas, por esta razón, no es posible apreciar cuánto le costaría a 2 personas y media ya que es una magnitud discontinua.



Asímismo, existen otros tipos de gráficas de funciones que son continuas, por ejemplo, el número de litros consumidos de agua con relación a su costo, ya que los litros son magnitudes continuas, como se muestra en la gráfica:



5. Completamos las tablas y, en cada caso, elaboramos una gráfica similar a la presentada anteriormente para cada situación:

   a. Una persona recorre una distancia en un determinado tiempo

Distancia Recorrida	100 metros	200 metros	300 metros	400 metros	500 metros
Tiempo	5 minutos	10 minutos			

b. Un jugador de videos paga por horas de juego

Horas	1	2	3	4	5
Valor Pagado	$1.500	$3.000			

c. El dinero que se gasta una persona semanalmente

Número de semanas	1	2	3	4
Dinero de Gastos	$3.000	$6.000		

6. El café Internet "Fabian.com" que inauguraron en el parque del pueblo, está ofreciendo para navegar en internet una tarifa de $50 por 2 minutos.

   a. Completo la tabla

Tiempo	Tarifa
30 minutos	$750
1 hora	
1 hora y media	
2 horas	
2 horas y media	
3 horas	
3 horas y media	

   b. Elaboro la gráfica correspondiente a la tabla anterior.

7. Invitamos al profesor y le solicitamos valorar las actividades desarrolladas.

D Aplicación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Leemos con atención las siguientes situaciones y realizamos en el cuaderno las actividades propuestas.

a. Cuando una persona sale a caminar, la distancia que recorre depende del tiempo que pasa desde que salió a caminar. Sabiendo que una persona camina 1 kilómetro (1.000 metros) en 10 minutos, ¿cuánto caminará en 20 minutos?

✓ Con esta información determinamos las variables dependiente e independiente, construimos la tabla y la gráfica correspondientes (Sugerencia: mínimo 10 puntos).

b. El agua que consume Luis en el baño depende del tiempo que demore duchándose. Luis en una ducha de 4 minutos consume 6 litros de agua.

✓ Construimos una tabla y la gráfica correspondiente que relacione las dos magnitudes tiempo y consumo (Sugerencia: mínimo 5 puntos).

✓ ¿Cuántos minutos se debería demorar Luis si quisiera gastar sólo 3 litros de agua para bañarse?

2. Andrea piensa celebrar su cumpleaños con una fiesta, para hacer la lista de invitados ella dispone de una hoja que tiene 28 cm de largo y 22 cm de ancho y según el número de invitados se distribuye equitativamente el área de la hoja. Respondemos:

a. ¿Cuál es el área total de la hoja?

b. Si Andrea tiene dos invitados, ¿qué área de la hoja le corresponde a cada invitado?

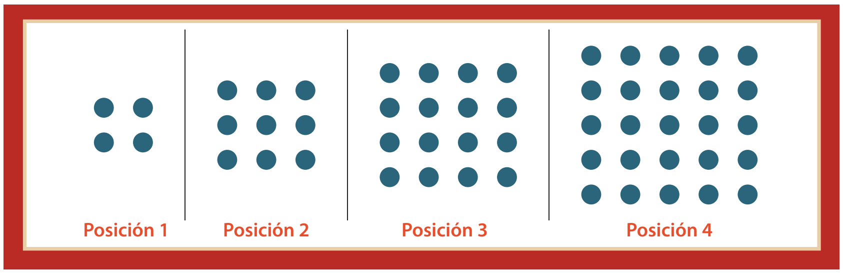
c. Completamos la siguiente tabla:

Cantidad de invitados	2	4	7	8	11	14
Área por invitado (m^2)	308	154				

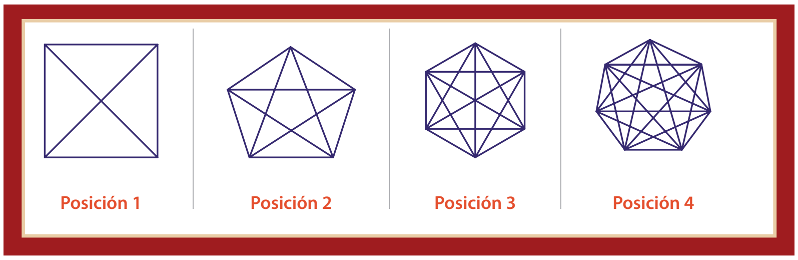
d. Realizamos una gráfica que represente la tabla anterior.

3. Construya la tabla correspondiente a cada situación:

a. Se utilizan unas piedras o tapas para determinar cuadrados:



b. el número de diagonales en polígonos regulares:



4. Le presentamos al profesor los ejercicios desarrollados y le solicitamos evaluar la actividad.

E Complementación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo con atención las siguientes situaciones y respondo los interrogantes planteados.

   a. Juan José quiere celebrar el cumpleaños con todos sus compañeros, para hacerlo, a cada asistente le debe dar un plato pequeño con un pedazo de pastel y un vaso mediano con gaseosa,un tenedor y un gorro. Respondo:

   - ✓ ¿Cuántos artículos tiene cada asistente de la fiesta?
   - ✓ ¿Cuántos artículos hay en un grupo formado por tres niñas?
   - ✓ Los artículos que tiene cada niño cuestan $1.500, ¿cuánto deben gastar el padre y la madre del “cumpleañero” si a la fiesta van a asistir 8 niños y 6 niñas?
   - ✓ ¿Cuál es el límite máximo de asistentes a la fiesta si el padre y la madre sólo pueden gastar $27.000 en estos artículos?

   b. A Pablo en su cumpleaños, le regalaron un perro de mascota. Los padres preocupados por la salud de su hijo, decidieron llevar el perrito al veterinario, para el veterinario que le recetara un antiparasitario llamado Metronidasol, cuya administración es de 6 gotas por cada kilo de peso del perro, debe suministrar secada 15 o 20 días.

- ✓ Completo la tabla:
- ✓ Respondo: ¿cuántas gotas se le suministra a un perro que pesa 12 Kilos? Si se le suministra 24 gotas al perro, ¿cuál es el posible peso de este?
- ✓ Elaboro una gráfica que represente los datos que aparecen en la tabla.

Peso (Kilo)	Número de gotas
1 kilo	6
1 kilo y medio	6
2 kilos	12
2 kilos y 300 gramos	12
3 kilos	
3 kilos y 400 gramos	
4 kilos	

2. Leo atentamente el siguiente texto y respondo:

La selva amazónica es el bosque tropical más extenso del mundo, posee un tamaño aproximado de 6 millones de km^2. Es denominada como el pulmón del planeta debido a que mantiene un equilibrio entre la absorción de dióxido de carbono y liberación de oxígeno de la tierra. Lamentablemente, se ve afectada por la tala de árboles año tras año.

- ✓ Si cada 10 años se talan 58.000 Km^2 de esta selva, ¿en cuánto tiempo se habrá acabado la selva amazónica?
- ✓ ¿Cuáles serían los posibles controles que el Estado podría implementar para evitar el daño de este recurso natural?
- ✓ Averigua cuánto demora en crecer un siringal y cuánto tiempo se requería para recuperar el área de 58.000 Km^2.

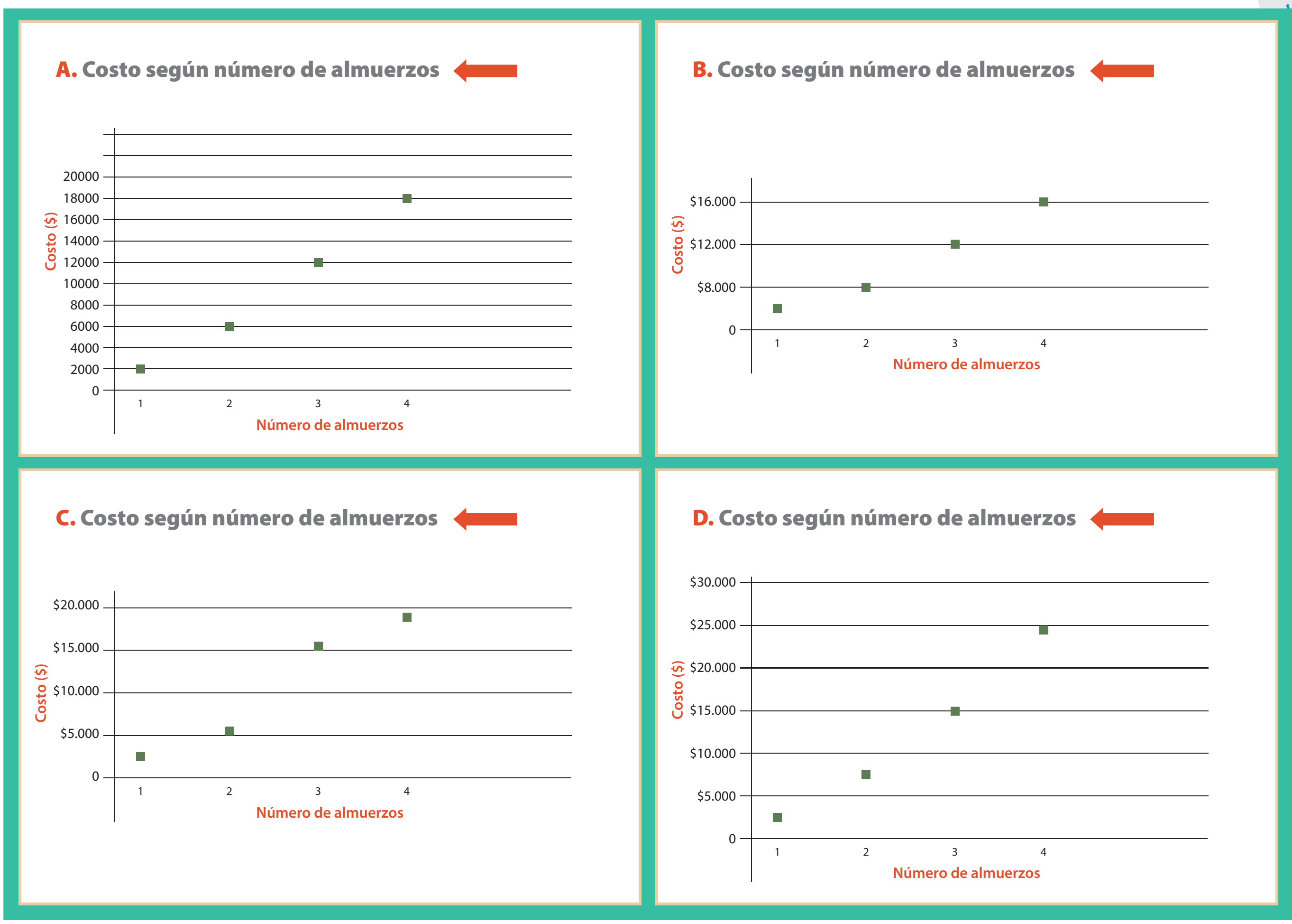
3. Convoco a mi profesor para que verifique las actividades desarrolladas.

Evaluación por competencias

Información para contestar preguntas 1, 2 y 3.

Un restaurante vende 1 almuerzo en $4.000. Si se compran 4 almuerzos. ¿Cuál será la gráfica que representa la información suministrada?

1. ¿Cuál sería la gráfica que representa la información presentada:



2. Si se compran 15 almuerzos, ¿cuánto se pagaría?

A. $30.000

B. $60.000

C. $28.000

D. $54.000

3. Es posible llegar a pagar $12.000 en el restaurante cuando:

A. Se consumen 3 almuerzos.

B. Se consumen 4 almuerzos.

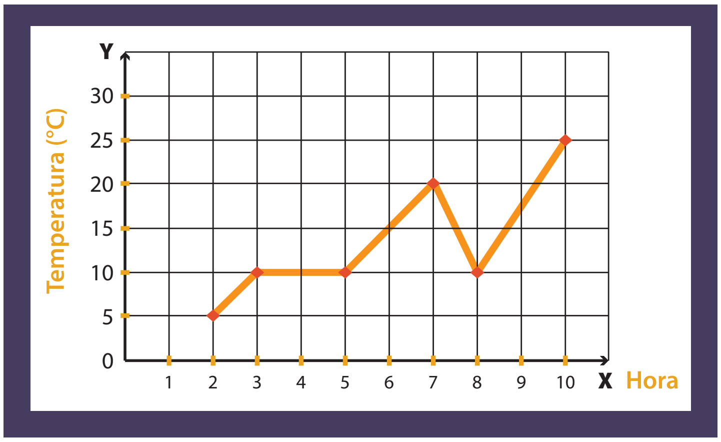
C. Se consumen 5 almuerzos

D. Se consumen 6 almuerzos

3

Información para contestar preguntas 4 y 5.

De acuerdo con la siguiente gráfica:



4. El intervalo (en horas) en que se registra mayor incremento de la temperatura es:

A. 2 a 3 horas.

B. 3 a 5 horas.

C. 5 a 7 horas.

D. 8 a 10 horas.

4

5. Entre la tercera y la quinta hora, la temperatura:

A. Permanece en 10°C.

B. Aumenta en 5°C.

C. Asciende dos grados.

D. Aumenta en 10°C.

4

Glosario

- **Función:** Se dice que una magnitud es función de otra si el valor de la primera depende del valor de la segunda.

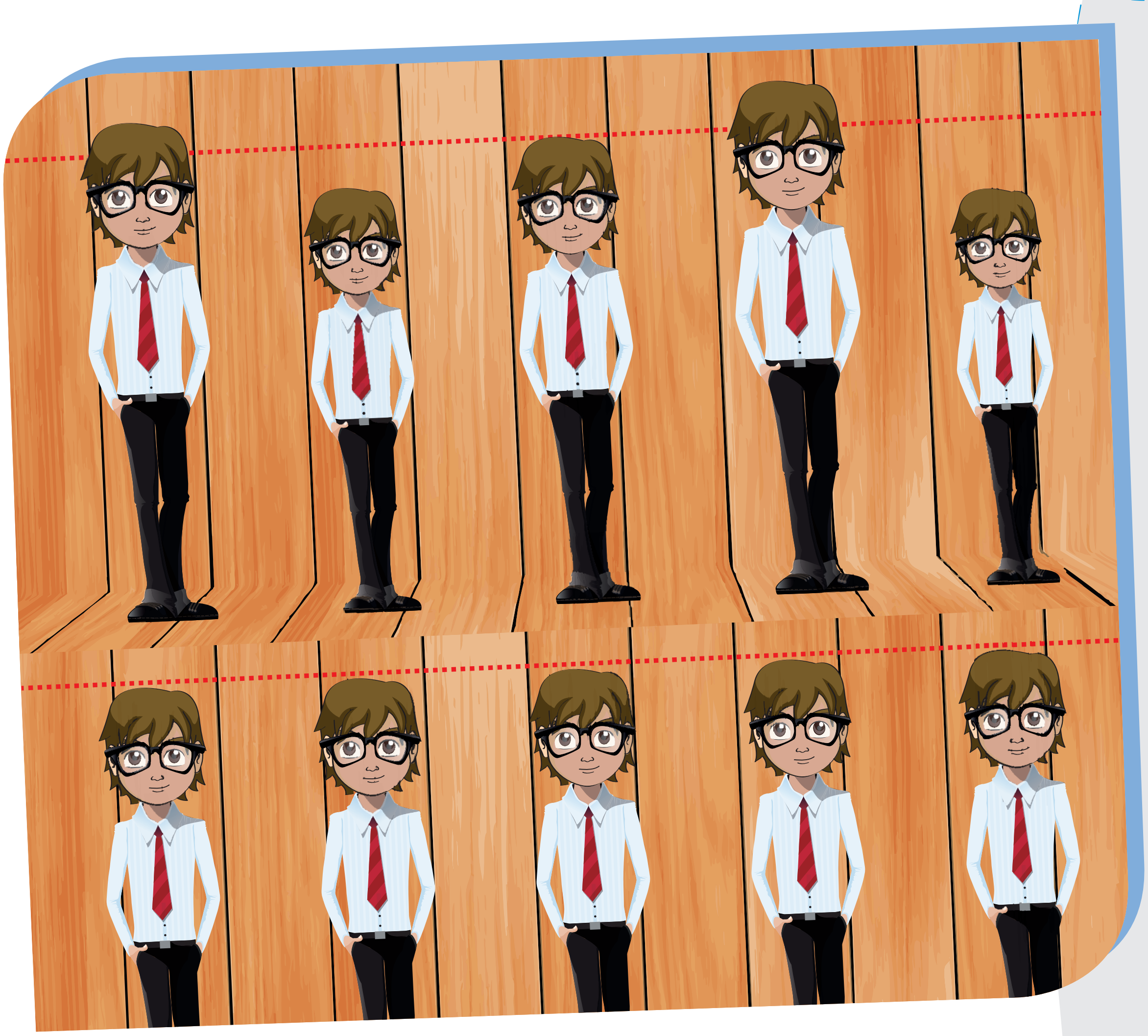
- **Gráfica:** Representación de datos numéricos por medio de una o varias líneas que hacen visible la relación que esos datos guardan entre sí.

- **Variación:** Cada uno de los subconjuntos del mismo número de elementos de un conjunto dado, que difieren entre sí por algún elemento o por el orden de estos.

- **Variable:** Magnitud que puede tener un valor cualquiera de los comprendidos en un conjunto.

Guía 5

Algo más sobre el manejo de datos



Indicadores de Desempeño

Conceptual
Reconoce los distintos tipos de frecuencias.

Procedimental
Organiza datos de acuerdo al tipo de variable.

Actitudinal
Elabora responsablemente conclusiones con relación a situaciones cotidianas.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. En mi casa, averiguo los siguientes datos de mi familia y los organizo acorde con las siguientes características:

    a. Edades.
    b. Tipos de empleos u ocupaciones que tienen.
    c. Estatura.
    d. Género.
    e. Deporte que les gusta practicar.

2. Solicito a 10 compañeros de clase, los datos que cada uno recogió de su familia.

3. Elaboro una tabla para consignar los datos obtenidos y determino la frecuencia absoluta y frecuencia absoluta acumulada.

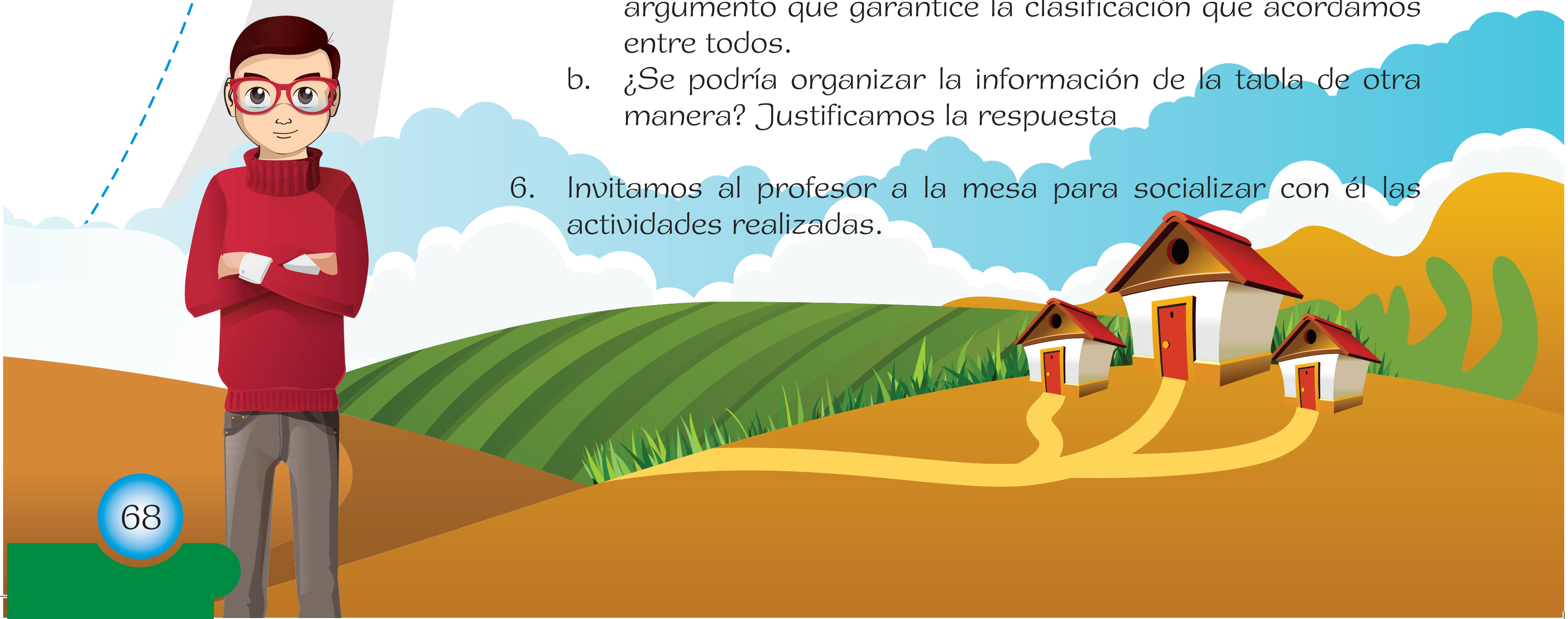
4. Clasificamos las variables en continuas o discretas y cualitativas o cuantitativas.

TRABAJO EN EQUIPO

5. Comparamos e interpretamos las tablas que se elaboraron de forma individual y respondemos las siguientes preguntas.

    a. Verificamos la clasificación que se realizó de las variables, ¿es la misma o tuvo algún cambio ? Elaboramos un argumento que garantice la clasificación que acordamos entre todos.
    b. ¿Se podría organizar la información de la tabla de otra manera? Justificamos la respuesta

6. Invitamos al profesor a la mesa para socializar con él las actividades realizadas.



B Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Solicitamos a uno de los integrantes del equipo, realizar la siguiente lectura, lo escuchamos con atención y extraemos por escrito los conceptos principales.

Para organizar y resumir datos, se requiere de la distribución de frecuencias. Recordemos algunos términos:

Frecuencia absoluta: Es el número que responde a la pregunta cuántas o cuántos son de esa observación.

Frecuencia Relativa: Es un número que se representa con un decimal, fracción o porcentaje que indica la relación que tiene esa observación con respecto a todos los datos.

Frecuencia Absoluta Acumulada: Es el resultado de la suma de los valores de las frecuencias absolutas que se lleva hasta el momento de la observación especifica.

Frecuencia Relativa Acumulada: Es el resultado de la suma de los valores de las frecuencias relativas que se lleva hasta el momento de la observación especifica.

La forma de organizar los datos depende de la clase de variable, si es cualitativa o cuantitativa, discreta o continua.

La siguiente tabla muestra el consumo de aceites de unos hogares de un barrio:

Tipos de aceites	Frecuencia absoluta	frecuencia absoluta acumulada	frecuencia relativa	Frecuencia absoluta relativa
Maíz	48	48	$\frac{48}{150}=0.32$	$\frac{48}{150}=0.32$
Soya	32	80	$\frac{32}{150}=0.21$	$\frac{80}{50}=0.53$
Ajonjolí	15	95	$\frac{15}{150}=0.10$	$\frac{95}{150}=0.63$
Manteca de Cerdo	21	116	$\frac{21}{150}=0.14$	$\frac{116}{150}=0.77$
Sin especificar	21	137	$\frac{21}{150}=0.14$	$\frac{137}{150}=0.91$
Oliva	13	150	$\frac{13}{150}=0.09$	$\frac{150}{150}=1$
TOTAL	150	-----------------	$\frac{150}{150}=1$	--------------

Como vemos los datos se organizan por observación ya que la variable es cualitativa y discreta.

Existe el caso de que la variable sea cuantitativa, tanto discreta o continúa. Para ello, agrupamos los datos a través de **intervalos de clases.**

Para determinar el número de intervalos con los que se pretenda trabajar depende de quién hace el trabajo estadístico, aunque existen unas fórmulas. Para nosotros, estableceremos desde 3 hasta 16 intervalos.

2. *Analicemos cómo organizar datos agrupados a través del siguiente ejemplo:*

Si las estaturas en centímetros de un curso de grado séptimo son las siguientes:
142, 143, 147, 148, 150, 148, 152, 156, 153, 153, 154, 154, 157, 154, 154, 142, 157, 158 160, 162, 159, 158, 149, 147, 147, 160, 148, 142, 143, 144.

Podemos elaborar un diagrama que se denomina **de tallo y hoja.**

Este se construye así: cada dato numérico se le separa el último digito de la derecha para construir **la hoja** y el resto del número conforma **el tallo.**

El diagrama de tallo y hoja del ejemplo que estamos estudiando es:

Tallo	Hoja
14	2, 3, 7, 8, 8, 2, 9, 7, 7, 8, 2, 3, 4
15	0, 2, 6, 3, 3, 4, 4, 7, 4, 4, 7, 8, 9, 8
16	0, 2, 0

Los datos que permiten construir hojas son: 142, 143, 147, 148,148,142,149, 147, 147,148, 142, 143, 144

Los datos que forman hoja son: 160, 162, 160

Los datos que forman hoja son: 150, 152, 156, 153, 153, 154, 154, 157, 154, 154, 157, 158, 159, 158

Este tipo de diagrama permite hallar el valor característico y la forma de la distribución, vacíos en datos y cantidades entre cada valor.

Como observamos, la mayoría de estudiantes tienen estatura entre 150 cm a 159 cm y le siguen los de 140 cm a 149 cm y son pocos los que tienen igual o más de 160 cm. La cantidad de datos por cada observación, exige que se agrupen para organizar la información.

Para establecer el **tamaño de los intervalos** es necesario calcular el rango.

Para ello, se define la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de los datos, así:

Rango= Valor(máximo) – Valor (mínimo)
rango= 162-142 = 20

Vamos a establecer como número de intervalos para esta situación, cinco. Entonces lo que haremos es dividir el valor 20 entre 5 que es igual a 4. Este valor es el tamaño de cada uno de los intervalos, cuando la división no da un número exacto, lo aproximamos al entero más cercano.

Con estos cálculos podemos determinar los intervalos de clase de las estaturas de un curso de grado séptimo así:

El primer intervalo, iniciaría en 142 y terminaría 142+4= 146
El segundo intervalo, iniciaría en 147 y terminaría 147+4= 151
El tercer intervalo, iniciaría en 152 y terminaría en 152+4= 156
El cuarto intervalo, iniciaría en 157 y terminaría en 157+4= 161
El quinto intervalo, iniciaría en 162 y terminaría en 162 +4 = 166

Entonces, nuestra tabla de distribución de frecuencia quedaría así:

Estatura Intérvalos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta relativa
142 - 146	6	6	$\frac{6}{30}=0.20$	$\frac{6}{30}=0.20$
147 - 151	8	14	$\frac{8}{30}=0.27$	$\frac{14}{30}=0.47$
152 - 156	8	22	$\frac{8}{30}=0.27$	$\frac{22}{30}=0.73$
157 - 161	7	29	$\frac{7}{30}=0.23$	$\frac{29}{30}=0.97$
162 - 166	1	30	$\frac{1}{30}=0.03$	$\frac{30}{30}=1.00$
TOTAL	30	----	$\frac{30}{30}=1$	----

También de cada intervalo, se obtiene la marca de clase que corresponde al punto medio de cada uno y para ello se resta el valor máximo de cada intervalo con el valor mínimo del mismo y se divide por dos. El resultado es sumado al valor del inicio de cada intervalo para hallar la marca.

En nuestro ejemplo, las marcas de clase serían:

Estatura Intérvalos	Procedimientos	Marca de Clase
142 - 146	$\frac{146-142}{2}=\frac{4}{2}=2$	142+2=144
147 - 151	$\frac{151-147}{2}=\frac{4}{2}=2$	147+2=149
152 - 156	$\frac{156-152}{2}=\frac{4}{2}=2$	152+2=154
157 - 161	$\frac{161-157}{2}=\frac{4}{2}=2$	157+2=159
162 - 166	$\frac{166-162}{2}=\frac{4}{2}=2$	162+2=164

En todos los casos, se puede realizar los diferentes diagramas que hemos estudiado para analizar los datos.

C Ejercitación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Organizo los datos de cada una de las situaciones bajo las indicaciones que se darán a continuación

   a. Estos son los datos de la altura en centímetros de los estudiantes del grado 7A de un colegio de Bogotá:

154	158	162	148	163	153	159
180	165	168	156	148	162	157
153	158	147	165	166	175	172
167	160	155	147	156	161	159

   - ✓ Realizo el diagrama de tallo y hoja.
   - ✓ Elaboro la tabla de distribución de frecuencias con 10 intervalos.
   - ✓ Elaboro la tabla de distribución de frecuencias con 5 intervalos.
   - ✓ Escribo 3 diferencias y 3 semejanzas al organizar los datos en cada una de esas tablas.

   b. Una persona lanzó una moneda 10 veces y obtuvo estos resultados:
   Teniendo en cuenta que si cae cara (C) o sello (S).
   C, S, S, C, C, S, S, C, S, C

- ✓ Elaboro una tabla de distribución de frecuencias para organizar estos datos
- ✓ Elaboro un diagrama circular.

c. En la clase de Educación Física, a los dos cursos de séptimo, hicieron lanzamiento de jabalina y estos fueron los datos obtenidos en decímetros:

7-1:	**32**	**35**	**49**	**50**	**31**	**41**	**29**	**28**	**38**	**45**	**43**
	45	**41**	**58**	**39**	**36**	**42**	**46**	**19**	**28**	**29**	**33**
	39	**42**	**41**	**43**	**46**	**44**	**38**	**36**			

7-2:	**35**	**29**	**13**	**17**	**36**	**56**	**28**	**52**	**53**	**41**	**41**
	44	**16**	**51**	**43**	**50**	**53**	**32**	**28**	**26**	**55**	**54**
	48	**49**	**43**	**29**	**39**	**54**	**53**	**42**			

- ✓ Agrupo los datos de cada uno de los grupos en 5 intervalos.
- ✓ Determino el rango y marcas de clase.
- ✓ Elaboro una gráfica ojiva de cada uno de los grupos en el mismo plano cartesiano.
- ✓ Comparo los datos en ambos grupos y escribo una conclusión sobre cuál es el que mejor salta.

TRABAJO POR PAREJAS

2. Comparo con mi compañero las tablas y los gráficos que elaboramos a partir de las situaciones anteriores y hacemos la interpretación correspondiente a cada una de ellas.

3. En una ciudad, se registra el número de nacimientos de niños ocurridos por semana durante las 52 semanas del año:

Semanas												
6	4	2	8	18	16	10	6	7	5	12	8	9
12	17	11	9	16	19	18	18	16	14	12	7	10
3	11	7	12	5	9	11	15	9	4	1	6	11
7	8	10	15	3	2	13	9	11	17	13	12	8

a. Organizamos las tablas de distribución de frecuencia para:
- ✓ 12 intervalos.
- ✓ 2 intervalos.
- ✓ 3 intervalos.
- ✓ 4 intervalos.

b. Construimos un diagrama de tallo y hoja.

c. Elaboramos un diagrama de barras por cada organización y seleccionamos la que mejor representa los datos.

4. Invitamos al profesor para que valore la interpretación de las tablas y las gráficas realizadas.

D Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

Como una actividad de construcción colectiva, vamos a recoger información de los estudiantes del colegio sobre situaciones de la institución educativa que consideren que vulneran sus derechos. Para ello, tenemos en cuenta los siguientes pasos:

1. Conformamos un grupo de 4 estudiantes y elaboramos una encuesta con cuatro situaciones que correspondan a la vulnerabilidad de derechos por ejemplo: secuestro, extorsión, amenazas, maltrato. Determinamos género, edad, grado, si han sido víctimas o gestores de las situaciones estudiadas.

2. Le solicitamos al profesor que nos revise redacción y el tipo de preguntas de la encuesta antes de aplicarla a los compañeros. Analizamos y ajustamos los cambios que nos sugiere.

3. Realizamos la encuesta a una muestra de 30 estudiantes, si es posible, de diferentes edades, géneros y grados tratando de que sea equitativa la cantidad de cada una de las variables. Desarrollaremos esta actividad en las horas del descanso.

4. Después de recoger la información, con los datos obtenidos elaboramos las tablas de frecuencia, el diagrama de tallo y hojas como diagramas de barras.

5. Preparamos un informe para presentarlo a las directivas del colegio, con algunas recomendaciones para el personero estudiantil y los coordinadores y rector del colegio en relación con el manejo de aquellas situaciones que los estudiantes consideran que vulneran más sus derechos.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Diseñamos una encuesta en donde preguntemos a 50 estudiantes del colegio acerca de lo que harían para conservar el medio ambiente.

2. Elaboramos la tabla con las frecuencias o el diagrama de tallo y hojas de las respuestas recibidas por los estudiantes

3. Solicitamos al profesor de sistemasnos permita trabajar en Excel con el fin de realizar un diagrama circular para presentar un informe de los datos recogidos.

4. Presentamos la situación en la actividad de conjunto para realizar una reflexión.

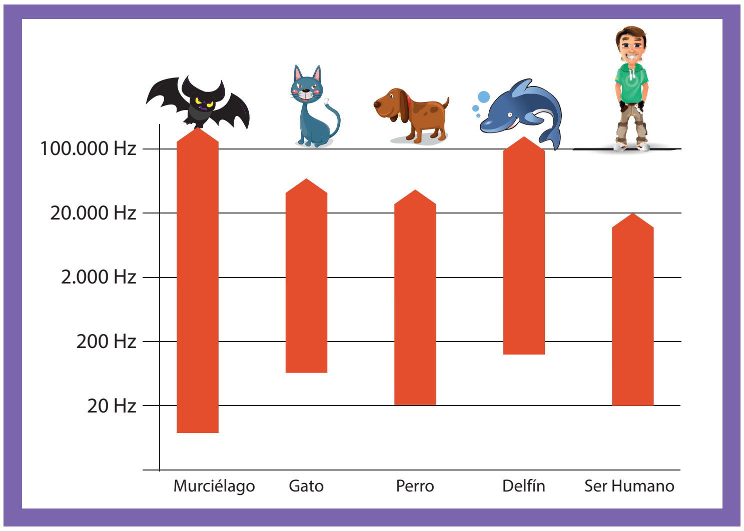
5. Entre todos los integrantes del grupo elaboramos un mensaje para escribirlo en una cartelera que se publicará en el periódico mural del colegio.

6. Consultamos en internet otras posibilidades de gráficos que no se hayan abordado en esta guía y preparamos una consulta para socializarla en clase.

Evaluación por competencias

Información para contestar preguntas 1 a 2.

En la siguiente gráfica se presenta umbrales de audición para determinadas frecuencias (Hz) que poseen algunos animales y en ellos también se incluye al ser humano.



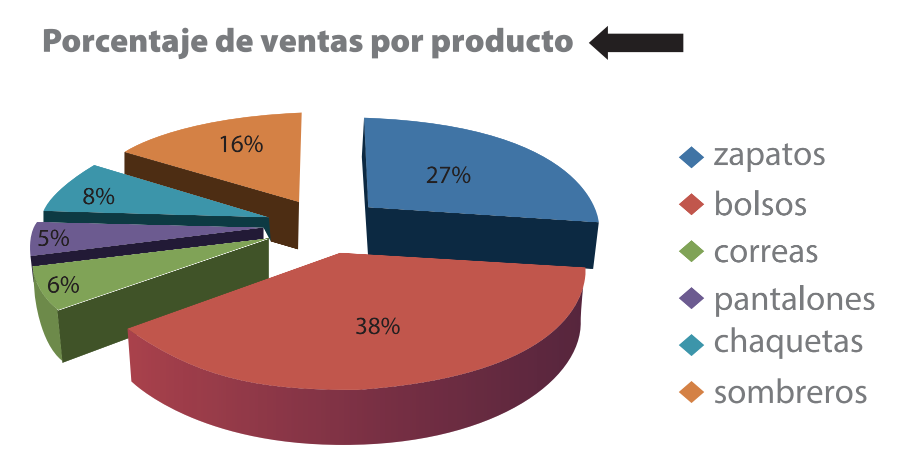
1. Elaboro la tabla que corresponde a la gráfica.

2. Organizo los animales según su nivel ascendente de intensidad auditiva máxima.

Información para contestar preguntas 3 a 5

En un almacén que producen artículos en cuero, realizaron inventario al terminar el mes para determinar los productos que más se venden.

La siguiente gráfica muestra el porcentaje de productos en cuero con los que cuenta el almacén después de realizar el inventario:



3. Completo la tabla de distribución de frecuencias, si la cantidad total de productos del almacén son 2.000.

Producto	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa (en porcentaje)	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada (en porcentaje)
Zapatos	540		540	27%
Bolsos				
Correas				
Chaquetas				
Pantalones				
Sombreros				
TOTAL	2000	100%	-------	-------

4. Determino tres productos que más se venden durante el mes. Justifico la respuesta.

4

5. El dueño quiere aumentar la producción de cada uno de los productos al 10%, para mejorar las ventas de los mismos en el almacén y, asímismo, garantizar que las ventas aumentan en dicho porcentaje. Si quisiera apoyarlo, ¿qué le recomendaría frente a su decisión?. Justifico la respuesta .

5

Glosario

- **Frecuencia:** Número de elementos comprendidos dentro de un intervalo en una distribución determinada.

- **Intervalo:** Conjunto de los valores que toma una magnitud entre dos límites dados. Intervalo de temperaturas, de energías, de frecuencias.

- **Rango:** Amplitud de la variación de un fenómeno entre un límite menor y uno mayor claramente especificados.

Guía 6

Variación Lineal o no Lineal

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Establece la diferencia entre la variación lineal y la variación no lineal.

Procedimental
Resuelve problemas que presentan variación lineal o no lineal.

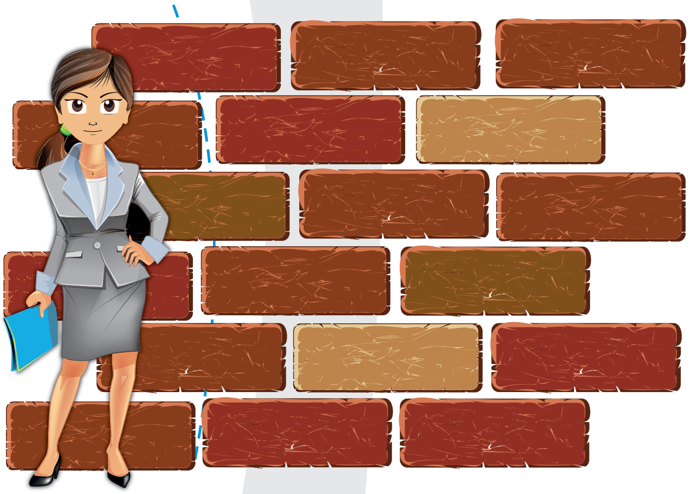
Actitudinal
Reconoce la importancia que tienen las funciones para modelar situaciones de la vida cotidiana.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente el texto que se presenta a continuación, anoto las ideas más importantes en el cuaderno y respondo las preguntas propuestas.

Para construir un muro con bloques, un albañil dice que la mezcla apropiada de cemento y arena debe ser de 3 cubetas de arena por cada dos cubetas de cemento. Las cinco cubetas que contienen la mezcla de cemento y arena alcanzan a pegar dos filas de bloques.



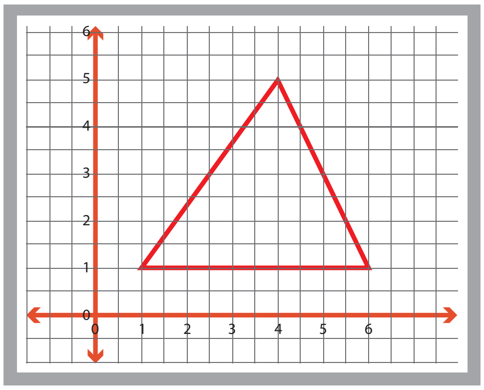
a. ¿Cuántas cubetas con la mezcla de cemento y arena son necesarias para pegar cuatro filas de bloques?
b. ¿Qué cantidad de cubetas de cemento se debe utilizar para pegar las cuatro filas de bloques?
c. ¿Cuántas cubetas con la mezcla son necesarias para pegar diez filas de bloques?
d. ¿Qué cantidad de cubetas de arena se deben utilizar para pegar los diez bloques?

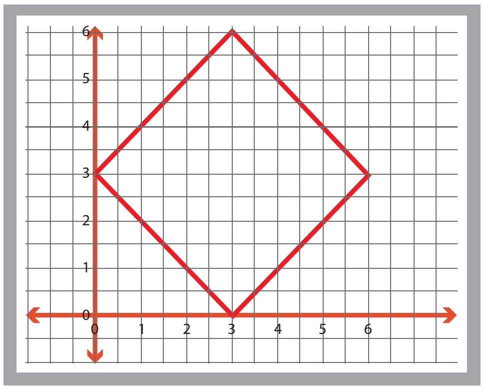
2. Comparo los procedimientos y las respuestas dadas en el ejercicio anterior y las completo si es necesario.

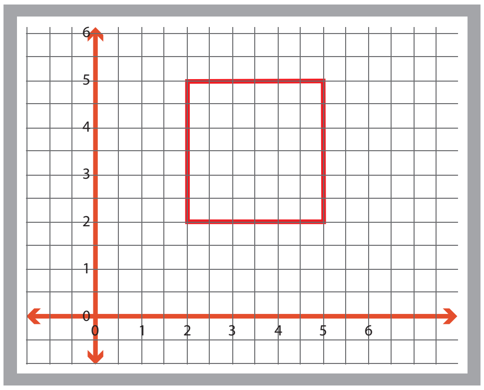
TRABAJO EN EQUIPO

3. Ubicamos los siguientes puntos en un plano cartesiano. (2,0); (3,1); (5,2); (1,4); (3,3); (1,3); (5,1); (4,3).

4. Determinamos las coordenadas de los vértices de las siguientes figuras dadas en un plano cartesiano.







5. Invitamos al profesor para evaluar la actividad realizada.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Le pedimos a un compañero que inicie la lectura del siguiente texto, escuchamos atentamente. Extraemos y escribimos los aspectos más importantes en el cuaderno.

   Leonardo de Pisa planteó en 1202, el siguiente problema:

   Se sabe que una pareja de conejos al ser adultos tienen una nueva pareja de bebés. Estos se consideran adultos a los dos meses de nacer. ¿Cuántas parejas de conejos hay en cuatro meses, si se parte de una pareja?

   a. Tratamos de resolverlo. Justificamos nuestra respuesta.
   b. Complementamos las siguientes oraciones para que sean verdaderas de acuerdo con la situación:
      ✓ Al primer mes hay ____ pareja adulta.
      ✓ Al segundo mes hay ___ pareja adulta y ___ pareja de bebés.

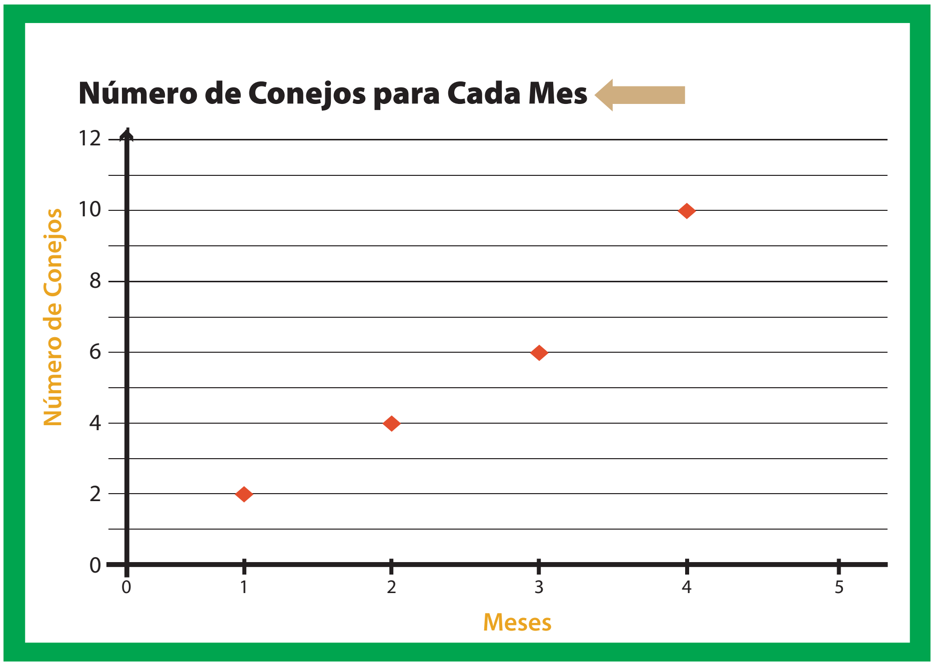
- ✓ Al tercer mes hay __ parejas adultas y ___ pareja de bebés.
- ✓ Al cuarto mes hay ____ parejas adultas y ___pareja de bebés.

Ubicando en una tabla la población de conejos y los meses transcurridos, podríamos observar lo siguiente:

Tiempo	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses
Número de parejas	1	2	3	5
Número de conejos	2	4	6	10

c. Comparamos los resultados de la tabla con los obtenidos por nosotros, ¿coincidieron?

Para graficar los datos de la tabla se requiere considerar la coordenada (mes, número de conejos); por ejemplo a 3 meses le corresponden 6 conejos y se expresa como el punto (3,6). Así, los puntos a graficar son:



Como observamos, los datos de cada una de las variables (tiempo y número de conejos) van aumentando de valor; es decir, se efectúa una **correlación positiva o directa.** En caso contrario, si una aumenta y la otra disminuye o viceversa la **correlación es negativa o indirecta**.

d. Dibujamos la gráfica que corresponde a las variables: tiempo y número de parejas.

2. Teniendo en cuenta la información del problema anterior, respondemos:

a. ¿Se podría afirmar que la cantidad de conejos es proporcional al tiempo transcurrido? ¿Qué clase de proporcionalidad es?
b. ¿Se podría afirmar que la cantidad de parejas es proporcional al tiempo transcurrido? ¿Qué clase de proporcionalidad es?
c. ¿Cuántos conejos hay en el quinto mes? ¿Cuántas parejas son bebés?
d. ¿Cuántas parejas de conejos hay en el quinto mes? ¿Cuántas parejas son adultas?

3. Continuamos con la lectura:

La situación que acabamos de analizar, determina una **variación no lineal** entre las variables número de conejos y tiempo o entre esas magnitudes, pero ¿Qué es la variación entre magnitudes? ¿Por qué es variación no lineal? Las respuestas a estas preguntas se precisan a continuación.

Variación

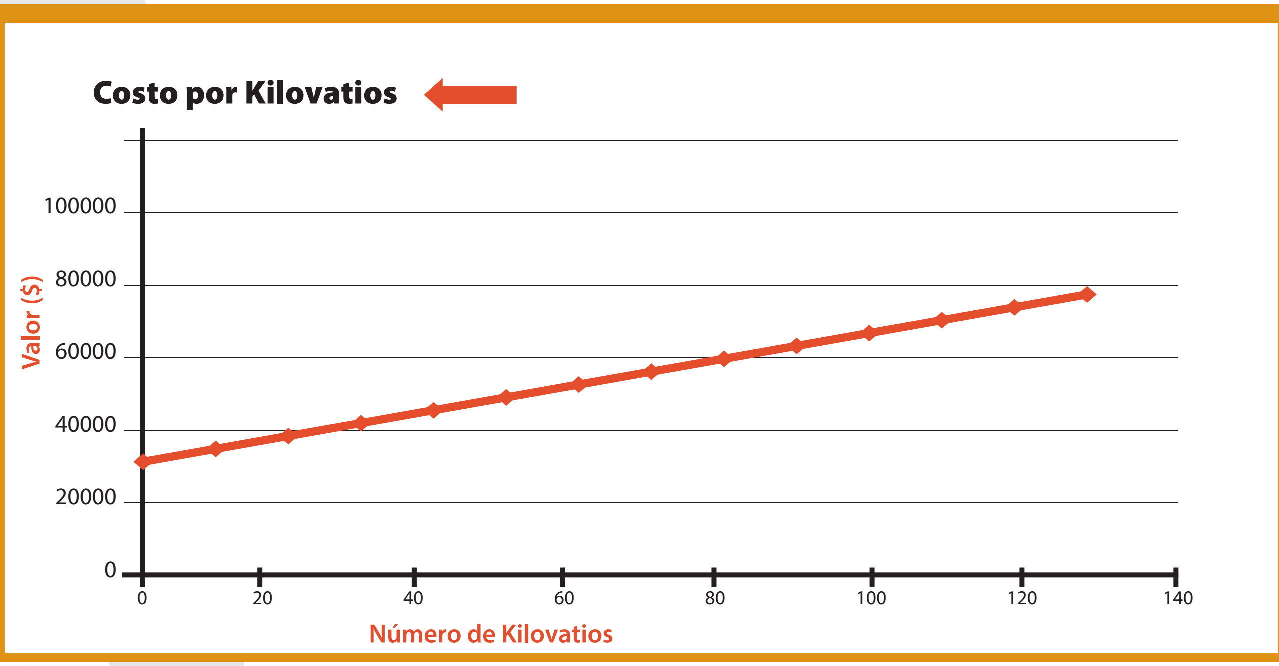
La variación se establece entre dos o más magnitudes, si existe una correlación que al aumentar (o disminuir) una magnitud, las otras podrían aumentar o disminuir.

Cuando las magnitudes aumentan (o disminuyen) simultáneamente, se dice que la **variación es directa o positiva,** mientras que si una magnitud aumenta cuando la otra disminuye o viceversa, se dice que la **variación es inversa o negativa.**

A. Variación Lineal

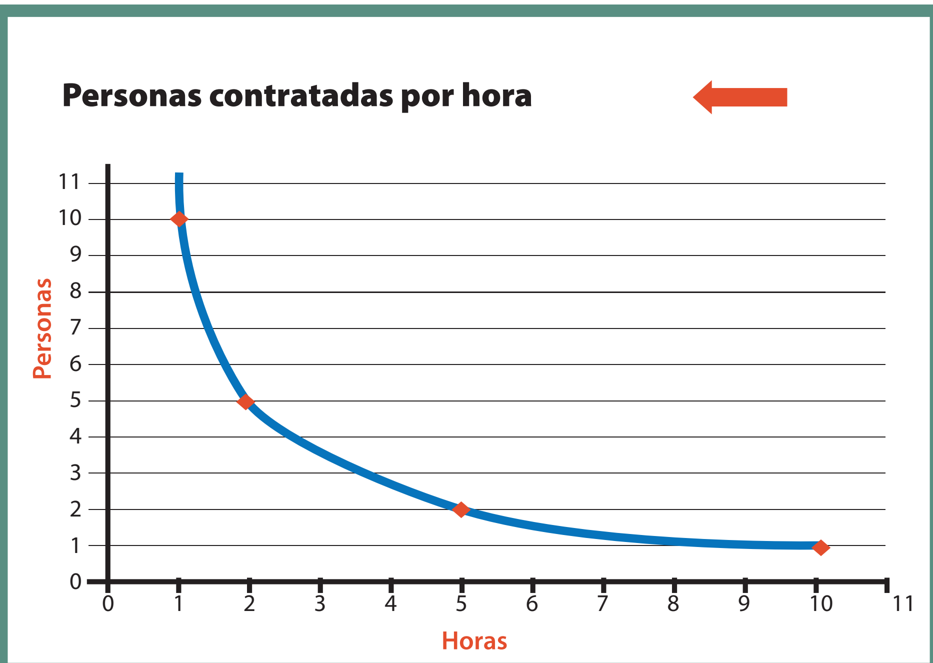
Cuando se establece entre las variables una razón y esta es constante se dice que es una variación lineal. Existen de dos tipos:

1) Variación lineal directa
Cuando se establece la misma proporción entre las variables y al aumentar una magnitud también aumenta la otra o al disminuir una también disminuye la otra. Por ejemplo, el recibo del servicio de energía, tiene un costo fijo de $ 29.600, pero cuando se consumen más 130 Kilovatios por hora (Kw/h), el valor de cada Kilovatio por hora es de $380. La gráfica que ilustra esta situación es la siguiente:



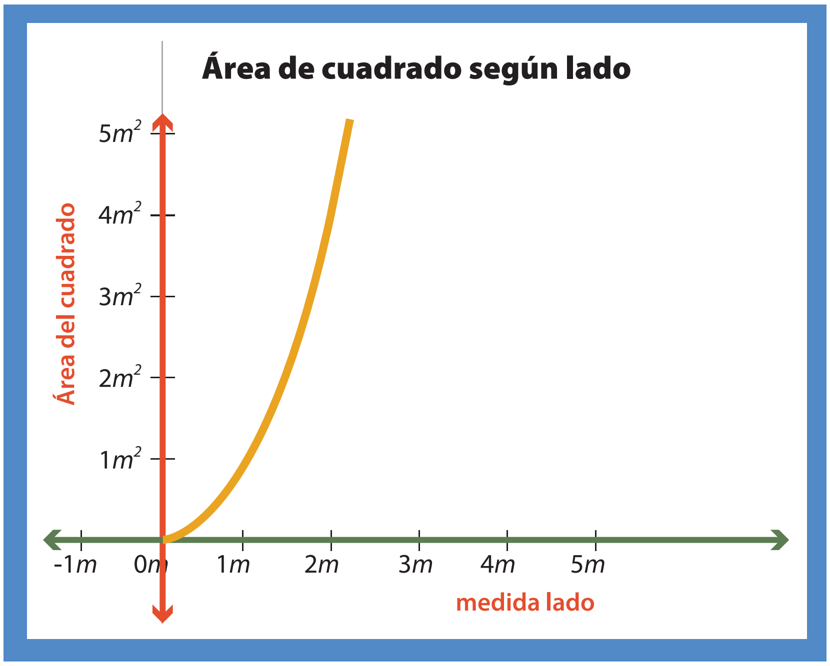
2) Variación lineal inversa

Cuando se establece el cambio de un valor a otro en cada magnitud, éste es del mismo valor pero uno es inverso al otro: por ejemplo, mientras en una variable se duplica en la otra se debe reducir a la mitad. Por esa razón, cuando aumenta una la otra disminuye o viceversa, por ejemplo, una empresa contrata más personal acaba más rápido la obra.

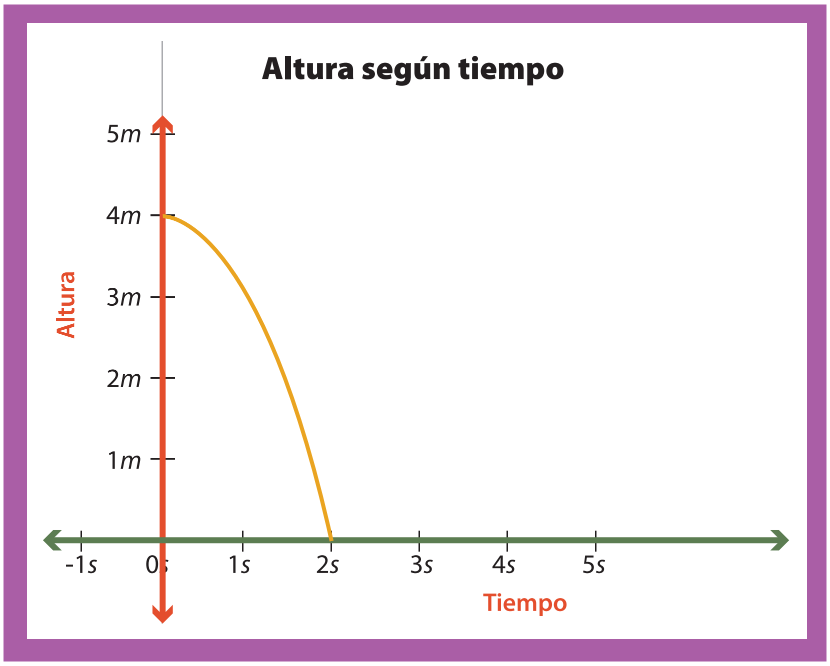


4. Escribimos en el cuaderno los siguientes ejemplos:

   a. La gráfica muestra el área de un cuadrado que depende de la longitud del lado.



b. En la gráfica muestra que se deja caer un objeto desde una altura determinada, así a medida que pasa el tiempo, el objeto se encuentra más cerca del suelo.



5. Determinamos el tipo de variación que representa cada enunciado y elaboramos una gráfica que ilustre cada situación.

   a. La relación entre el costo de una gaseosa y la cantidad de gaseosas que se compran.
   b. La relación entre el combustible que tiene un automóvil y la distancia que puede recorrer con este combustible. Supongamos que el automóvil tiene un tanque de gasolina con capacidad para 13 galones, el auto puede recorrer

100 Kilómetros con 1,5 galones de gasolina.

c. La relación entre la temperatura del agua que ha hervido (98°C) y el tiempo transcurrido. Supongamos que el agua se deja reposar durante 30 minutos y cada minuto disminuye tres grados centígrados (3°C).

d. La relación entre la cantidad de vacas que hay en una finca y la cantidad de leche producida.

e. La relación entre los panes producidos y la harina comprada.

6. Cada una de las siguientes tablas, representa la variación entre dos variables, determinemos qué tipo de variación es:

a. El cambio de la temperatura ambiental de una habitación cada minuto.

Tiempo	1 min	2 min	3 min	4 min	5 min
Temperatura	10°C	7°C	4°C	1°C	-2°C

b. El número de insectos cada día:

Tiempo	1 día	2 día	3 día	4 día	5 día
Insectos	2	4	8	16	32

c. La deuda que tiene una persona con un banco en el mes indicado.

Tiempo	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses	5 meses
Dinero	-$500 000	-$550 000	-$605 000	-$665 500	-$7.320.050

d. Cuando una persona recorre una distancia fija (100 m).

Distancia recorrida	0 m	10 m	25 m	50 m	80 m
Distancia faltante	100 m	90 m	75 m	50 m	20 m

7. Respondemos en el cuaderno:

a. ¿Qué diferencia existe entre la variación lineal y la variación no lineal?

b. ¿Qué sucede cuando la variación es inversa?

8. Elaboramos un mapa conceptual que represente las relaciones de los términos tratados en esta parte.

9. Invitamos al profesor a que evalúe las actividades desarrolladas.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

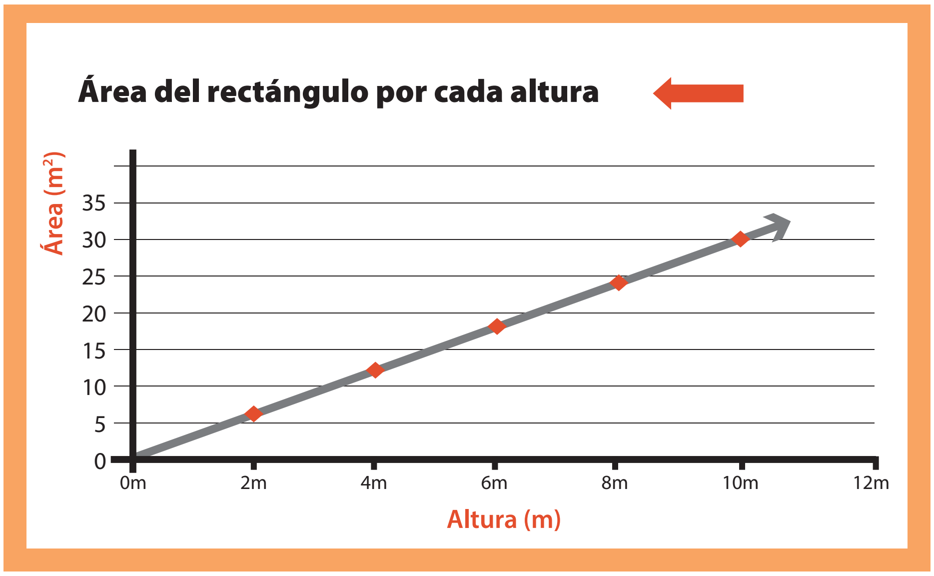
1. Desarrollo en el cuaderno las siguientes actividades.

   a. El volumen de un cubo para diferentes longitudes de los lados se pueden apreciar en la siguiente tabla:

Longitud	1 cm	2 cm	3 cm	5 cm	10 cm
Volumen	1 cm^3	8 cm^3	27 cm^3	125 cm^3	1.000 cm^3

Realizo una gráfica que ilustre los datos de la tabla.

   b. El área de un rectángulo cuya base mide 3 cm, varía dependiendo de la altura como se puede observar en la siguiente gráfica:



Realizo una tabla en la que se relacionen la altura del rectángulo y el área de éste, incluyendo los valores impares.

   c. El aumento en la respiración y el ritmo cardiaco son actividades que están relacionadas. Con la ayuda de un reloj, cuento mentalmente las veces que respiro durante 10 segundos y anoto el dato en el cuaderno. Luego, me tomo el pulso cardiaco (puede ser ubicando el dedo índice en el lado izquierdo de mi cuello) y de nuevo calculo el número de pulsaciones que tengo en 10 segundos. A continuación, le doy 10 vueltas a una cancha de microfútbol (o a un área equivalente) y tomo los datos de respiración y pulsaciones. Ubico los datos en la siguiente tabla y respondo las preguntas.

	Toma 1	Toma 2
Cantidad de respiraciones		
Cantidad de pulsaciones		

- ✓ ¿Existe alguna variación entre la respiración y las pulsaciones?
- ✓ En caso de que exista variación ¿se puede decir que es lineal? ¿Se puede decir si es directa o inversa?

TRABAJO CON MI FAMILIA

2. Realizo una lista de 5 actividades cotidianas de mi familia que se observe cambio entre dos magnitudes.

   a. Determino qué tipo de variación se establece entre ellas.
   b. Escribo una situación problema que se pueda establecer con esas situaciones.

TRABAJO EN EQUIPO

3. Realizamos comparación de los procedimientos y respuestas.
4. Revisamos los problemas construidos, determinamos qué tipo de variación es y los resolvemos entre todos.

5. Le solicitamos al docente que revise nuestro trabajo.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Resolvemos las siguientes preguntas a partir de la siguiente información.

   Un transportador de carga sabe que el tiempo que demora para ir del aeropuerto a la oficina central es de 1 hora, la distancia que debe recorrer en ese trayecto es de 30 Kilómetros.

Tiempo (Minutos)	20	40	60
Distancia (Kilómetros)	10	20	30

a. ¿Qué debería hacer el conductor si quiere llegar en solo media hora? Construimos una tabla que se ajuste a la nueva situación.
b. Si el transportador ya ha recorrido 15 kilómetros en media hora y desea recorrer los siguientes 15 kilómetros en 20 minutos, ¿cuánto tiempo en total tardaría? Construimos una tabla que se ajuste a esta situación.
c. Cuando la carga que va para la oficina central es pequeña, se utiliza un auto más pequeño, este auto puede alcanzar una velocidad de 60 Kilómetros por hora (60 Km / h). La tabla muestra las velocidades a las que puede ir el auto y el tiempo que tarda en llegar:

Velocidad (Km/h)	30	40	60
Tiempo (horas)	1	0.75	0.5

¿Cuánto tardaría el transportador en ir del aeropuerto a la oficina y luego volver al aeropuerto, con las velocidades de la tabla anterior?
d. Si el transportador va a 30 Km / h durante una hora y luego va a 60 Km / h durante 15 minutos, ¿qué distancia ha recorrido?

2. Realizamos una gráfica por cada situación.

Evaluación por competencias

1. Resuelvo el siguiente problema.
   Un carpintero construye una silla en 2 horas y la mesa del comedor en seis horas. Si un comedor consiste en una mesa y cuatro sillas,

   A. ¿Cuánto tarda la elaboración de un comedor completo por parte de un carpintero?

1

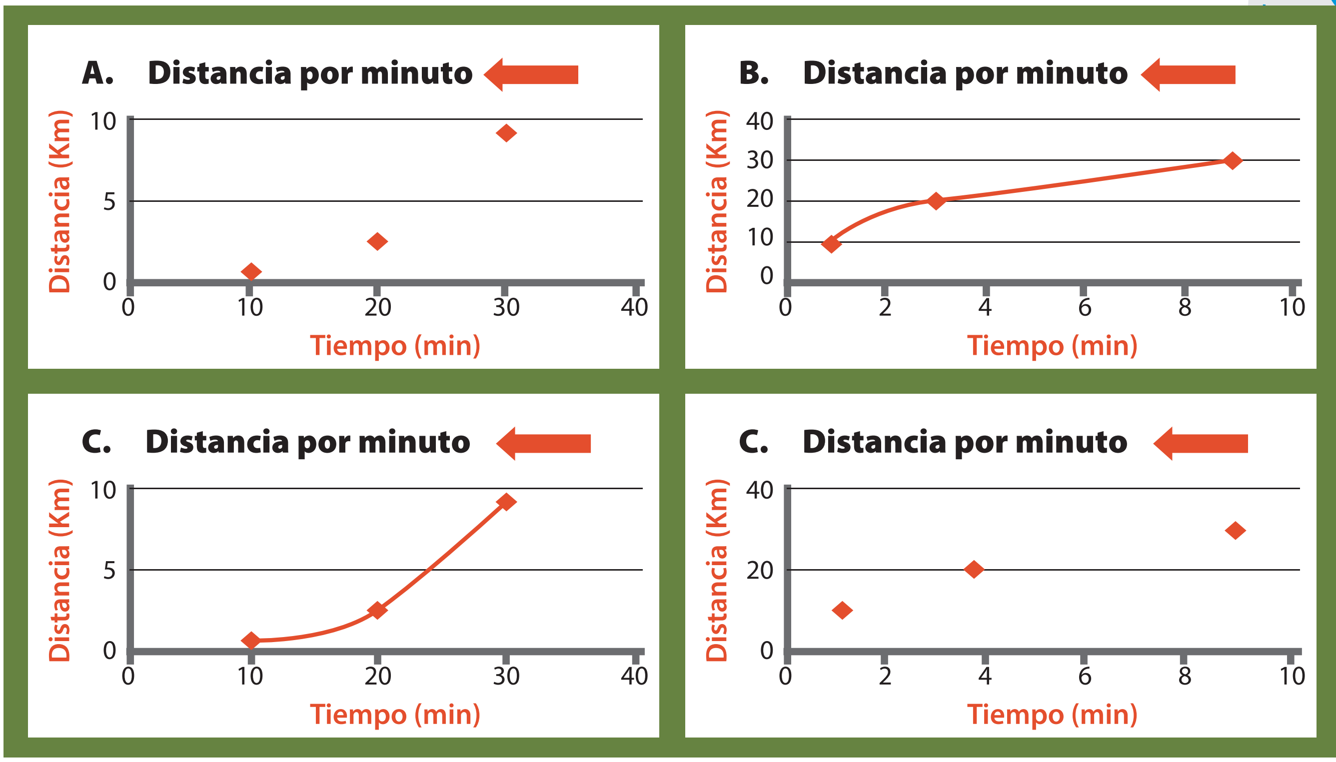
   B. ¿cuántos comedores completos se pueden hacer en una semana si trabajan dos carpinteros 40 horas a la semana? Determino el número de mesas y sillas.

1

Informacion para contestar las preguntas 2 y 3

2. Determinó cuál es la gráfica que representa la información de la tabla:

Distancia (Km)	10	20	30
Tiempo (minutos)	1	3	9



3. La variación de la situación es

A. Variación lineal directa.

B. Variación no lineal directa.

C. Variación lineal inversa.

D. Variación no lineal inversa.

3

4. Una población de bacterias aumenta su cantidad al doble cada minuto que pasa, si la población inicial es de 10 bacterias, ¿cuál será la población después de tres minutos?

A. 13 bacterias.

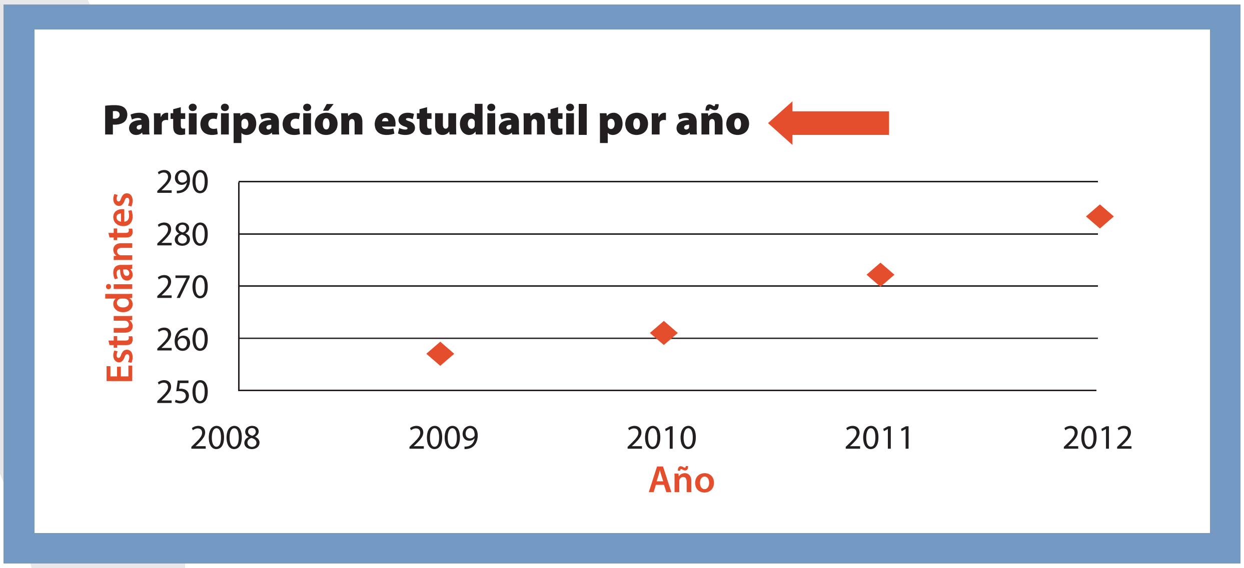
B. 20 bacterias.

C. 40 bacterias.

D. 80 bacterias.

4

5. La siguiente gráfica muestra la cantidad de estudiantes que participaron en las elecciones a personero estudiantil en un colegio durante los últimos cuatro años.



Según la gráfica, la afirmación verdadera es:

A. La cantidad de estudiantes que participan en las elecciones presenta una variación lineal directa con respecto al tiempo.

B. La variación que presentan el tiempo (años) y la cantidad de participantes en las elecciones es de tipo lineal inversa.

C. El tiempo (años) y la cantidad de estudiantes no presentan variación alguna.

D. La variación entre tiempo y participantes es directa pero no lineal.

5

Glosario

- **Distancia:** Longitud del segmento de recta comprendido entre un punto y el pie de la perpendicular trazada desde él a una recta o a un plano.

- **Espacio:** Se refiere a una colección de objetos entre los que pueden definirse relaciones de adyacencia y cercanía, en contextos mas específicos puede tomar un sentido mucho mas abstracto, por lo que su significado e interpretación varian en distintas disciplinas. Generalemente se refiere al espacio físico, el espacio geográfico o el espacio exterior.

- **Función Lineal:** Aquella función cuya variable o variables son de primer grado.

Guía 7

Algunas medidas de tendencia central

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Calcula en un conjunto de datos la media, la mediana y la moda.

Procedimental

Interpreta datos a partir de las medidas de tendencia central.

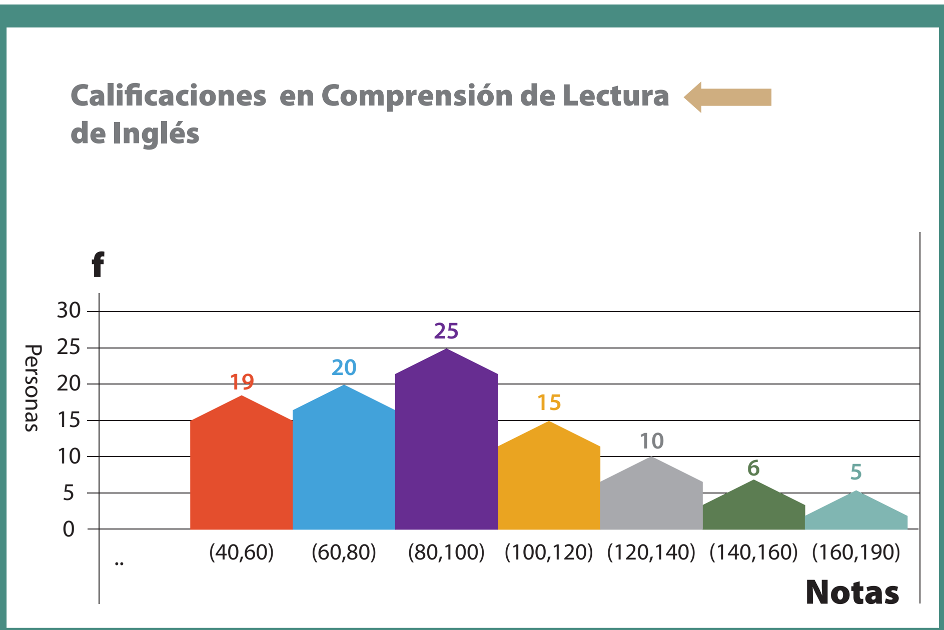
Actitudinal

Reconoce la importancia de utilizar fuentes confiables para obtener información que permita determinar medidas de tendencia central.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Teniendo en cuenta la gráfica, respondo las siguientes preguntas:



a. ¿Cuántos estudiantes presentaron la prueba de comprensión de lectura en inglés?
b. ¿Cuál fue la nota más alta obtenida por los estudiantes en la prueba de comprensión de lectura en inglés?
c. ¿Cuál fue la nota más baja obtenida por los estudiantes en la prueba de comprensión de lectura en inglés?
d. ¿Cuál es la frecuencia más alta de los datos que aparecen en la gráfica?
e. ¿Cuál es la frecuencia más baja?
f. La profesora de inglés dijo que el mayor número de estudiantes obtuvieron un puntaje entre 80 y 100. ¿Por qué la profesora hace esta afirmación?
g. La profesora también afirma que la mitad de los estudiantes obtuvieron un puntaje comprendido entre 40 y 100. ¿Por qué la profesora hace esta afirmación?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Analizo con mi compañero la siguiente conclusión derivada de los datos anteriores y la escribimos en el cuaderno:

"En general los estudiantes del colegio presentan un buen nivel de comprensión de lectura en inglés, ya que la mayor parte de los estudiantes alcanzaron un puntaje entre 60 y 100"

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Recogemos información de 20 estudiantes que estén en diferente grado y realizamos la siguiente encuesta:

Marque con una X solo una de las respuestas

1. ¿Cuantas veces se reúne el consejo estudiantil?

Nunca ◇ Solo 1 vez ◇ 2 a 4 veces al año ◇
Mensualmente ◇ Semanalmente ◇

2. Califique la gestión del personero (5 es el valor máximo):

1 ◇ 2 ◇ 3 ◇ 4 ◇ 5 ◇

2. Leemos y consignamos en el cuaderno los siguientes conceptos:

Las medidas de tendencia central de un conjunto de datos se utilizan para hallar un dato o número como el centro de una distribución. Se establecen algunas medidas, entre ellas: media aritmética o promedio, la moda y la mediana.

La media aritmética o promedio

Esta medida lo que busca es igualar los datos de un conjunto en partes iguales entre cada observación.

Por ejemplo:
Cuatro estudiantes calificaron la gestión de su personero así:

2	3	3	4

Para igualar los datos al mismo valor, se requiere que al valor 4 se le quite uno para que quede 3 y se le agregue ese uno al valor 2 y se obtiene:

$$\boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}$$

$$\boxed{2+1} \qquad\qquad \boxed{4-1}$$

Una forma de calcular el promedio de un conjunto de datos: es sumar los datos y dividir por la cantidad de datos que se tienen. En nuestro ejemplo del personero, sería:

$$\frac{2+3+3+4}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

De ambas maneras, se obtiene el promedio de 3.

3. Determinemos el promedio de las preguntas 1 y 2 de la encuesta.

4. Continuemos aprendiendo acerca de las medidas de tendencia central:

La moda

Es el valor que más se repite de un conjunto de datos; es decir, es el valor que tiene la mayor frecuencia.

En el caso del personero, es 3 ya que este dato se repite dos veces y los otros solo una vez.

5. Hallamos la moda de los datos recogidos en la encuesta.

6. Continuamos con la lectura de mediana:

La mediana

Es el valor que está en el centro del conjunto de datos cuando se ordenan de menor a mayor.

Existen dos casos:

Si la cantidad es impar se selecciona el dato que está en la mitad y si la cantidad es par se toman los dos valores del centro y se promedian.

Para el ejemplo anterior, ordenamos los datos de menor a mayor:

$$\boxed{2} \quad \boxed{\boxed{3}\ \boxed{3}} \quad \boxed{4}$$

Como dos datos están en la mitad, calculamos el promedio

El dato que queda en medio está entre el 3 y 3, entonces se promedia entre ambos y da como resultado 3.

7. Hallamos la mediana en los datos recogidos en la encuesta e interpretamos el valor obtenido.

8. Practiquemos el cálculo de medidas de tendencia central, en las siguientes situaciones:

   a. Si en una familia hay tres hijos, con 8 , 5 y 3 años respectivamente, ¿cuál es la media de la edad de los niños de esta familia?

   b. En una finca se evalúo la cantidad de imperfecciones que presentaban en 21 plantas de café:

      0, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 0, 4, 1, 4, 1, 2, 2, 2, 0, 0 y 0

      Con estos datos, calculamos: promedio, mediana y moda.

   c. En un ascensor hay 4 mujeres y 6 hombres. La media de la masa de las mujeres es de 58 kilogramos y la media de la masa de los hombres es de 72 kilogramos. ¿Cuál es la masa promedio de las personas que van en el ascensor?.

   d. Para este período en la asignatura de Español, un estudiante tiene las siguientes notas

      5, 8, 9, 10, 3, 7, 4, 8.

      - Si la nota definitiva es la nota promedio, ¿cuál será la nota que obtuvo el estudiante en Español?
      - ¿Cuál es la mediana y la moda en los datos anteriores?

9. En el laboratorio de Física, estuvimos pesando varios objetos, uno de ellos al ser pesado por 8 estudiantes, se obtuvieron los siguientes datos en gramos fuerza (g-f):

   6, 7, 6, 5, 5, 7, 6, 6.

   a. Según estos datos, ¿cuál podría ser el peso real de este objeto?

   b. ¿Cuál es el peso en el que más coincidieron los estudiantes?

10. Hallamos las medidas de tendencia central entre los integrantes del equipo teniendo en cuenta los siguientes datos: la edad, el peso, la talla y el número del calzado.

D Aplicación

TRABAJO CON LA COMUNIDAD

1. Encontremos las medidas de tendencia central de algunas características de los miembros de mi familia:

   a. Determinamos entre el grupo familiar tres normas de convivencia y registramos en una tabla, como la que se muestra, en qué frecuencia las personas de mi familia la cumplen.

Frecuencia de cumplimiento de la norma en la semana			
Nombre de las personas	Norma 1	Norma 2	Norma 3

   b. Calculamos promedio, mediana y moda de cada una de las normas.

   c. En cada norma, ¿qué números se encuentran por debajo del promedio?, ¿a quiénes corresponden estos números?

   d. Sacamos una conclusión del cumplimiento de esas normas utilizando las medidas de tendencia central y establecemos acuerdos para cumplirlas.

TRABAJO EN EQUIPO

2. Analizamos el cumplimiento de 3 normas de convivencia establecidas en el grado o en el curso.

   a. Realizamos una tabla de frecuencias e indagamos el cumplimiento de las mismas.

   b. Calculamos el valor de la media, la mediana y la moda.

   c. Construimos una gráfica de barras de cada una de las normas con la frecuencia relativa.

   d. Elaboramos un acuerdo para mejorar el cumplimiento de normas para el grado o el curso.

3. Compartimos con nuestro profesor los ejercicios desarrollados y le solicitamos valorar nuestros aprendizajes.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Aprovechando la utilidad de las medidas de tendencia central, analizamos la siguiente situación y le damos respuesta a las actividades planteadas:
   Del equipo de baloncesto del colegio, cuatro jugadoras se sometieron a una prueba: cada una de ellas ha hecho 10 lanzamientos de canasta a una distancia de 1 m, otros 10 lanzamientos desde 2 m y así sucesivamente hasta 8 m (se registra cuando la jugadora encesta a esa distancia).

En la siguiente tabla, se presentan los resultados de la prueba:

Jugadora	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m
Julilana	9	10	6	4	2	0	1	0
Andrea	7	6	7	4	2	4	1	0
Natalia	3	4	0	1	0	2	1	3
Yesica	10	8	9	9	6	7	4	5

De acuerdo con los datos de la tabla, respondemos:

a. ¿Cuál es la jugadora que más encesta? ¿Por qué?

b. ¿Cuál es el promedio o la media de cestas que hace cada jugadora en todas las distancias?

c. Comparamos los valores numéricos de los promedios, las medianas y modas de los datos de cada una de las jugadoras.

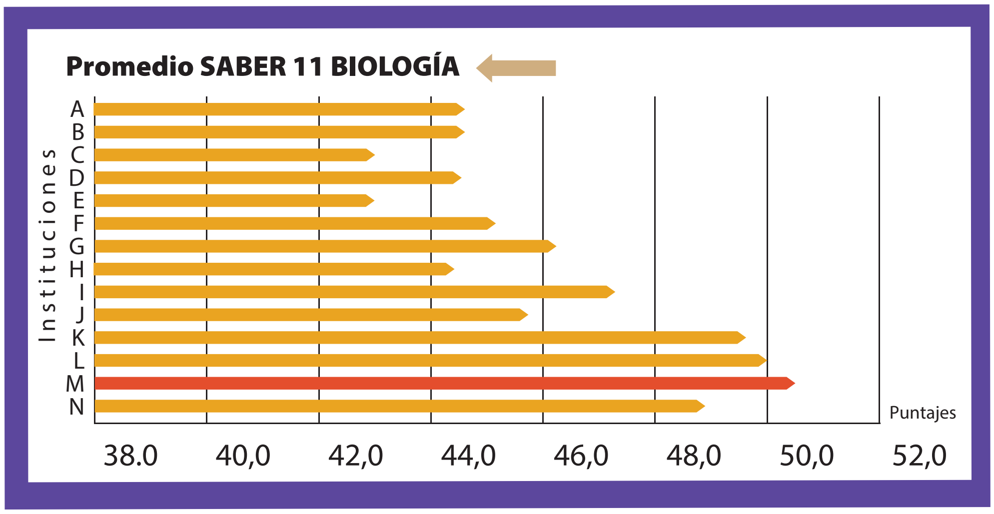
d. ¿Cuál es la mejor jugadora? Justificamos la respuesta

e. Calculemos los valores numéricos de las medidas de tendencia central de la efectividad de encestar en cada una de las distancias.

f. Escribimos cuál es la distancia que más se encesta.

g. ¿Cuál es la mediana entre los promedios de cada una de las distancias?

2. Revisamos la siguiente gráfica analizando los datos que tiene y respondemos las siguientes preguntas:



a. Elaboramos una tabla.

- ✓ ¿Cuál de las instituciones obtuvo el mayor puntaje?
- ✓ ¿Cuál de las instituciones obtuvo el menor puntaje?
- ✓ ¿Cuál es la media aritmética que obtuvieron en biología esas instituciones educativas?

3. Los estudiantes de 10° quieren ser mejores deportistas y, para ello, quisieron medir la efectividad de un entrenamiento deportivo. Para saberlo, contamos con los siguientes datos:

	Ana	Beatriz	Julián	Felipe	Camilo	Carol	Gina	Daniel	Andrés
Antes	115	112	107	119	115	138	126	105	104
Después	128	115	106	128	122	145	132	109	102

Respondemos:

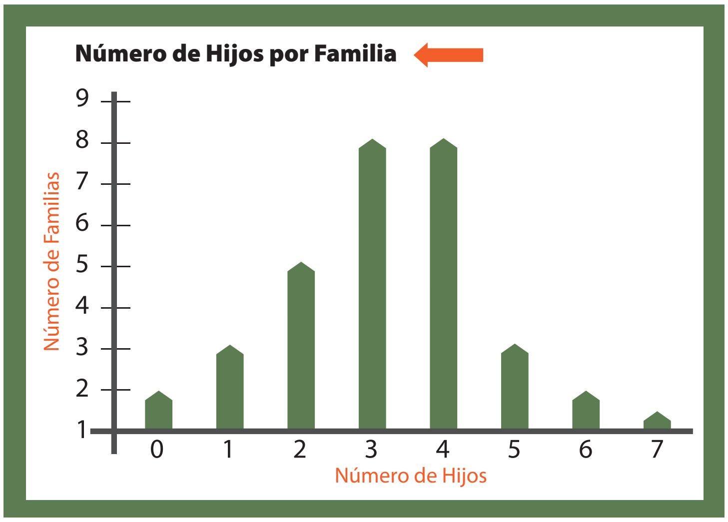
a. ¿Es efectivo el entrenamiento deportivo? ¿Por qué?

b. ¿Lograron un mejor entrenamiento los hombres o las mujeres?

4. Compartimos con nuestro profesor lo desarrollado en las actividades.

Evaluación por competencias

Información para contestar las preguntas 1 a 3.
En un municipio de Colombia, se preguntó por el número de hijos que se tenían por familia obteniéndose los datos que muestra la gráfica:



1. La gráfica informa acerca de:

A. Datos de conformación familiar de un grupo de familias.

B. El número de hijos que tiene una familia.

C. Los hijos que hay en 9 familias.

D. Los miembros de una familia.

1

2. El dato numérico que representa la distribución promedio de número de hijos por familia del municipio es:

A. 5

B. 8

C. 16

D. 4

2

3. Al calcular la mediana y la moda del número de hijos se encuentra:

A. Son iguales porque hay igual número de familias que tienen 3 hijos que 4 hijos.

B. Son distintos porque el valor que más se repite no es el valor de la mitad.

C. Son iguales porque tanto el valor que se encuentra en la mitad de los datos como el que más se repite se encuentran entre 3 y 4.

D. Son distintos porque al calcular la mediana el valor que se encuentra en la mitad de los datos no es el mismo valor que más se repite en los datos.

3

4. Si al preguntársele a un grupo de estudiantes acerca de su gusto por las redes sociales, descubro que tanto la media como la mediana y la moda, son iguales. ¿Qué podría afirmar de la anterior respuesta?

A. Que todos afirmaron lo mismo.

B. Que entre los datos no hay muchas diferencias.

C. Solo se le preguntó a los estudiantes de séptimo.

D. Se les preguntó a muy pocos estudiantes.

4

5. La siguiente tabla muestra las edades de los 220 alumnos de 8°, 9° y 10° del colegio

Edad	15	16	17	18	19
Estudiantes	50	40	60	50	20

De acuerdo con estos datos, la afirmación verdadera es:

A. La moda es de 17 año.

B. La mediana es mayor que la media.

C. La mitad de los estudiantes de 8°, 9° y 10° tienen entre 17 y 18 años.

D. Todos los datos son distintos por la frecuencia.

5

Glosario

- **Distribución:** Función que representa las probabilidades que definen una variable aleatoria o un fenómeno aleatorio.

- **Muestra:** Parte o porción extraída de un conjunto por métodos que permiten considerarla como representativa de él.

- **Población:** Conjunto de individuos de la misma especie que ocupan una misma área geográfica.

- **Tendencia:** Fuerza por la cual un cuerpo se inclina hacia otro o hacia alguna cosa.

Bibliografía

Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). Estocástica y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Diccionario de Real Academia de la Lengua Española (DRAE). Recuperado de http://www.rae.es

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). Geometría y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Impact Mathematics. Course 2. MacGraw Hill Companies. Recuperado de http://www2.lhric.org/poCantico/math/Course_2/chap08-s.pdf

Unidad 2

Resolviendo problemas en diferentes contextos

1. **Estándares:**

- Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.

- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.

- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.

2. **Competencia:**

- **En matemáticas**

Resuelvo y formulo problemas en contextos de medición de ángulos y de relaciones de variación directa entre diferentes magnitudes, como aplicación de las propiedades de las operaciones con los números racionales.

- **Ciudadanas**

Identifico y rechazo las diversas formas de discriminación en mi medio escolar y en mi comunidad y analizo críticamente las razones que pueden favorecer estas discriminaciones.

Guía 1

Complejizando los números racionales

Indicadores de Desempeño

Conceptual

Reconoce las diferentes representaciones de los números racionales.

Procedimental

Modela diferentes situaciones con los números racionales.

Actitudinal

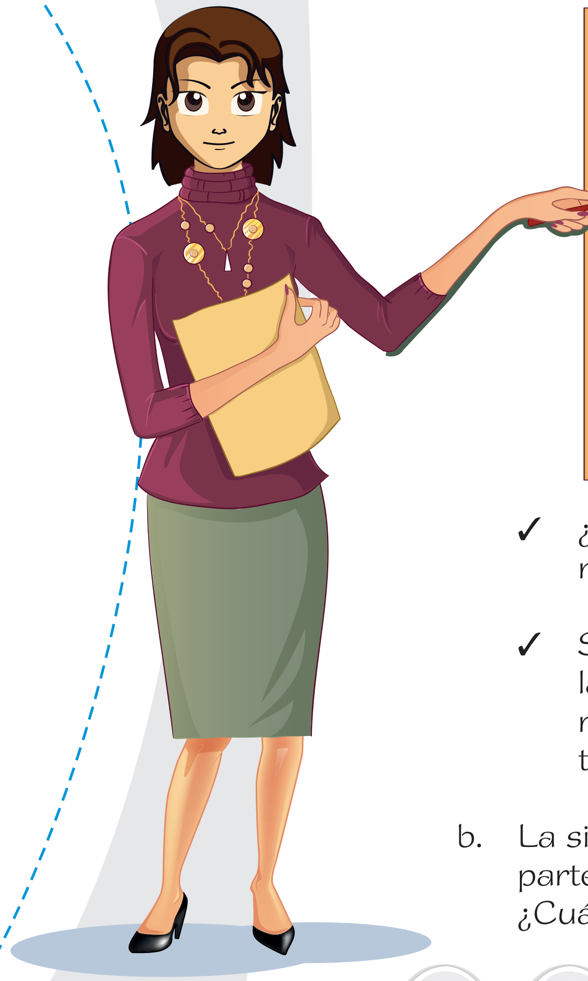
Valora el uso de las diferentes interpretaciones de los racionales para analizar situaciones reales.

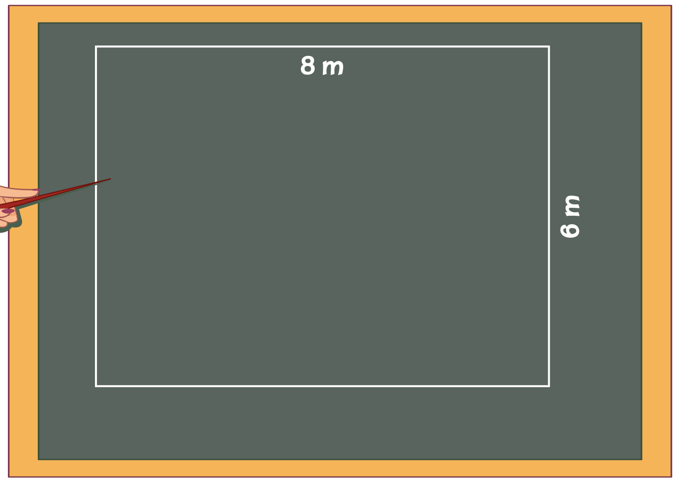
A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo las siguientes situaciones:

   a. Para construir una huerta en el colegio, necesitamos cercar un terreno rectangular que mida 6 m de alto por 8 m de ancho.

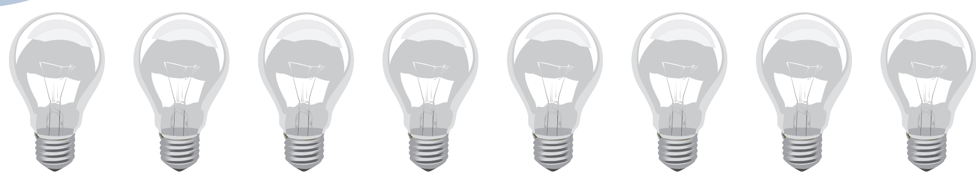




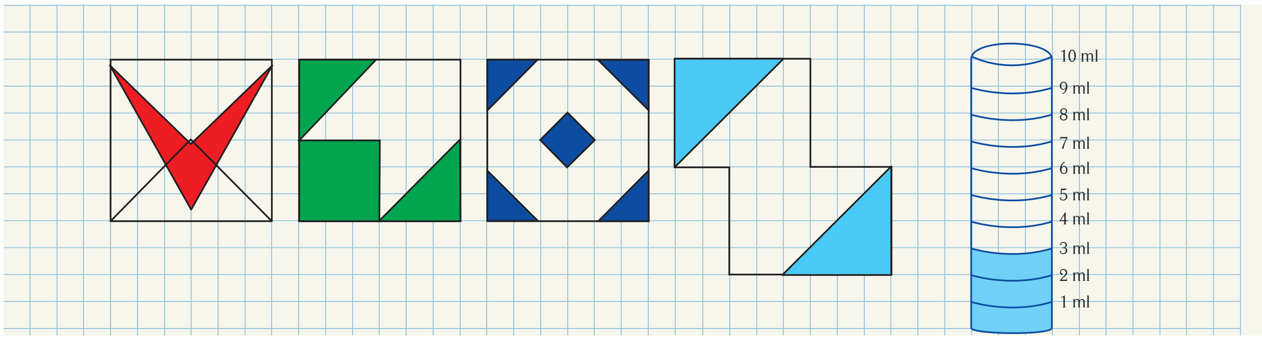
   - ✓ ¿De qué manera puedo distribuir ese terreno de tal manera que queden 5 parcelas del mismo tamaño?

   - ✓ Si decidimos sembrar zanahorias en 2 partes de las parcelas determinadas, ¿cómo se representa numéricamente la parte sembrada con respecto a la totalidad del terreno?

   b. La siguiente colección de bombillos representa las $\frac{2}{3}$ partes de lo que hay en el inventario del supermercado. ¿Cuántos bombillos tiene para la venta?



   c. A partir de las siguientes figuras, escribo el racional que representa la parte sombreada con respecto a la totalidad.



d. Demuestro cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes y justifico la respuesta:

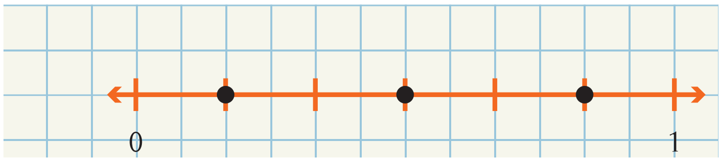
$\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ $\quad$ $\frac{1}{8}$ y $\frac{3}{16}$ $\quad$ $\frac{4}{3}$ y $\frac{12}{9}$

TRABAJO POR PAREJAS

2. Representamos cada racional positivo en una recta distinta:

a. $\frac{3}{5}$ $\quad$ b. $\frac{4}{7}$ $\quad$ c. $\frac{7}{10}$ $\quad$ d. $\frac{2}{9}$ $\quad$ e. $\frac{10}{20}$

3. Determinamos cuáles son los racionales que representan los puntos en la recta numérica:



4. Realizamos los siguientes ejercicios:

a. El 75% de 128
b. El cociente de $\frac{4}{9}$

5. Invitamos al profesor para que revise las actividades desarrolladas tanto en parejas como en forma individual.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos con atención el siguiente texto y anotamos los aspectos más importantes en el cuaderno:

Existen dos miradas de los números racionales como cocientes de la forma $\frac{a}{b}$ y representación decimal. A continuación, la abordaremos:

Racionales representados como $\frac{a}{b}$

Los números racionales se pueden expresar como cocientes o fracciones con los números enteros; es decir, son números de la forma:

$\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros y q es diferente a cero

Siempre buscamos que tanto el numerador como el denominador no posean divisores comunes para tener una **fracción irreductible.** Cuando si hay múltiplos en común, se aplica el proceso de **simplificación** con el fin de buscar fracciones equivalentes.

Ejemplos de fracciones irreductibles

$\frac{3}{4}$ 3 y 4 son números enteros y no tienen divisores en común.

$\frac{-5}{9}$ -5 y 9 son números enteros y no tienen divisores en común.

$\frac{8}{-7}$ 8 y -7 son números enteros y no tienen divisores en común.

Lo que quiere decir que todos los racionales anteriores están en su fracción irreductible.

En caso contrario, tendríamos que simplificar como se muestra a continuación:

$\frac{12}{15}$ 12 y 15 tienen en común el divisor 3.

Entonces debemos dividir tanto el numerador como el denominador por 3:

$$\frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

Así se tiene que $\frac{12}{15}$ es equivalente a $\frac{4}{5}$ y ésta es la fracción irreductible. Se simboliza:

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

2. Identificamos en los siguientes racionales los que se expresan como fracciones irreductibles y en caso contrario simplificamos:

a. $\frac{-3}{17}$ b. $\frac{9}{-27}$ c. $\frac{4}{216}$ d. $\frac{-25}{9}$ e. $\frac{12}{38}$

3. Continuamos con la lectura:

Siempre que tenemos negativos, los expresaremos de la siguiente manera:

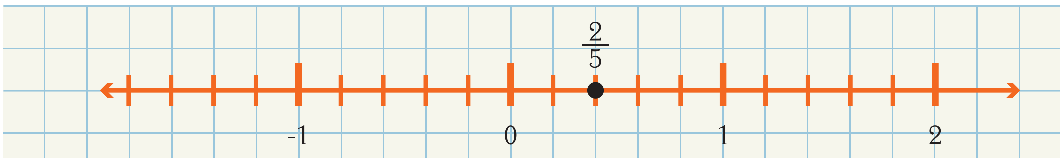
$$\frac{-4}{3} = -\frac{4}{3} \quad \text{o} \quad \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

Asímismo, los racionales que tienen denominador 1 son los mismos números enteros; es decir, si se tiene $\frac{-4}{1} = -4$ o $\frac{8}{2} = 4$

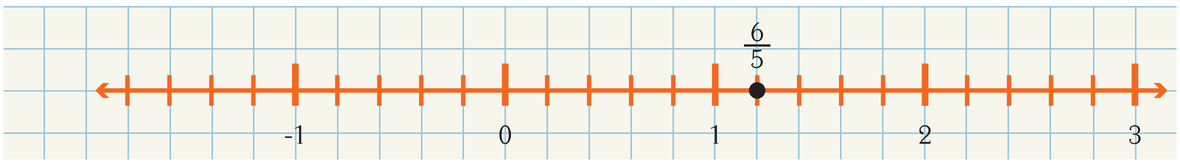
Los números racionales también pueden ser representados en la recta numérica:

Caso 1: si es un racional positivo, se divide la unidad o las unidades positivas como indica el denominador y luego se cuentan las partes hasta cubrir el numerador, recordemos que el racional es un punto de la recta.

Ejemplo: $\frac{2}{5}$

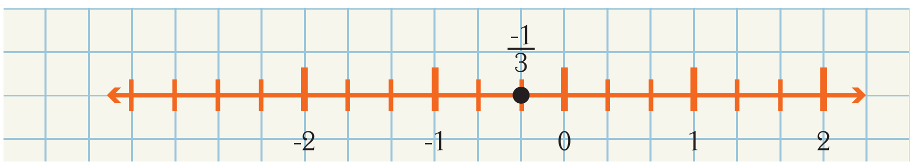


Ejemplo: $\frac{6}{5}$

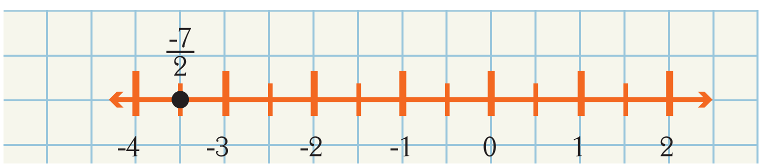


Caso 2: si es un racional negativo, se divide la unidad o las unidades negativas como indica el denominador y luego contamos las partes hasta cubrir el numerador.

Ejemplo: $-\frac{1}{3}$



Ejemplo: $\frac{-7}{2}$



4. Representamos cada racional en una recta numérica distinta:

a. $-\frac{4}{9}$ b. $-\frac{5}{12}$ c. $-\frac{3}{2}$ d. $-\frac{5}{7}$ e. $-\frac{4}{11}$

5. Continuamos con la lectura y consignamos los aspectos más importantes en el cuaderno:

Racionales presentados como expresiones decimales

Los números racionales también se expresan con números decimales. Se caracterizan por tener alguna de las siguientes características:

a. Son decimales finitos.

0,125 3,59 -41,8914

b. Son decimales infinitos periódicos.

$0,222222222.... = 0,\widehat{2}$
$-4,132132132132... = -4,\widehat{132}$

Este símbolo ^ "circunflejo", se utiliza sobre el digito o el grupo de dígitos que se repite para indicar el periodo.

6. Clasificamos los siguientes racionales en decimales finitos o decimales periódicos infinitos:

a. 3,46 b. -45,12121212... c. $0,\widehat{21}$
d. -21,075 e. 45,3 f. $-32,\widehat{8791}$

7. Continuamos aprendiendo en torno a los racionales expresados en forma decimal:

Sobre los decimales podemos determinar unos nombres especiales a cada una de las cifras que están después de la coma (al lado derecho), así como se muestra en el ejemplo:

Parte entera		Parte decimal			
Decenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diezmilésimas
3	2,	0	1	3	4

Se llaman así porque puedo establecer por cada una de las cifras de la parte decimal una fracción decimal.

Recordemos que el denominador de una fracción **decimal** es una potencia de 10. En nuestro ejemplo sería:

3	2,	$0 = \frac{0}{10}$	$1 = \frac{1}{100}$	$3 = \frac{3}{1000}$	$4 = \frac{4}{10000}$

Asímismo, podemos establecer sumas con fracciones decimales para que el resultado nos dé el número racional correspondiente:

$$32{,}0134 = 32 + \frac{0}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{10000}$$

En caso de tener un decimal infinito periódico, se establece así:

$$4{,}325325\ldots 4{,}\overset{\frown}{325} = 4 \quad + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{3}{10000} + \frac{2}{100000} + \ldots$$

Si es un decimal negativo, los sumandos son negativos:

$$-2{,}15 = -2 - \frac{1}{10} - \frac{5}{100}$$

8. Escribimos cada una de las cifras de los siguientes decimales en su correspondiente casilla:

Numero racional	Parte entera			Parte decimal			
	Centenas	Decenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diezmilesimas
3,12							
-450,9							
2,4587							
-0,38							
152,01							

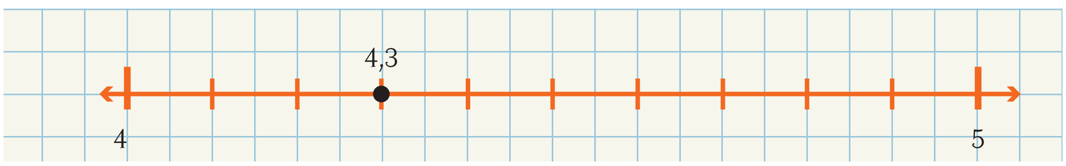
9. Escribimos los siguientes racionales como suma de fracciones decimales:

   a. -4,2 b. 32,15151515…
   c. -1,019019… d. 35,0257

Estos números también pueden ser representados a través de la recta numérica.

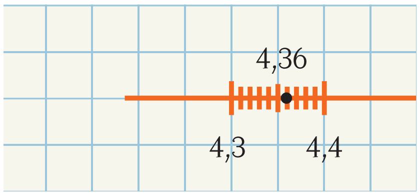
Cuando tenemos decimales con una cifra decimal, dividimos la unidad en 10 para determinar las décimas, además de eso, ubicamos la décima que indica el número para representar el punto.

Ejemplo: 4,3 está entre el 4 y el 5



Cuando tenemos decimales con dos cifras decimales, los ubicamos en la recta como unidad y luego los dividimos en 10 para determinar las centésimas. Posteriormente, ubicamos la centésima que indica el número para representar el punto.

Ejemplo: 4,36 está entre el 4,3 y el 4,4



Este proceso se basa en la **aproximación.**

10. Representamos en la recta numérica los siguientes decimales con el método de aproximación y describimos entre qué números se ubica:

a. 2, 315 b. -4,98 c. -1,5 d. 6,42 e. -10, 268

Conversión de la forma $\frac{a}{b}$ a decimal

Si se quiere expresar un racional de forma fraccionaria a decimal, lo que se debe hacer es dividir el numerador entre el denominador y el resultado será el decimal que buscamos.

Ejemplo:

Para encontrar $\frac{2}{5}$ en su expresión decimal, dividimos el numerador entre el denominador:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \hline 0 & 0{,}4 \end{array}$$

11. Determinamos la expresión decimal y comprobamos haciendo la división con la calculadora:

a. $-\frac{3}{4}$ b. $-\frac{52}{11}$ c. $-\frac{7}{3}$ d. $-\frac{21}{9}$ e. $-\frac{11}{20}$

Conversión de la forma decimal a $\frac{a}{b}$

Para hacer el proceso inverso es necesario identificar la clase de decimal que se tiene.

Caso 1: si es un decimal finito se arma la fracción así: se coloca como numerador el número dado sin coma y el denominador es una potencia de 10 que corresponda a la cantidad de cifras que tenga la parte decimal. Siempre se recomienda, si es posible, simplificar.

Ejemplo:
0,04 Es un decimal finito que tiene dos cifras decimales, entonces se divide por 100; y lo numérico es 4. Luego, el cociente es:

$$0{,}04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$$

Caso 2: si es un decimal infinito periódico, por ejemplo 0,3333…, se realiza el siguiente procedimiento:

La idea es encontrar una fracción z igual a este número.

$$z=0{,}3333\ldots=0{,}\widehat{3}$$

Para hallar tal número, en primer lugar se multiplica por la potencia de 10 que abarque las cifras correspondientes al periodo de la parte decimal. Esta igualdad queda así

$$10z=3{,}3333\ldots=3{,}\widehat{3}$$

Luego restamos

$$\begin{array}{lcl} 10z & = & 3{,}3333\ldots \\ -z & = & -\ 0{,}3333\ldots \\ \hline 9z & = & 3{,}00000 \end{array}$$

Resolvemos la ecuación 9z=3
Se divide entre 9 ambos lados de la igualdad $\frac{9z}{9}=\frac{3}{9}$
Simplificamos y se obtiene:

$$z=\frac{3}{9}$$

$$z=\frac{1}{3}$$

12. Comprobamos con la calculadora que $\frac{1}{3}$ dé el decimal indicado.

13. Buscamos en internet otras formas para determinar la fracción a partir de la expresión decimal y las escribimos en el cuaderno.

14. Con base en la información anterior, completamos la siguiente tabla, desarrollamos los procedimientos correspondientes en el cuaderno y, si es posible, comprobamos con la calculadora.

Expresión Decimal	En forma de fracción
0,25	$\frac{\square}{\square}$
-0,012	$\frac{\square}{\square}$
	$-\frac{1}{15}$
4,15	$\frac{\square}{\square}$
	$\frac{7}{4}$
0,6666 ...	$\frac{\square}{\square}$
	$\frac{8}{9}$

15. Invitamos al profesor para que evalúe las actividades desarrolladas.

D Aplicación

1. Leo la información nutricional del arroz blanco y del arroz integral. Doy respuesta a las siguientes actividades:

   a. Expreso los decimales en forma de fracción.

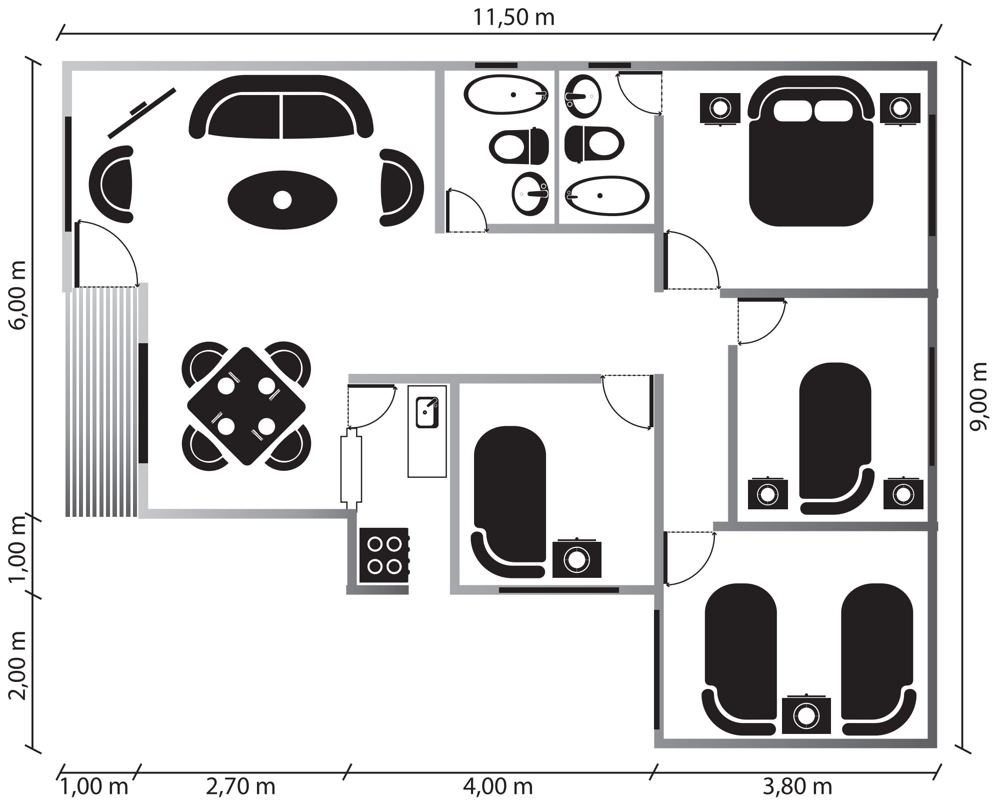
   b. Escribo los decimales como suma de fracciones decimales.

   c. Ordeno los valores de menor a mayor de los nutrientes del arroz blanco como del arroz integral.

	Arroz Blanco	Arroz Integral
Keal	361,18	345,2
Hidratos	81,6	74,1
Proteinas	6,67	7,25
Grasas	0,9	2,2
Fibra	1,4	2,22
Magnesio	31	110
Niacina	4,87	6,6
Ácido Fólico	20	49
Fósforo	150	310
Potasio	109	238

CON MI FAMILIA

2. Observamos la imagen que se presenta a continuación, la reproducimos y resolvemos en el cuaderno las actividades que se indicarán.



Las medidas están en metros.

a. Convertimos las medidas originales a centímetros.

b. Convertimos las medidas originales a milímetros.

c. Establecemos la escala a la que se encuentra el dibujo del cuaderno con respecto al de la cartilla.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos con atención el siguiente texto y lo consignamos en el cuaderno.

Los racionales también son representados con porcentajes.

Recordemos que es buscar una fracción con denominador 100 que sea equivalente al racional dado. Ejemplos:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

$$3{,}2 = \frac{32}{10} = \frac{320}{100} = 320\%$$

2. Leemos la situación y contestamos las siguientes preguntas: Según una encuesta nacional que se ha realizado en 2010 sobre la discriminación en México, se refleja que fueron vulnerados los derechos en los aspectos que indica la gráfica.

a. Organizamos los datos de menor a mayor discriminación. ¿Cuál es la situación que más se discrimina?

b. De los aspectos que se mencionan de discriminación, ¿cuáles son los que percibimos que suceden en nuestra comunidad? Escribimos cuáles son las razones de la existencia estos hechos.

c. Elaboramos la tabla correspondiente a la gráfica dada. ¿Cuánto debe dar la suma entre sí y no de cada aspecto?

d. Realizamos una encuesta a 20 personas de nuestra comunidad teniendo en cuenta los mismos aspectos y comparamos nuestros porcentajes con los dados en la gráfica, ¿se mantienen o cambian las discriminaciones? Justificamos nuestra respuesta.

Evaluación por competencias

La siguiente información se requiere para responder las preguntas 1, 2 y 3.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en natación de los Juegos Olímpicos de Londres del 2012:

Países	Resultados
Estados Unidos	18,19
China	18,30
Ucrania	18,2
Canada	18,177
Alemania	18,030
Australia	18,09

1. El orden ascendente de los países por los resultados de natación es:

A. Alemania, Australia, Canadá, China, Ucrania y Estados Unidos.

B. Australia, Ucrania, Alemania, Canadá, Estados Unidos, China.

C. Alemania, Australia, Canadá, Estados Unidos, Ucrania y China.

D. China, Estados Unidos, Canadá, Ucrania, Alemania y Australia.

1

2. La tabla que representa los resultados en forma decimal es:

A.

Países	Estados Unidos	China	Ucrania	Canada	Alemania	Australia
Resultados	$\frac{1819}{100}$	$\frac{183}{10}$	$\frac{91}{5}$	$\frac{18177}{1000}$	$\frac{1803}{100}$	$\frac{1809}{100}$

B.

Países	Estados Unidos	China	Ucrania	Canada	Alemania	Australia
Resultados	$\frac{1819}{10}$	$\frac{183}{10}$	$\frac{91}{5}$	$\frac{1809}{10}$	$\frac{18030}{100}$	$\frac{18177}{100}$

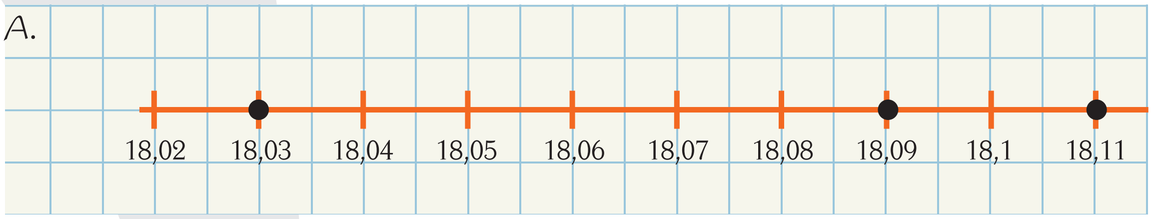
C.

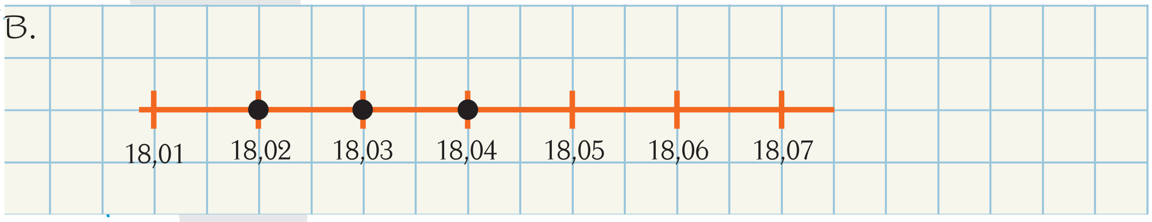
Países	Estados Unidos	China	Ucrania	Canada	Alemania	Australia
Resultados	$\frac{1819}{10}$	$\frac{183}{100}$	$\frac{182}{100}$	$\frac{18177}{1000}$	$\frac{18030}{1000}$	$\frac{1809}{1000}$

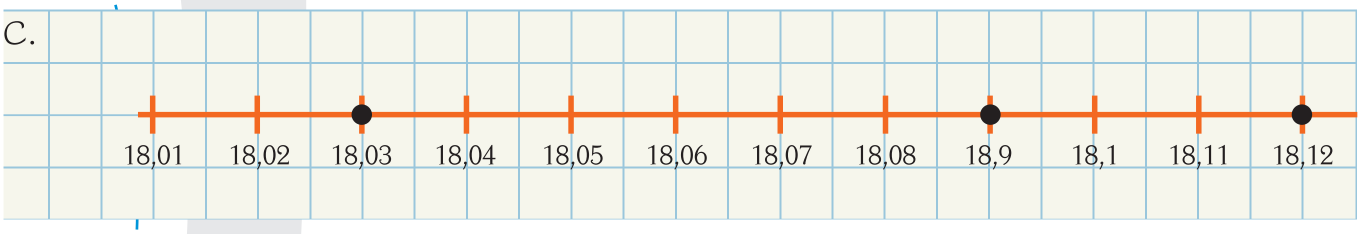
D.

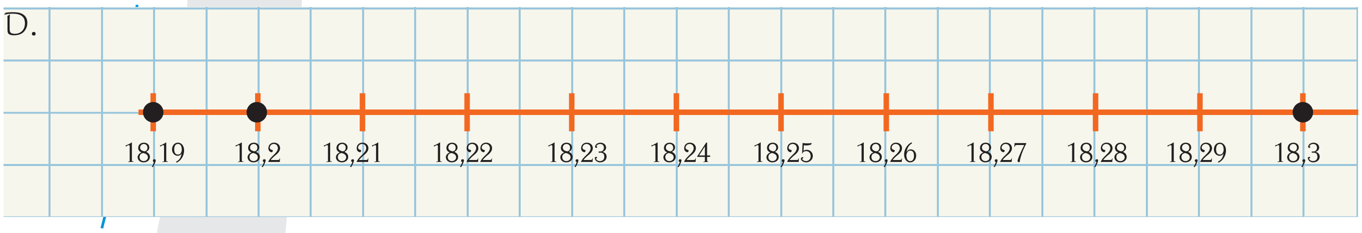
Países	Estados Unidos	China	Ucrania	Canada	Alemania	Australia
Resultados	$\frac{1819}{100}$	$\frac{18,2}{1}$	$\frac{18177}{1000}$	$\frac{18030}{1000}$	$\frac{1809}{100}$	$\frac{1830}{10}$

3. La ubicación en la recta de los 3 países con mejor puntaje es:

A.


B.


C.


D.


4. La siguiente lista de racionales están ordenados de forma ascendente:

$$\frac{0}{10} < \frac{1}{10} < \frac{2}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10} < \frac{10}{10}$$

¿Entre cuáles racionales de la lista ubicaría el racional $\frac{437}{1000}$?

4

5. Escribo el número racional decimal con una sola cifra a la derecha que esté más cercano de cada uno de los siguientes números (esto se conoce como redondear a una cifra decimal):

   a) 32,42 b) -5, 97 c) 1,2752

Glosario

- **Aproximación:** Máxima diferencia posible entre un valor obtenido en una medición o cálculo y el número exacto.

- **Cifra:** Una cifra es un simbolo o carácter gráfico que sirve para representar un número. (Wikipedia)

- **Decimal:** Sistema de numeración de base diez.

- **Dígito:** En la numeración decimal son los comprendidos desde el cero al nueve.

- **Fracción Decimal:** Fracción cuyo denominador es una potencia de10.

Guía 2

Operando con los números racionales

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Maneja los procedimientos de las diferentes operaciones.

Procedimental
Resuelve problemas a través de los números racionales.

Actitudinal
Expone sus posiciones y escucha las posiciones ajenas para dar respuesta a las situaciones matematicas.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Resuelvo en mi cuaderno las siguientes situaciones, elaborando el dibujo de lo que representa y luego la operación correspondiente.

   a. Si quisiera decorar una de las paredes de mi casa, ¿cuántos metros cuadrados de papel decorativo necesitaría si el largo de la pared es de 4,5 metros y el ancho es de 3,6 metros?

   ✓ Teniendo en cuenta la situación anterior, convierto las medidas de largo y ancho de la pared en la forma $\frac{a}{b}$ y calculo el área que debo cubrir con el papel decorativo.

   b. Una microempresa de zapatos produce $50'000.000 al mes. Para su mantenimiento, el gerente de la empresa debe gastar $\frac{1}{10}$ en el sueldo de los empleados, de lo que le queda gasta $\frac{2}{9}$ en la materia prima para sus productos y $\frac{1}{9}$ en el mantenimiento de sus máquinas y herramientas de trabajo, de lo que le queda el gerente gasta $\frac{1}{3}$ en las facturas de los servicios y $\frac{1}{6}$ en la publicidad.

Respondo

   ✓ ¿Se puede decir que la microempresa es rentable?

   ✓ ¿A cuánto equivalen las ganancias mensuales de la microempresa?

   c. En un consultorio médico se mide la estatura de 5 pacientes obteniendo los siguientes resultados

Nombre	Estatura en metros
Ana Rojas	1,65
Felipe Heredia	1,68
Natalia Gálvez	1,49
Sebastián Tavera	1,56
Daniel García	1,59

- ✓ Represento en una recta numérica la estatura de estas personas y determino cuál es la más alta y cuál es la más baja.
- ✓ Escribo cada decimal en la forma $\frac{a}{b}$.
- ✓ Organizo descendentemente las medidas escritas en forma $\frac{a}{b}$.

TRABAJO EN EQUIPO

2. Discutimos con nuestros compañeros de mesa acerca de las operaciones realizadas en las situaciones que resolvimos de manera individual y respondemos por escrito:

   a. ¿Cómo se realizaron las operaciones con las expresiones decimales?
   b. ¿Cómo se resolvieron las situaciones que tenían representación $\frac{a}{b}$?

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

1. Leemos con atención el siguiente texto y escribimos en nuestros cuadernos los aspectos más importantes:

Con los números racionales se pueden realizar las operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división; pero estas dependen de la forma en que estén representados.

El valor absoluto del racional de $\frac{-3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ es igual $\frac{3}{2}$. Lo anterior se escribe como

$$\left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$$

y en forma decimal, el valor absoluto de -1,5 y de 1,5 es 1,5; es decir

$$|1,5| = |-1,5| = 1,5$$

Adición de números racionales

a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, se debe tener en cuenta que los sumandos tengan el mismo denominador para sumar los numeradores como los números enteros.

Ejemplos:

1. Hallar dos fracciones equivalentes a las iniciales, y que tengan un mimo denominador

1.1 $\frac{1}{2} \xrightarrow[x]{+} \frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$

1.1 Multiplica los dos denominadores de las fracciones; obtendrás el denominador de las fracciones equivalentes

1.2 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{(1x4)+(2x3)}{8} =$

1.2 Multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y viceversa; obtendrás los nuevos numeradores de las fracciones equivalentes

2. Hallar la adición de las dos cantidades

2.1 $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4+6}{8} = \frac{10}{8}$

2.1 Suma los dos numeradores de las fracciones equivalentes

2.2 $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{10}{8}$

2.2 Forma una fracción en la que el numerador sea la cantidad que calculaste en el paso anterior, y el denominador sea la cantidad que encontraste en el paso 1.1

2.3 $\frac{10}{8} = \frac{5x\cancel{2}}{2x2x\cancel{2}} = \frac{5}{2x2} = \frac{5}{4}$

2.3 Simplifica la fracción que formaste, si es posible

La adición de $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ es $\frac{5}{4}$

b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, debe alinearse a nivel vertical los sumandos por la coma y completar con ceros los espacios que quedan, además de sumar como los números enteros.

Ejemplos:

(-2,1) +(-3,41)

$$\begin{array}{r} -2{,}10 \\ -3{,}41 \\ \hline -5{,}51 \end{array}$$

-23 + 5,001

$$\begin{array}{r} -23{,}000 \\ 5{,}001 \\ \hline -17{,}999 \end{array}$$

La suma de dos números racionales toma el mismo valor independiente de la forma en que se expresen (decimal o fracción).

Ejemplo

1,25+1,1=2,35 (Forma decimal).

$\frac{5}{4} + \frac{11}{10} = \frac{94}{40} =$ (Forma de fracción).

✓ Comprobemos que $\frac{47}{20}$ y 2,35 es el mismo racional.

2. Resolvemos las siguientes adiciones con racionales

a. –57,28 + 35,2 + 4,257

b. $\frac{-4}{7} + \frac{8}{11} =$

c. -15,75 – 3,251

d. $\frac{3}{10} + \frac{5}{13} =$

e. 9,35 + 35,1 – 3,2

f. $\frac{-12}{21} + \frac{7}{15} =$

g. 32,57 + 65,24 – 28,79

h. $\frac{2}{15} + \frac{9}{16} =$

i. – 0,375 + 28,2 + 10,235 – 65,003

j. $\frac{-17}{24} + \frac{1}{19} =$

3. Continuamos la lectura, no olvidemos consignar en el cuaderno los aspectos más importantes:

Sustracción de números racionales

a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, se debe tener en cuenta que tanto el minuendo como el sustraendo tengan el mismo denominador para restar los numeradores como se hace con los números enteros.

Ejemplos

1. Hallar dos fracciones equivalentes a las iniciales, y que tengan un mimo denominador

1.1 $\frac{3}{4} \underset{x}{-} \frac{1}{2} = \frac{\quad}{8}$

1.1 Multiplica los dos denominadores de las fracciones; obtendrás el denominador de las fracciones equivalentes

1.2 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{(3x2) - (4x1)}{8} =$

1.2 Multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y viceversa; obtendrás los nuevos numeradores de las fracciones equivalentes

2. Hallar la diferencia de las dos cantidades

2.1 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6-4}{8} = \frac{2}{8}$

2.1 Resta los dos numeradores de las fracciones equivalentes

2.2 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{8}$

2.2 Forma una fracción en la que el numerador sea la cantidad que calculaste en el paso anterior, y el denominador sea la cantidad que encontraste en el paso 1.1

2.3 $\frac{2}{8} = \frac{1x\cancel{2}}{2x2x\cancel{2}} = \frac{1}{2x2} = \frac{1}{4}$

2.3 Simplifica la fracción que formaste, si es posible

Resultado de restar $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{4}$

b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, debe alinearse a nivel vertical tanto el minuendo como el sustraendo por la coma y completar con ceros los espacios que quedan. Asimismo, restar como los números enteros.

Ejemplos:

(43,25) – (+32,5) = (43,25) + (-32,5)	(-14,12) – (-21,35) =(-14,12)+(21,35)
$\begin{array}{r l} 43,25 & \text{Minuendo} \\ -32,50 & \text{Sustraendo} \\ \hline 10,75 & \text{Diferencia} \end{array}$	$\begin{array}{r l} 21,35 & \text{Minuendo} \\ -14,12 & \text{Sustraendo} \\ \hline 07,23 & \text{Diferencia} \end{array}$

4. Resolvemos las siguientes sustracciones con racionales:

a. $-\ 23{,}8 - (-19{,}7)$

b. $-\ 432{,}4 - (+\ 2{,}432)$

c. $968{,}23 - (-\ 53{,}236)$

d. $(+\ 23{,}32) - (+\ 5{,}735)$

e. $(+44{,}8) - (-2{,}37)$

f. $\frac{-4}{(7)} - \left(\frac{-3}{14}\right)$

g. $\left(-\frac{29}{5}\right) - \left(-\frac{8}{37}\right)$

h. $\left(\frac{-17}{6}\right) - \left(\frac{19}{18}\right)$

i. $\left(\frac{10}{21}\right) - \left(\frac{24}{9}\right)$

j. $\left(\frac{-11}{25}\right) - \left(-\frac{40}{79}\right)$

5. Continuamos aprendiendo sobre la multiplicación y la división, consignando en el cuaderno los aspectos más importantes.

Multiplicación o producto de números racionales

a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, da como resultado una fracción en la que el numerador es la multiplicación de los numeradores entre sí y el denominador es la multiplicación de los denominadores entre si. Si es posible se simplifica.

Ejemplo:

$$\frac{3}{5} \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{3 \times (-7)}{5 \times 2} = -\ \frac{-21}{10}$$

b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, se multiplican igual que los números enteros. Para determinar el número de cifras decimales, se coloca la coma según la cantidad de cifras decimales de cada uno de los factores.

Ejemplo:

-2 , 5 4	Tiene 2 cifras decimales
x 2	Tiene 0 cifras decimales
-5 , 0 8	Total de cifras decimales 0 + 2 =2.

6. Resolvemos las siguientes multiplicación de racionales.

a. (-223,4) x (-32)

b. (-12,384) x (63)

c. (45,327) x (-4,125)

d. (-12, 34) x (5,08)

e. (40,05) x (-6,07)

f. $-\frac{4}{7} \times \frac{3}{35}$

g. $\frac{8}{21} \times -\frac{4}{17}$

h. $\frac{1}{16} \times -\frac{7}{20}$

i. $-\frac{11}{15} \times -\frac{13}{30}$

j. $\frac{2}{15} \times \frac{3}{40}$

División o cociente de números racionales

a. En caso de que los números racionales estén en forma de fracción, multiplicamos el dividendo por el recíproco del divisor.

Ejemplo:

$$\frac{-5}{9} \div \frac{4}{7} = -\frac{5}{9} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{36}$$

b. En caso de que los números racionales estén en forma decimal, se iguala la cantidad de cifras decimales tanto del dividendo como del divisor, multiplicando por una potencia de 10 en ambos, para convertir las cantidades en números enteros. Posteriormente, se realizamos la división como lo hacemos con los números naturales.

Ejemplos:

63,2 ÷ 4 Como se tiene una cifra decimal en el dividendo, multiplicamos a cada uno por 10. Se tiene: Para el dividendo 63,2×10 =632 Para el divisor 4×10=40 Entonces, dividimos 632÷40	45,12 ÷ 0,0005 Como el dividendo tiene 2 cifras decimales y el divisor 4 cifras decimales, multiplicamos a cada uno por 10 000. Se tiene Para el dividendo 45,12×10 000=451 200 Para el divisor 0,0005 ×10 000=5 Entonces, dividimos 451 200÷5

632	40
232	15,8
320	
0	

Recordamos que se agrega coma en el cociente y, al mismo tiempo un cero en el dividendo

451 200	5
01 2	90240
20	
00	

Desde ahora, en el desarrollo de nuestras guías , no se colocará un punto para diferenciar las cifras de mil, unidades de millón, etc; se dejará un espacio y usaremos las comas para expresiones decimales.

Ejemplo:

Antes	Ahora
4.256	4256

7. Resolvemos las siguientes divisiones con racionales.

a. $\frac{-5}{7} \div \frac{8}{35}$

b. $\frac{9}{21} \div \frac{-4}{17}$

c. $\frac{1}{4} \div \frac{6}{19}$

d. $\frac{-10}{11} \div \frac{-13}{30}$

e. $\frac{29}{15} \div - \frac{14}{39}$

f. -799,46 ÷ 1,42

g. 12,25 ÷ -7,12

h. -79,946 ÷ 14,2

i. -29,095 ÷ -23

j. 216,6 ÷ 3,7

8. Comprobemos todas las respuestas de las operaciones que se realizaron en esta parte, con la calculadora.

9. Anotamos en el cuaderno las propiedades que cumplen los números racionales.

	Adición	Producto	División
Composición Interna	Sí	Sí	Sí
Asociativa	Sí	Sí	No
Conmutativa	Sí	Sí	No
Existe módulo	Sí	Sí	No
Existe inverso	Sí	Sí	No

10. Elaboramos ejemplos de las propiedades que cumplen los números racionales en las dos presentaciones. ¿Son las mismas que cumplen los números enteros? Justificamos la respuesta

11. Invitamos al profesor con el fin de socializar con él los ejercicios desarrollados.

D Aplicación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Realizamos los siguientes problemas en el cuaderno aplicando las operaciones definidas anteriormente:

   a. Raúl, Luis y Daniel realizaron un trabajo por el que recibieron \$400 000, Raúl obtuvo $\frac{1}{4}$ de este dinero, Luis se quedó con la mitad de lo que sobró. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

   b. Luisa caminó medio kilómetro para ir hasta el supermercado, luego caminó $\frac{1}{3}$ de kilómetro para ir a la papelería y finalmente caminó $\frac{2}{5}$ de kilómetro para llegar a su casa. ¿Cuántos kilómetros caminó Luisa?

   c. Un edificio del gobierno tiene 10 pisos (1 sótano, 9 pisos con oficinas), cada piso mide 2,85 m. En el edificio funciona un ascensor y éste tiene una altura de 2,3 m.

      ✓ ¿Cuánto tiene el edificio de alto (desde el sótano)?
      ✓ ¿Cuánto tienen de altura los pisos que tienen oficinas?
      ✓ Si la puerta del ascensor tiene 1,5 m de ancho, ¿cuánto tiene de área esta puerta?
      ✓ En la parte de arriba del ascensor se ubica un sistema de ventilación que tiene 0,3 m de alto ¿Cuánto mide el ascensor con el sistema de ventilación?
      ✓ Si de la parte más alta del edificio, se lanzan dos personas amarrados a un lazo para limpiar los vidrios del edificio, ¿en qué piso se encuentran las personas si han descendido 8,40 m?

   d. Una empresa constructora dispone de 144 m^2 para construir una casa. La empresa decide construir la casa en $\frac{7}{9}$ del área total. En el área restante utilizan $\frac{3}{5}$ para un jardín y el resto para sembrar arbustos.

- ✓ ¿En qué área se construye la casa?
- ✓ ¿Cuánto tiene de área el jardín?

2. Invitamos al profesor para evaluar las actividades realizadas y para corregir, si hay errores.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto y anotamos en el cuaderno lo más importante.

   Recordemos que el objetivo de una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que se denomina solución de la ecuación. Para resolver una ecuación se deben aplicar operaciones en ambos lados de ésta, de manera que no se vea afectada la igualdad. Hemos trabajado con ecuaciones en los números enteros, ahora abordaremos ecuaciones con números racionales.

Ejemplo:

$$x + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

Una manera de solucionarla es:

$x + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$ $x + \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{6} - \frac{4}{5}$	Se le suma el opuesto aditivo $\frac{4}{5}$ en ambos lados de la igualdad.
$x + \frac{4-4}{5} = \frac{5}{30} - \frac{24}{30}$ $x + \frac{0}{5} = \frac{5-24}{30}$ $x = \frac{-19}{30}$	Efectuamos las operaciones indicadas

Comprobemos la respuesta en la ecuación, así:

$$x + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

Si $x = \frac{-19}{30}$ entonces la ecuación debe ser una igualdad

$$\frac{-19}{30} + \frac{4}{5} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-19}{30} + \frac{24}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-19 + 24}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Lo mismo sucede si las ecuaciones tienen racionales de forma decimal.

2. Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resolvemos en el cuaderno las siguientes ecuaciones.

a. $x + \frac{1}{9} = \frac{1}{8}$

b. $x + \frac{5}{6} = -\frac{3}{2}$

c. $x - \frac{12}{7} = \frac{8}{3}$

d. $x - \frac{9}{14} = -\frac{2}{3}$

e. $x-3{,}28= 2{,}1$

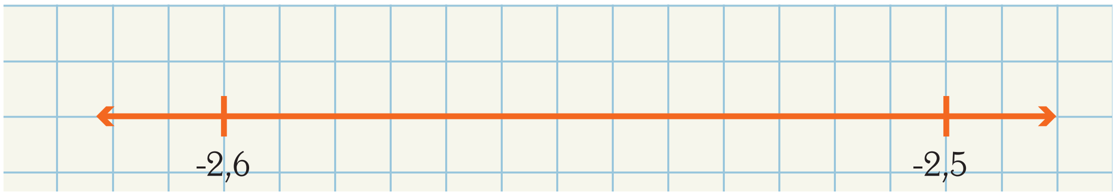
f. $x+1{,}001= -1{,}25$

g. $x-2= -3{,}145$

h. $x+0{,}002=0{,}1$

Evaluación por competencias

1. Ubico en la recta numérica y escribo tres racionales entre -2,5 y -2,6



2. ¿Es posible determinar la cantidad de racionales entre –2,5 y –2,6? Justifico la respuesta.

2

Selecciono la respuesta correcta.

3. Algunas de las propiedades de los números racionales se relacionan con sus representaciones. El enunciado falso es:

A. Todo número natural es racional.

B. Cualquier racional es entero.

C. Cero es un número racional.

D. Los racionales son infinitos

3

4. La expresión que no cumple con la igualdad es:

A. $-0,231231... = -0 - \frac{2}{10} - \frac{3}{100} - \frac{1}{1000} - ...$

B. $0,6 = \frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{11} = 0 + \frac{1}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{8}{10000} + ...$

D. $-\frac{2}{3} = -0 + \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + ...$

4

5. Si se tiene un número ubicado en $\frac{-13}{5}$ en la recta numérica y el otro se encuentra a $\frac{9}{4}$ a la derecha. Este número es:

A. $\frac{-97}{20}$

B. $\frac{97}{20}$

C. $\frac{-7}{20}$

D. $\frac{7}{20}$

5

Glosario

- **Cociente:** Resultado que se obtiene al dividir una cantidad por otra, y que expresa cuántas veces está contenido el divisor en el dividendo.
- **Decimal:** Se dice del sistema de numeración cuya base es diez.
- **Dividendo:** Cantidad que ha de dividirse por otra.
- **Minuendo:** Cantidad de la que ha de restarse otra.
- **Sustraendo:** Cantidad que ha de restarse de otra.

Guía 3

Aprendamos sobre la potenciación y la radiación

Tres amigos se enteran de un secreto. Al otro día, esos tres amigos se lo cuentan a otros tres cada uno. Al tercer día, estos se lo cuentan a otros tres cada uno y asi sucesivamente

¿Cuántos amigos saben el secreto al cuarto día? ¿Y al quinto?

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Identifica la diferencia entre potenciación y radicación.

Procedimental
Ejercita las diferentes propiedades de la potenciación y la radicación.

Actitudinal
Valora la importancia de la potenciación y de la radicación en la solucion de diferentes situaciones.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo atentamente las siguientes situaciones y respondo por escrito las preguntas planteadas.

   a. En una finca hay 4 gallineros, cada gallinero aloja 4 gallinas y de acuerdo con el análisis que ha hecho el veterinario, cada gallina pone 4 huevos en un día.

   - ✓ ¿Cuántas gallinas tiene la finca?
   - ✓ ¿Cuántos huevos se recogen de cada gallinero en un día?
   - ✓ ¿Qué cantidad de huevos se recoge cada día en la finca?

   b. Una bacteria que colocada en cierto medio, ella sola se reproduce cada hora, así, en la primera hora da origen a 2 bacterias, en la segunda 4 y en la tercera hora 8 bacterias. ¿Cuántas horas habrán transcurrido cuando llegue esta bacteria a reproducir 512 bacterias?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Respondemos en nuestros cuadernos las siguientes preguntas:

   a. ¿Cuáles son los procedimientos que utilizaron para resolver las situaciones anteriores?

b. ¿Consideramos que se realizaron los procedimientos adecuados?
c. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando dibujos? Justificamos la respuesta.
d. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando sumas? Justificamos la respuesta
e. ¿Es posible solucionar las situaciones utilizando multiplicaciones? Justificamos la respuesta.
f. ¿Cuál es el procedimiento más adecuado y más eficiente para solucionar estas situaciones? Justificamos la respuesta.

3. Invitamos al profesor a evaluar las actividades desarrolladas.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto, anotamos los aspectos más importantes en el cuaderno y respondemos las preguntas indicadas.

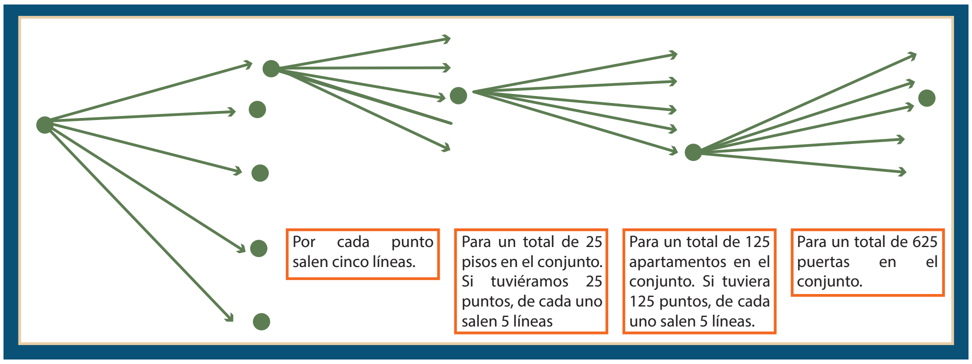
Un arquitecto diseña un conjunto residencial que está conformado por 5 edificios, cada edificio tiene 5 pisos, cada piso tiene 5 apartamentos y cada apartamento requiere 5 puertas de madera. ¿Cuántas puertas de madera se necesitan en todo el conjunto residencial?

a. Representamos a través de un dibujo la situación anterior.
b. ¿Cuáles operaciones se pueden realizar para poder dar respuesta a esta situación?
c. Seleccionamos el procedimiento más eficiente. Justificamos la respuesta
d. Respondemos:
Si hubiéramos empleado otro procedimiento, ¿cuáles son las ventajas y desventajas que tiene?

2. Tanto la situación anterior como las situaciones planteadas en la vivencia, tienen aspectos en común; para comprenderlo, respondemos a las siguientes preguntas:

a. ¿Qué representa el 5 en la situación del conjunto residencial?

El cinco (5) representa la cantidad que se repiten los edificios, los pisos, apartamentos y puertas en el conjunto residencial. Una forma de representar esta situación es a través de un diagrama de árbol:



Existe otro procedimiento para resolver estas multiplicaciones:

Para saber cuántos pisos hay en todo el conjunto residencial se multiplica 5 x 5 = 25

Para saber cuántos apartamentos hay en todo el conjunto residencial: 25 x 5 o, lo que es lo mismo, 5 x 5 x 5 = 125.

Para saber cuántas puertas de madera deben haber en todo el conjunto:

125 x 5 o, lo que indicaría lo mismo, 5 x 5 x 5 x 5 = 625.
Como se observa, el 5 es el factor que se repite 4 veces y se puede expresar de la siguiente forma:

Exponente

$$5^4 = 625$$

Base

Potencia

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

La expresión anterior, se denomina **potencia** y se lee "5 a la potencia 4" o "5 elevado a la 4" o simplemente "5 a la 4".

El 5 se denomina **base**, el 4 recibe el nombre de **exponente** y 625 se denomina la **potencia.**

La **base** indica el número o factor que se repite en la multiplicación y el **exponente** corresponde a la cantidad de veces que se repite este factor.

El valor de la **potencia** es el resultado de multiplicar la base tantas veces como indique la potencia.

$$a^n = a \times a \times a .... \times a$$

b. Expresamos las situaciones tratadas hasta el momento en la guía en forma de potencia.

3. Escribimos las siguientes multiplicaciones de factores iguales como potencias y calculamos los resultados:

a. $3 \times 3 \times 3$

b. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c. 6×6

d. $10 \times 10 \times 10 \times 10$

e. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

f. $(-2)(-2)(-2)$

g. $(-1)(-1)$

h. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

i. $(-7)(-7)$

j. $(-4)(-4)(-4)(-4)$

k. $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$

l. $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$

m. $\left(-\frac{3}{7}\right)\left(-\frac{3}{7}\right)\left(-\frac{3}{7}\right)$

n. $0{,}012 \times 0{,}012$

o. $(-0.01)(-0.01)$

✓ Comprobamos los resultados con la calculadora.

4. Practicamos hallando diferentes potencias, expresando la multiplicación y luego resolviéndola así:

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

a. 2^4

b. 5^6

c. 3^2

d. 7^3

e. $(-3)^2$

f. $(-2)^4$

g. $(-10)^3$

h. $(-6)^7$

i. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

j. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

k. $(0.03)^4$

l. $(-0.003)^2$

✓ Comprobamos los resultados con la calculadora.

5. Consignamos en el cuaderno las siguientes propiedades de la potenciación que aparecen en la siguiente tabla:

Propiedad	En qué consiste	Ejemplo
Productos de potencias iguales	Cuando se tiene la misma base, se suman los exponentes.	$(5)^3(5)^2 = (5)3+2$ $(-2)^3\,(-2)^4 = (-2)^{(3+4)}$
Cociente de potencias iguales	Cuando se tiene la misma base se restan los exponentes.	$(-2)^5/(-2)^3 = (-2)^{5-3}$ $\left(\frac{0.01}{0.01}\right)^7_2 = 0.01^{7-5}$
Potencia de exponente 1	Cuando se cuenta con exponente 1, el resultado es la misma base.	$7^1 = 7$ $(-1)^1 = -1$ $\left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$

Propiedad	En qué consiste	Ejemplo
Potencia de exponente cero	Cuando se cuenta con exponente 0, el resultado es 1.	$8^0 = 1$ $(-0.23)^0=1$
Potencias con exponente negativo	Una base con exponente negativo es igual al inverso multiplicativo de su base.	$4^{-1} = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^2$
Potencia de una potencia	Cuando se cuenta con una potencia que a su vez está elevada a otro exponente, los exponentes se multiplican.	$(10^2)^3 = (10)^6$ $((-3)^2)^6=(-3)^{12}$
Potencia de un producto	Si se cuenta con dos factores que están elevados a una potencia, eso quiere decir que cada uno de los factores también se encuentra elevado a esa potencia.	$(7 \times 4)^3 =(7)^3 \times (4)^3$ $\left(\frac{5}{4} \times 0{,}15\right)^7$ $=\left(\frac{5}{4}\right)^7 \times (0{,}15)^7$
Potencia de un cociente	Si se cuenta con dos cantidades en forma de cociente y está elevada a una potencia, tanto el dividendo como el divisor adquieren el exponente al que está elevado esta potencia.	$\left(\frac{-9}{10}\right)^4 = \frac{(-9)^4}{10^4}$ $\left(\frac{2}{11}\right)^3 = \frac{2^3}{11^3}$
Potencia con exponente racional	Si se cuenta con un exponente racional, este se escribe como índice de una raíz y la base como cantidad subradical.	$2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$ $\left(\frac{9}{81}\right)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{81}\right)^2}$

6. *Aplicamos las propiedades anteriores desarrollando en el cuaderno los siguientes ejercicios:*

a. $(7)^3(7)^2$

b. $(-5)^3(-5)^4$

c. $\left(\frac{-1}{-1}\right)^{\frac{5}{4}}$

d. $\frac{10^3}{10^2}$

e. $\frac{24}{(2^2)^2}$

f. $(2^2)^3$

g. $\left(\frac{-9}{3}\right)^{-4}$

h. $\frac{12^5}{6^5}$

i. $(-10)^3 \times (5)^3$

j. 8^{-5}

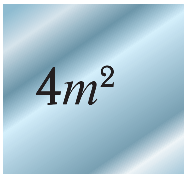
k. $(3{,}5)^{6}$

l. $\left(\frac{6}{8}\right)^{-4}$

m. $(7{,}1)^{-2}$

7. Continuamos con la lectura, no olvidemos anotar los aspectos más importantes en el cuaderno y resolver las preguntas propuestas.

A la señora María le regalaron un espejo cuadrado sin marco y le han dicho que el marco tiene un área de 4 m2. A María le interesa saber cuánto mide cada lado de su espejo y calcular así la longitud de madera que debe emplear para enmarcar su espejo.



Se sabe que el área de un cuadrado está determinada por la multiplicación entre dos de sus lados

$$I \times I = 4\ \text{m}^2$$

Esto indica que:

$$I^2 = 4$$

Entonces debemos encontrar un número tal que su cuadrado es igual a 4.

a. Respondemos: ¿qué valor debe tomar I ?, ¿cómo encontramos tal valor?

8. En matemáticas la expresión $I^2 = 4$ es equivalente a la expresión

$$I = \sqrt[2]{4}$$

En este caso, el valor correspondiente es 2 o -2 tenemos dos opciones porque

$$2^2=4 \qquad \text{o} \qquad (-2)^2=4$$

Como la situación es de medidas, éstas siempre deben ser positivas; por tanto, el lado mide 2 m.

Esta operación se denomina **radicación** y es una de las operaciones inversas a la potenciación. La radicación busca el valor de la base de una potencia.

En la **radicación** se diferencian estas partes:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

Índice del radical

Raíz o base

Cantidad subradical

Un **radical** se puede representar como una **potencia con exponente racional** en la que el **denominador** es el **índice** del radical y el **numerador** es el **exponente** del radicando.

$\sqrt[n]{a} = b$ es lo mismo que $b^n = a$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[3]{-125} = (-125)^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[3]{0{,}00000001} = (0{,}00000001)^{\frac{1}{3}}$

9. Hallamos el valor de la base o raíces y las escribimos como potencias.

a. $\sqrt[5]{225}$

b. $\sqrt[2]{\dfrac{100}{25}}$

c. $\sqrt[4]{216}$

d. $\sqrt[6]{\dfrac{128}{16}}$

e. $\sqrt[3]{\dfrac{1}{54}}$

f. $\sqrt[3]{5^4}$

g. $2^3 \times 3^5 \sqrt[4]{128}$

h. $\sqrt[3]{-27}$

i. $\sqrt{10^6}$

j. $\sqrt[2]{0{,}25}$

k. $\sqrt[3]{-1}$

l. $\sqrt{4{,}64}$

10. Al igual que la potenciación, en la radicación también existen propiedades. Consignemos en el cuaderno la siguiente tabla:

Operación	Propiedad	Ejemplo
Raíz de un producto	Al tener un producto en la cantidad subradical indica que cada uno de los factores se puede expresar como una raíz.	$\sqrt[3]{4 \times 8} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{8}$
Raíz de un cociente	Al tener una división indicada en la cantidad subradical, indica que cada uno se puede expresar como una división entre raíces.	$\sqrt[4]{\dfrac{5}{9}} = \dfrac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{9}}$

Operación	Propiedad	Ejemplo
Raíz de una potencia	Cuando se tiene una raíz y la cantidad subradical está elevada a una potencia, el resultado es una potencia con un exponente racional.	$\sqrt[6]{4^4} = 4^{\frac{4}{6}}$
Raíz de una raíz	Cuando se cuenta con una raíz que tiene como cantidad subradical otra raíz, se multiplican los índices.	$\sqrt[2]{\sqrt[3]{18}} = \sqrt[6]{18}$

11. Aplicamos las propiedades de la radicación en los siguientes ejercicios.

a. $\sqrt{4 \text{ X } 16}$

b. $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}$

c. $\sqrt{\frac{25}{36}}$

d. $\sqrt[4]{2^4}$

e. $\sqrt{2 \text{ x } 5}$

f. $\sqrt{\frac{9}{49}}$

g. $\sqrt[5]{\sqrt[2]{100}}$

h. $\sqrt{\frac{1}{25}} + \sqrt{\frac{9}{64}}\sqrt{\frac{4}{9}}$

i. $\sqrt[5]{72{,}5}$

j. $\sqrt{-1000}$

k. $\sqrt[2]{\sqrt[2]{14{,}4}}$

l. $\sqrt[3]{8{,}1 \text{ x } 12{,}5}$

12. Invitamos a nuestro profesor y le compartimos las actividades desarrolladas para que las evalué.

D Aplicación

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Aplico lo aprendido acerca de la potenciación y radicación resolviendo las siguientes situaciones:

a. En mi casa hay tres habitaciones, cada habitación tiene un área de 3 m por 3 m. ¿Cuál es el área total de las tres habitaciones?

b. Juan sembró flores en un terreno de forma cuadrada de 144 000 m^2. Quiere saber la medida del lado de este jardín para poder cercarlo. ¿A cuánto equivale el lado del jardín?

c. Si la capacidad de leche que tiene una caja es de 1 000 cm^3, ¿cuánto debe medir cada lado de la caja?

d. El parqueadero de un centro comercial tiene un área de 10 000 m^2, si cada casilla tiene 2,5 m de ancho por 4 m de largo ¿Cuántos autos se pueden ubicar en el parqueadero?

TRABAJO POR PAREJAS

2. Resolvemos las siguientes operaciones aplicando las propiedades de la potenciación y la radicación

a. $\left(\frac{2}{3}-1\right)^2$

b. $\sqrt{1 \times \frac{7}{8}}$

c. $\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{2}\right)^2$

d. $\sqrt{\frac{1}{25}} + 4^3$

e. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 5^{-3}$

f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} + 5^0$

g. $9^1 + \sqrt[4]{\sqrt{3}}$

h. $(20,3)^2$

i. $(6^3.3^{-3})^2$

j. $(4,2)^5 \times \sqrt{\frac{49}{16}}$

k. $\sqrt[3]{-8}1 + \frac{5}{3}^2$

l. -12^4

m. $(8,37)^{-5}$

3. Invitamos al profesor para que valore los ejercicios realizados y nos aclare algunas inquietudes si se hace necesario.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente el siguiente texto y luego lo consignamos en el cuaderno.

En la oficina de una empresa, se tiene un espacio con las siguientes medidas:

Un metro de largo, un metro de ancho y un metro de alto

El gerente desea utilizarlo para ubicar un fichero y guardar en él documentos importantes. El volumen con el que cuenta el gerente se puede calcular multiplicando cada unidad de medida (largo, ancho, altura). Entonces

$$V = 1\text{ m} \times 1\text{m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^3$$

Esto indica que el espacio tiene un volumen de 1 m^3.

¿Cómo se mide el volumen?
Como cada unidad de medida del largo, ancho y alto se mide en metros, entonces la medida de volumen es:

unidad de largo x unidad de largo x unidad de alto = 1 m x 1 m x 1 m =1 m^3

Siempre se tiene la misma unidad de medida en las tres dimensiones para poder establecer la unidad de volumen; en caso de que sean diferentes se realizan cambios para tener la misma.

Así, la unidad patrón de volumen es m^3 y se lee "metros cúbicos". El gerente cuenta con 1 m^3, es decir, 1 metro cúbico de espacio.

2. Teniendo en cuenta el problema anterior, resolvemos en el cuaderno los siguientes problemas:

    a. ¿Con cuánto volumen cuenta el gerente si sólo tiene 80 cm de largo, 80 cm de ancho y 80 cm de alto?

    b. Si el gerente sólo utiliza la mitad del metro 0,5 m por cada uno de los lados tanto de largo, ancho y alto ¿Cuánto volumen está utilizando?

3. Completamos en nuestros cuadernos la siguiente tabla, que da cuenta de las relaciones entre potenciación y radicación:

Potenciación	Base	Exponente	Potencia	Radicación	Índice	Cant. Subradical	Raíz
$3^4 = 81$	3	4	81	$\sqrt[4]{81}$	4	81	3
	6		216		3		
		6		$\sqrt[6]{64}$			
	3		125				5
		4				216	
$7^3 = 543$							
				$\sqrt[3]{512}$			
	10	4					
					3	729	
$8^5=$							
				$\sqrt[2]{144}$			

4. De acuerdo con la información de la tabla, respondemos los siguientes planteamientos:
    a. ¿A qué término corresponde la base en la potencia en la radicación?
    b. ¿A qué término corresponde la raíz en la potenciación?
    c. El índice de un radical, ¿a qué término corresponde en la potenciación?
    d. El exponente en la potenciación, ¿a qué término corresponde en la radicación?

5. Aprovechando la biblioteca del colegio o la sala virtual, consultamos acerca de la logaritmación y, a partir de ejemplos, presentamos su relación con la potenciación y la radicación

6. En compañía del profesor socializamos en las actividades de conjunto, los ejercicios realizados y le solicitamos valorar el trabajo.

Evaluación por competencias

1. Describo con mis propias palabras la siguiente expresión y la resuelvo en mi cuaderno.

$$7^{-5} \times \left(\frac{3}{7}\right)^0 + \sqrt[3]{3 \times 9}$$

1

2. Determino de los siguientes enunciados, cuáles son verdaderos o falsos. Justifico la respuesta.

A. Si la base de una potencia es un número entero negativo, el exponente es un número impar, su resultado puede ser un entero negativo. ( )

B. Si la base de una potencia es un número negativo el resultado siempre será un número positivo, sin importar si el exponente es par o impar. ( )

C. Si se tiene una potencia con exponente negativo, esta expresa una radicación. ( )

2

Selecciono la respuesta correcta:

3. Dos docenas de cajas contienen 12 bolsas cada una, formadas por 12 paquetes de dulces cada uno. ¿Cuántos dulces hay?

A. 12

B. 144

C. 1 728

D. 3 456

3

4. Encuentro los metros de cuerda que se necesitan para rodear 7 veces un cuadrado de 289 metros cuadrados de área.

A. 68 m

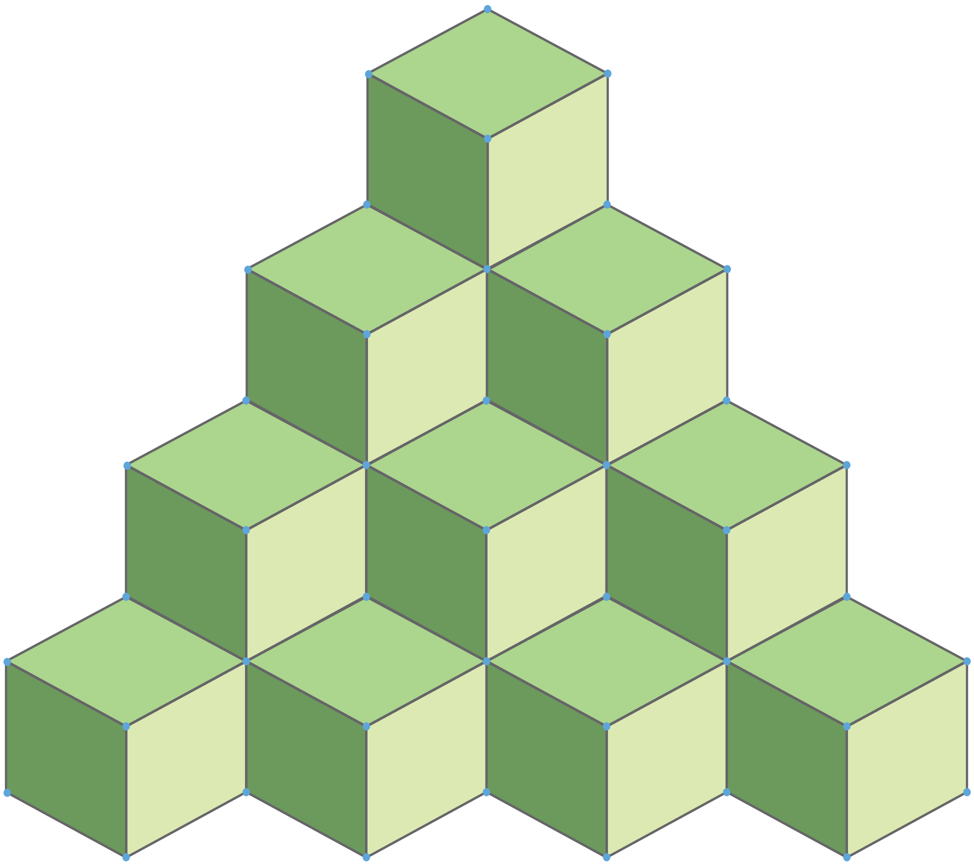
B. 296 m

C. 476 m

D. 2 023 m

4

5. La cantidad de cubos que hay en la figura se calcula con:



A. $\frac{4^3}{2}$

B. $2^3 + 3 \times 2^2$

C. $3 \times 2^3 - 2 \times 2^2$

D. 5×2^3

5

Glosario

- **Exponente:** Indica las veces que se repite la base. Existen positivos, negativos y racionales.
- **Base:** Es el factor que se repite tantas veces que indique el exponente.
- **Radicación:** Es una de las operaciones inversas de la potenciación, busca el valor de la base.
- **Volumen:** Es una magnitud métrica de tipo escalar, definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio. Es una magnitud derivada de la longitud, ya que se haya multiplicando la longitud, el ancho y la altura. (Wikipedia)
- **Metro cúbico:** Es un cubo cuya arista mide 1 metro por cada lado.

Guía 4

Conozcamos la Circunferencia

Indicadores de Desempeño

Conceptual
Identifica los elementos y las relaciones de la circunferencia.

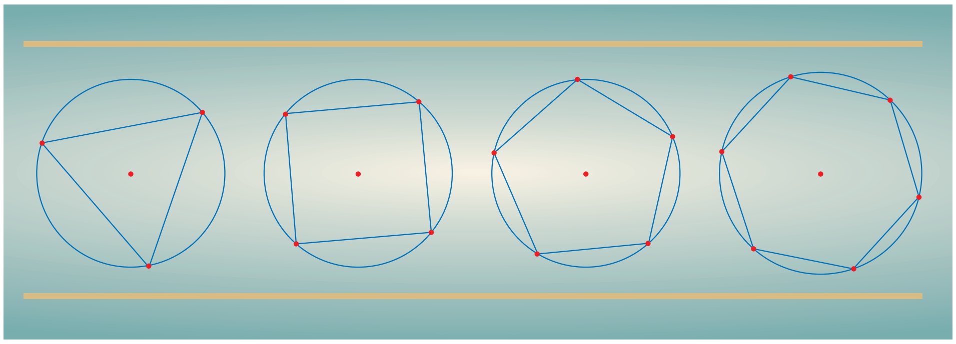
Procedimental
Resuelve problemas que involucran la relación de la circunferencia con los polígonos.

Actitudinal
Valora el uso correcto de los instrumentos para dibujar figuras geométricas.

Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Dibujo en el cuaderno las siguientes figuras, escribo su respectivo nombre y determino el número de lados.



2. Contesto las siguientes preguntas:

    a. ¿Qué relación tiene los lados del polígono con la circunferencia?
    b. ¿Qué sucedería con el perímetro si aumentamos el número de lados de los polígonos con relación a la longitud de la circunferencia?
    c. ¿Qué sucedería con el área si aumentamos el número de lados de los polígonos con relación al área del circulo?
    d. ¿Qué sucedería con el perímetro y el área de los polígonos que tienen muchos lados y estan inscrito en una circunferencia?

3. Leo los siguientes enunciados. Decido si estoy de acuerdo o no con ellos y justifico la respuesta.

    a. El perímetro del polígono que tiene más lados es aproximadamente el valor de la longitud de la circunferencia.

    b. El área del polígono que tiene más lados es aproximadamente el valor del área del círculo.

TRABAJO EN EQUIPO

4. Socializamos las respuestas de las preguntas anteriores.

Discutimos cuál es la respuesta viable a cada uno de los interrogantes.

5. Buscamos en páginas de internet algunas de las relaciones que existe entre los polígonos y la circunferencia y anotamos en el cuaderno las ideas principales.

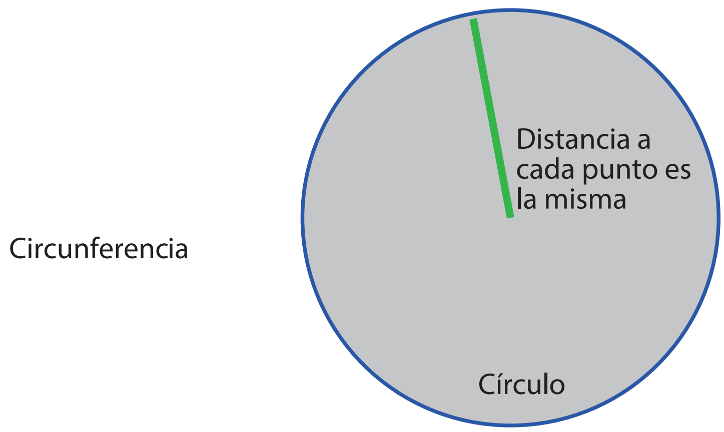
6. Invitamos al profesor para que valore las actividades desarrolladas.

B Fundamentación Científica

TRABAJO EN EQUIPO

1. Le solicitamos respetuosamente a un compañero realizar la siguiente lectura, escuchamos atentamente y anotamos los aspectos más importantes en el cuaderno.No olvidemos dibujar las circunferencias utilizando el compás.

La **circunferencia** es una línea curva, cerrada y continua formada por todos los puntos que mantienen la misma distancia a un punto llamado centro; es decir, la frontera se denomina circunferencia y la región que se encuentra encerrada por la circunferencia se denomina **círculo.**



Debido a que la circunferencia es una línea curva, sólo posee longitud y ésta resulta ser igual al **perímetro** del círculo. Se calcula como la multiplicación del diámetro por el valor de pi (π), la aproximación que utilizaremos de π será 3,14159. Simbólicamente:

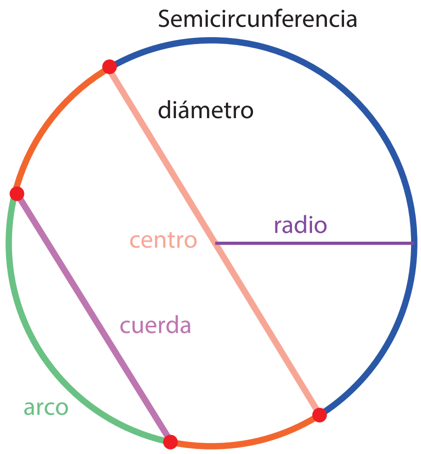
$$l = 2 \cdot r \cdot \pi$$

El área del círculo delimitado por una circunferencia es la multiplicación del valor del radio al cuadrado por el valor de π.Simbólicamente:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Elementos de la circunferencia

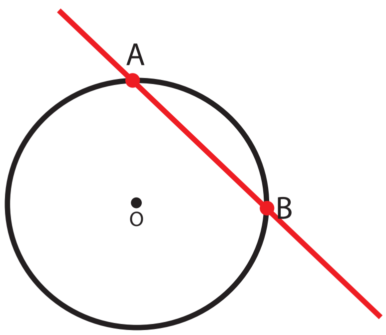
El **centro** de la circunferencia es un punto interno.
El **radio** es el segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
La **cuerda** es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia.
El **diámetro** es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia y mide dos radios y determina dos semicircunferencias.
Un segmento definido por dos puntos de la circunferencia se suele llamar **arco.**



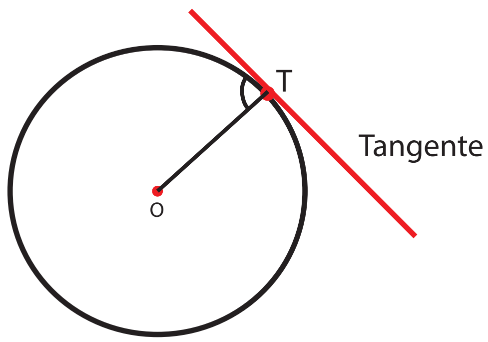
Posición relativa entre una recta y una circunferencia

Las diferentes posiciones que se pueden establecer entre una recta o una circunferencia, son las siguientes:

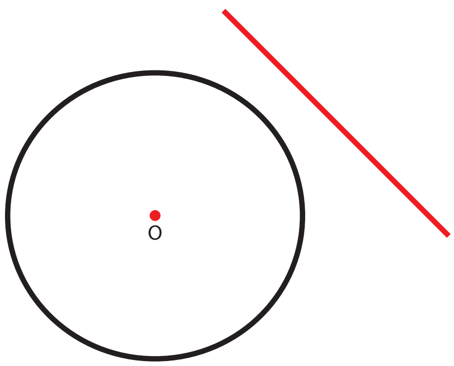
a. *La recta secante a la circunferencia:* Tienen dos puntos en común.



b. *La recta tangente a la circunferencia:* Tienen un punto en común.



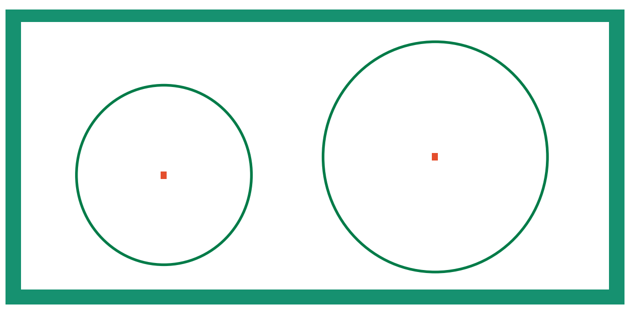
c. *La recta exterior a la circunferencia:* No tienen puntos en común.



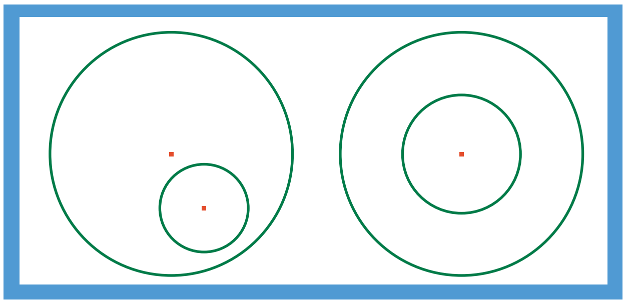
Posición relativa entre dos circunferencias

Las diferentes posiciones que se dan entre dos circunferencias (no necesariamente del mismo tamaño) son las siguientes:

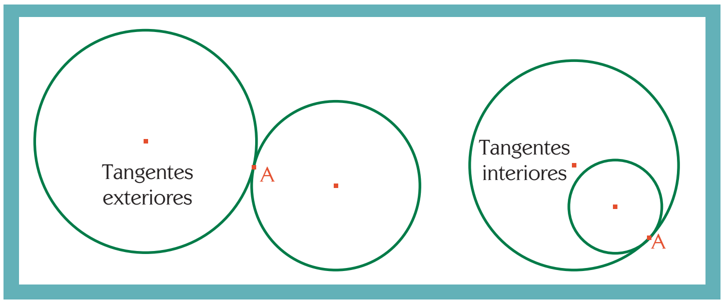
a. *Exteriores:* Cuando entre ellas no hay puntos comunes, en este caso la distancia entre sus centros es mayor que la suma de sus radios.



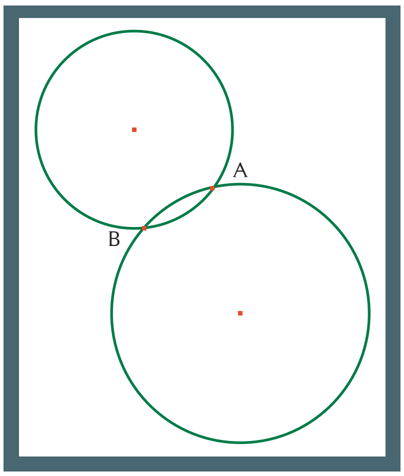
b. *Interior:* Una circunferencia es interior a otra cuando su radio es menor que el radio de la otra. Si el centro de las dos circunferencias es el mismo se dice que las circunferencias son concéntricas.



c. *Tangentes:* Si las dos circunferencias comparten un único punto. Las circunferencias tangentes pueden ser exteriores si la distancia entre sus centros es igual a la suma de los radios, o interiores cuando la distancia entre sus centros es menor que la suma de sus radios.



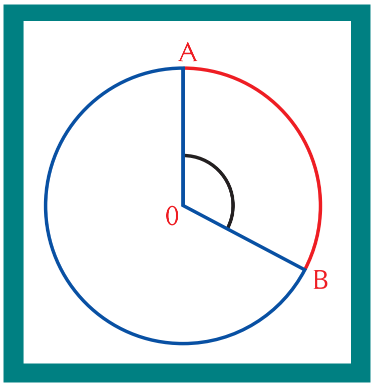
d. *Secantes:* Cuando las circunferencias tienen exactamente dos puntos en común, de esta manera la distancia entre sus centros siempre es menor que la suma de sus radios.



Ángulos en una Circunferencia

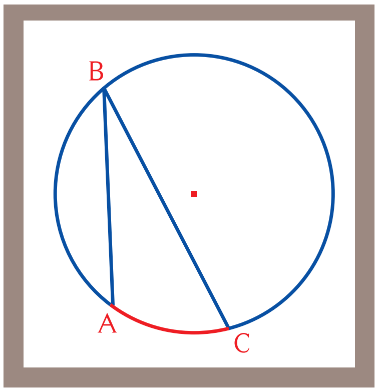
En una circunferencia se pueden determinar ángulos, tales como:

a. *Ángulo central:* Aquel que tiene su vértice en el centro y sus lados son dos radios de la circunferencia. La medida de un arco es la medida de su ángulo central correspondiente.



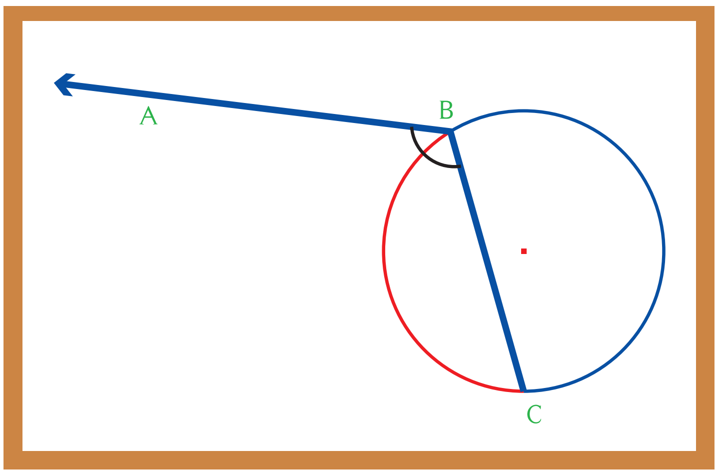
$\widehat{AOB}$ = medida del arco AB

b. *Ángulo inscrito:* Cuando su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son dos cuerdas de la circunferencia. Su medida es igual a la mitad del valor del arco que intercepta.

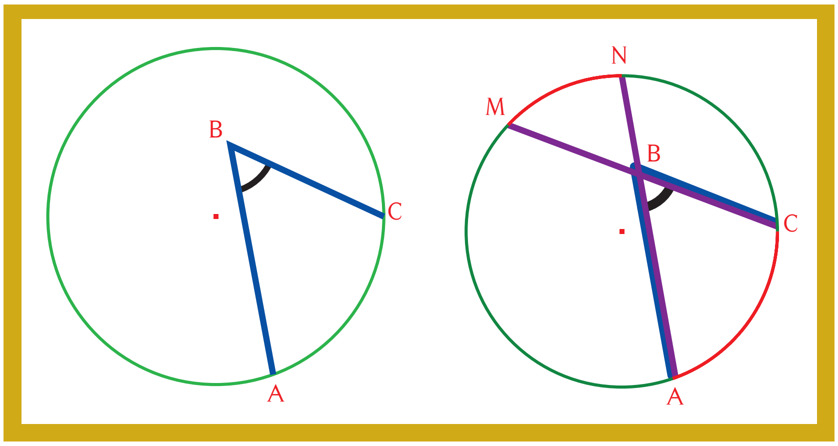


$\widehat{ABC} = \dfrac{\widehat{AC}}{2}$

c. *Ángulo semi-inscrito:* Cuando su vértice es un punto de la circunferencia y uno de sus lados es una cuerda y el otro lado es una semirrecta tangencial a ella.

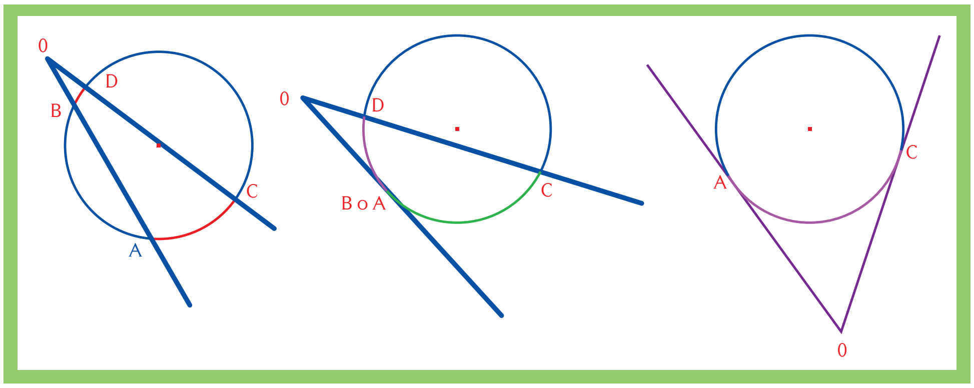


d. *Ángulo interior:* Cuando su vértice es un punto que está en el interior de la circunferencia y es distinto al centro. Mide la mitad del valor de la suma de las medidas de los arcos que abarcan la prolongación de sus lados.



$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{MN}}{2}$$

e. *Angulo exterior:* Cuando su vértice está en el exterior de la circunferencia sus lados pueden ser: dos secantes, una secante y una tangente o dos tangentes. Mide la mitad del valor de la diferencia de las medidas de los arcos que abarcan sus lados.



$$\widehat{A0C} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$$

C Ejercitación

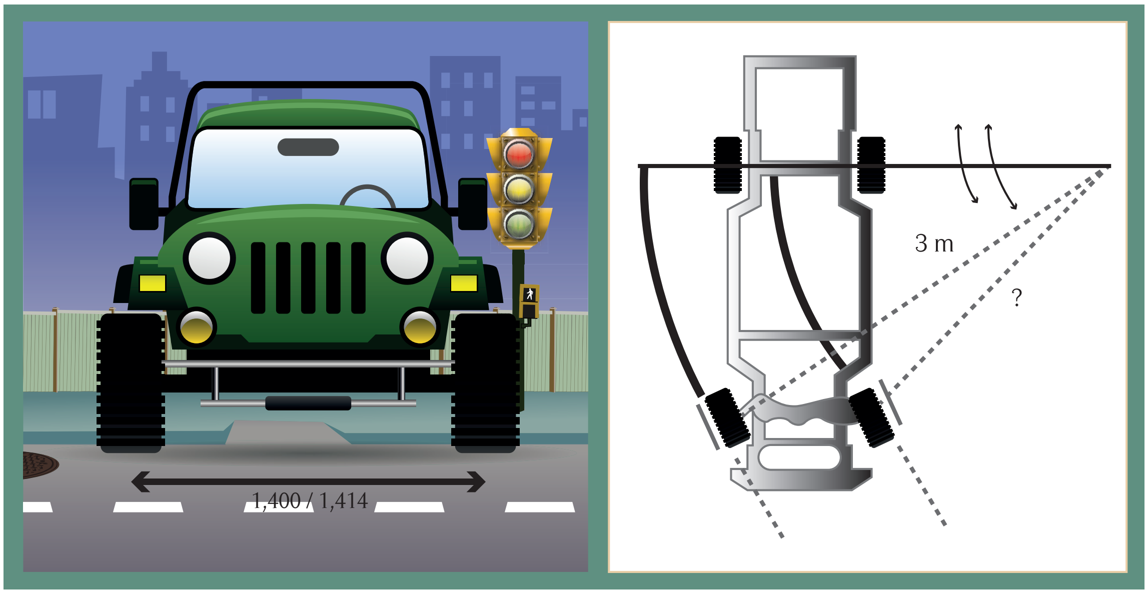
TRABAJO INDIVIDUAL

1. Leo los siguientes problemas y los resuelvo apoyándome con la calculadora:

   a. En un noticiero se informó que un temblor afectó las viviendas que se encontraban dentro de un radio de 10 Kilómetros de longitud al epicentro. ¿Qué área fue afectada por el temblor?

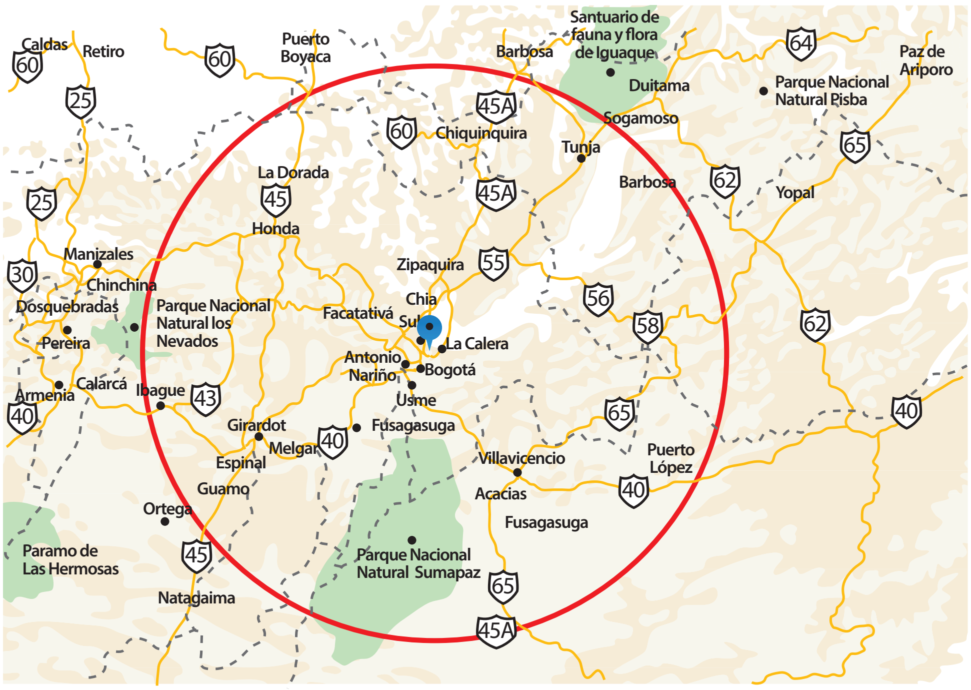
b. ¿Cuánto avanza la rueda de una bicicleta de 40 cm de diámetro cada vez que da una vuelta?

c. La longitud entre las ruedas delanteras de un automóvil es de 1,4 metros, cuando el automóvil gira a la izquierda completamente la rueda exterior forma una circunferencia de 3 metros de radio en el suelo, ¿qué radio tiene la circunferencia que forma la rueda interior en el mismo movimiento?



d. Una parabólica es diseñada para tener un radio de 1,5 metros en la parte exterior y donde se coloca la antena de señal tiene un radio de 20 cm. Determino el área de la parabólica limitada por las dos circunferencias y la medida de los ángulos inscritos.

e. El alcance de la señal de radio FM es de aproximadamente 120 kilómetros a la redonda, ¿con que área y perímetro cuenta la señal de radio para ser difundida?



f. Si la rueda de un automóvil tiene un radio de 30 cm, ¿cuánto recorre al dar una vuelta?, ¿ cuánto recorre al dar 30 vueltas?

TRABAJO EN EQUIPO

2. Escribimos en el cuaderno las siguientes situaciones y realizamos lo que se indica, utilizando una regla y un compás.

   a. Construimos una circunferencia de 2 cm de radio y trazamos cuatro líneas tangentes a ella en puntos diferentes.

b. Construimos una circunferencia cuyo ángulo central mida 60°.

c. Dibujamos tres circunferencias del mismo tamaño que sean tangentes entre ellas y trazamos segmentos de recta para unir los centros de las circunferencias.

d. Construimos una circunferencia y marcamos siete puntos distintos sobre ella, con ellos determinamos siete cuerdas. ¿qué tipo de polígono se forma?

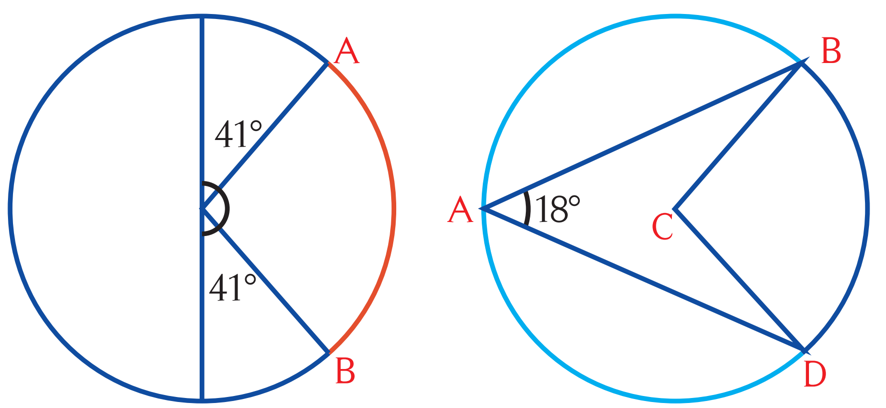
e. Dibujamos dos circunferencias concéntricas de tal manera que el radio de una sea el doble de la otra. Respondemos: ¿qué diferencias hay entre sus perímetros?, ¿qué se puede decir acerca de sus áreas? Calculemos el área de la región comprendida entre las dos circunferencias.

f. ¿Es posible construir dos circunferencias que se corten exactamente en tres puntos? Justificamos la respuesta.

g. Dibujamos dos circunferencias tangentes. Respondemos las siguientes preguntas:

¿Si una recta es tangente a una de ellas también es tangente a la otra?, ¿es posible encontrar una recta tangente a las dos circunferencias?

3. Determinamos las medidas que se solicitan en cada situación:



El arco $\overset{\frown}{AB}$ mide =

El arco $\overset{\frown}{BD}$ mide =
El ángulo $\overset{\frown}{BCD}$ mide =

4. Invitamos al profesor para que evalúe las actividades desarrolladas.

D Aplicación

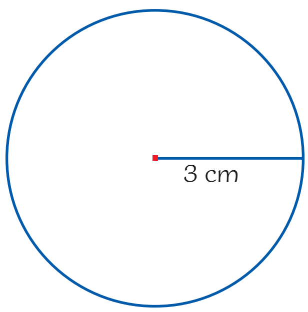
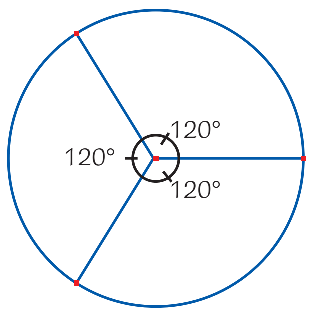
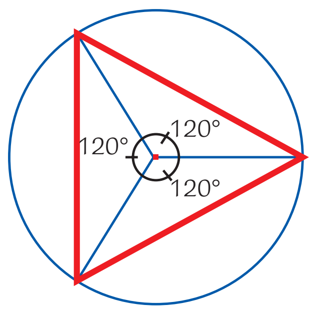
TRABAJO POR PAREJAS

1. Leamos atentamente el siguiente texto y seguimos las instrucciones en cada paso.

Polígonos Inscritos

Un polígono inscrito en una circunferencia es un polígono cuyos vértices son puntos de la circunferencia.

a. Realizamos los siguientes pasos para dibujar un triángulo equilátero en una circunferencia.

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Trazamos una circunferencia de 3 cm de radio.	Utilizamos el transportador y determinamos tres ángulos inscritos de 120°.	Los tres puntos que se determinan por los lados de los ángulos en la circunferencia son los vértices de un triángulo equilátero y trazamos el triángulo
		

b. Trazamos otra circunferencia del mismo radio que la anterior y determinamos 4 ángulos inscritos de la misma medida y realizamos el polígono correspondiente.

c. Dibujamos un hexágono inscrito en la circunferencia, ¿cuánto mide el ángulo inscrito?

2. *Averiguamos en internet otras formas de utilizar el compás para:*

   a. Construir un pentágono regular cuyo lado mide 5 cm.
   b. Construir dos tipos de nudos celtas.

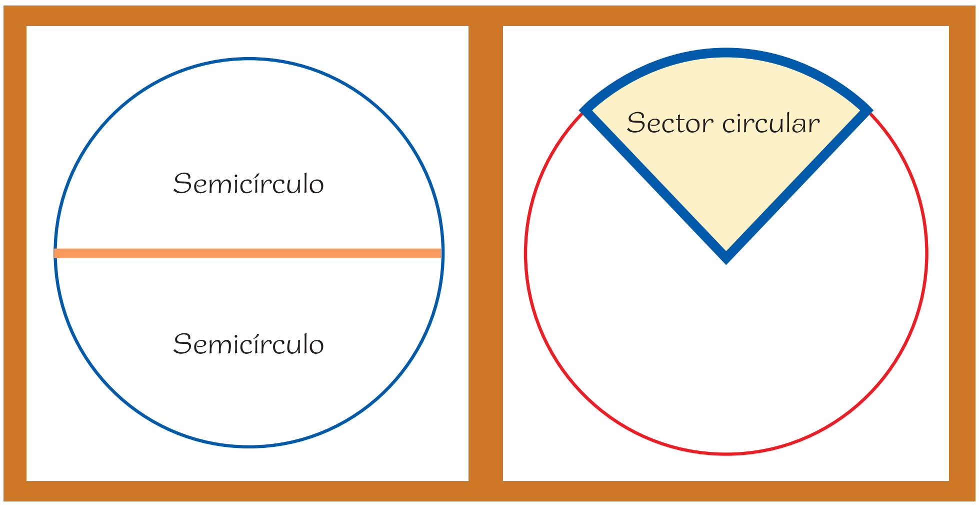
E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

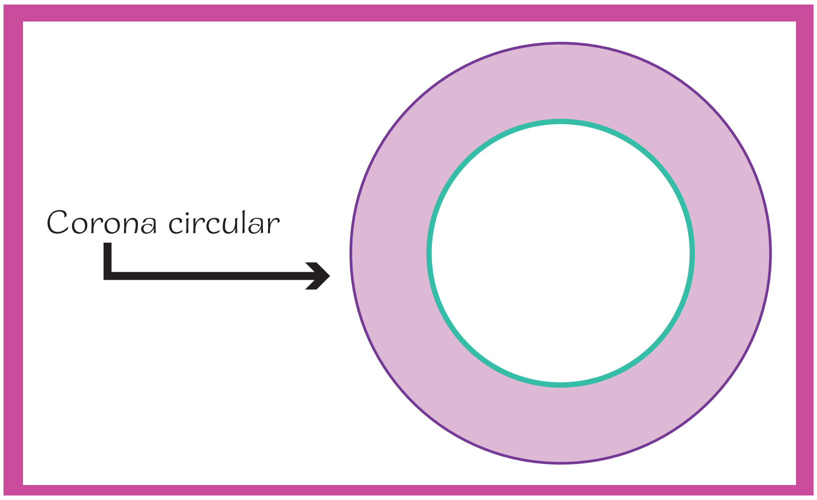
1. *Leemos sobre las regiones que se pueden determinar en el círculo y escribimos en nuestros cuadernos los aspectos más importantes.*

   Como ya se ha dicho, **el círculo** es la superficie plana enmarcada por la circunferencia.
   El diámetro divide al círculo en dos semicírculos.

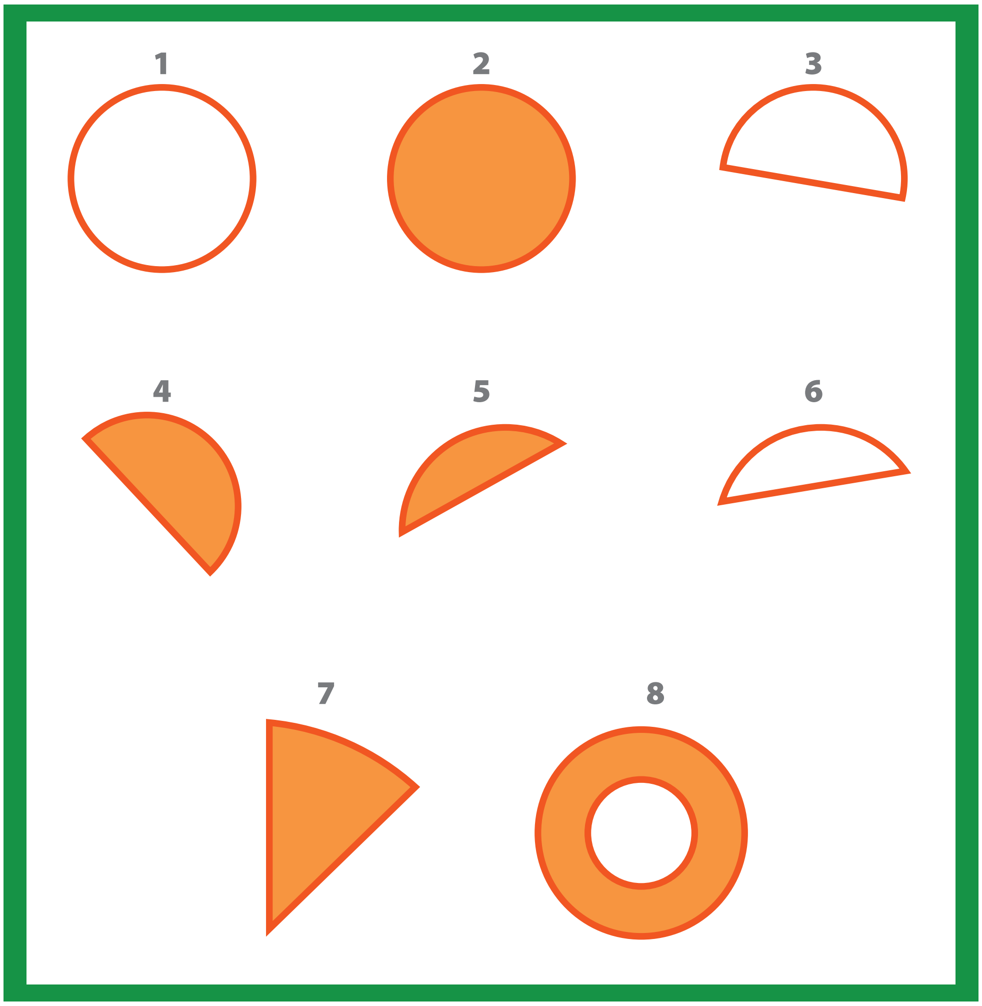
   La parte del círculo que se encuentra comprendida entre dos radios, se llama sector circular.



La corona circular es el espacio comprendido entre dos circunferencias concéntricas.



2. Dibujamos las siguientes figuras y le asignamos el nombre de la región correspondiente.



Evaluación por competencias

Selecciono la respuesta correcta y justifico la misma.

1. ¿Qué relación tienen dos rectas tangentes a una circunferencia si éstas se ubican en los extremos de un diámetro?

A. Son perpendiculares entre ellas.

B. Son paralelas.

C. Son secantes a la circunferencia.

D. Se cortan en un punto.

1

2. Si en el centro de una circunferencia trazamos dos radios perpendiculares, ¿qué relación tienen las rectas tangentes a la circunferencia que pasan por los extremos de dichos radios?

A. Son paralelas.

B. Son perpendiculares.

C. No tienen relación.

D. Son dos rectas continuas.

2

Dibujo las siguientes situaciones y resuelvo las preguntas.

3. Si dos circunferencias tienen radios de 3 cm y 5 cm respectivamente, y si la distancia entre sus centros es de 7 cm. ¿Qué relación tienen las circunferencias?

3

4. Si dos circunferencias son tangentes, ¿qué se puede decir acerca de la suma de los valores de sus radios y de la distancia entre sus centros?

4

5. Si se tiene en una circunferencia un diámetro perpendicular a una cuerda. ¿Qué se puede decir de la longitud de los segmentos que se establecen de esa intersección?

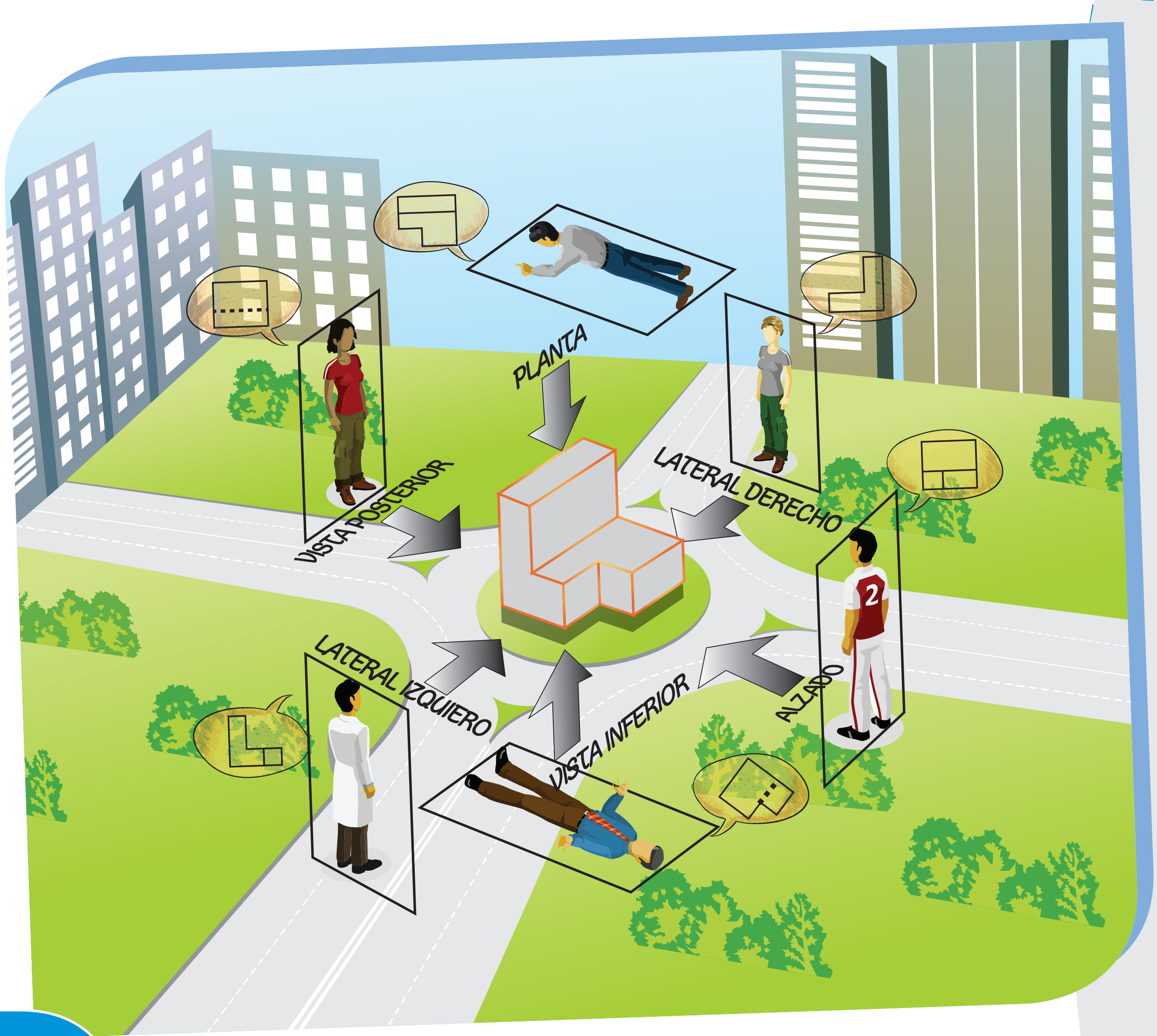
5

Glosario

- **Ángulo:** Amplitud formada en una superficie por dos líneas que parten de un mismo punto o también la formada en el espacio por dos superficies que parten de una misma línea.
- **Arco:** Porción continúa de una curva.
- **Centro:** Punto interior del círculo, del que equidistan todos los puntos de la circunferencia.
- **Circunferencia:** Curva plana, cerrada, cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.
- **Círculo:** Área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.
- **Compás:** Instrumento formado por dos piernas agudas, unidas en su extremidad superior por un eje para que puedan abrirse o cerrarse. Sirve para trazar circunferencias o arcos y tomar distancias.
- **Cuerda:** Segmento de recta entre dos puntos de un arco.
- **Inscrito:** Figura que está dentro de otra.
- **Posición relativa:** Posición en la que se encuentra una figura con respecto a otra.
- **Tangente:** Recta que toca a una curva o una superficie sin cortarla

Guía 5

Algunas representaciones de los objetos



Indicadores de Desempeño

Conceptual
Diferencia las propiedades de las figuras que se destacan en cada representación.

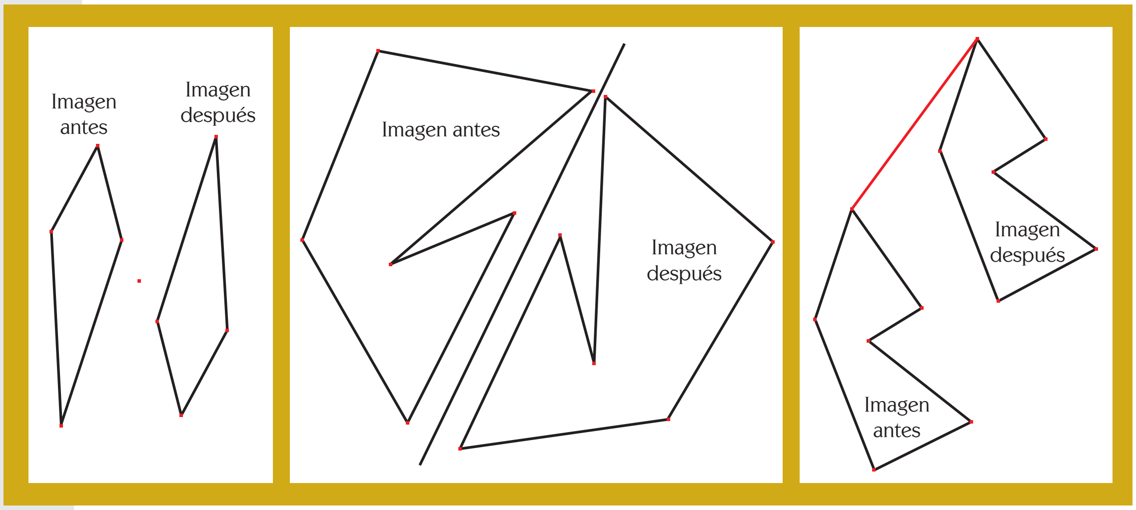
Procedimental
Utiliza instrumentos para dibujar las distintas vistas y sólidos.

Actitudinal
Valora el uso correcto de los instrumentos para dibujar figuras geométricas.

A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Recuerdo las transformaciones geométricas vistas en el grado sexto y señalo a partir de las siguientes imágenes, qué tipo de transformación se aplicó: rotación, traslación y/o reflexión. Explico el por qué de dicha transformación.



2. Realizo los siguientes sólidos en cartulina y dibujo la imagen que quedaría en un papel si dibujara una de sus caras:

   a. cubo
   b. prisma triangular
   c. pirámide cuadrangular

3. Contesto las siguientes preguntas:

   a. ¿Cómo son las formas de esas caras?
   b. ¿Cómo determiné el número de caras?

4. Traigo dos objetos de mi casa y dibujo lo que observe según la posición en donde me ubique.

TRABAJO POR PAREJAS

5. Socializo con mi compañero mi trabajo. Analizamos si nuestros sólidos están bien construidos y escribimos cómo se deben

usar los instrumentos en cada una de las construcciones.

6. Convocamos a nuestro profesor para compartir con él las actividades desarrolladas.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Solicitamos respetuosamente a un integrante del equipo dar lectura al siguiente texto y consignamos en el cuaderno los conceptos. Es importante tener en cuenta los dibujos que se irán graficando paso a paso. :

   De todos los objetos tridimensionales, podríamos tener varias vistas de lo que se ve cuando alguien está en determina posición.

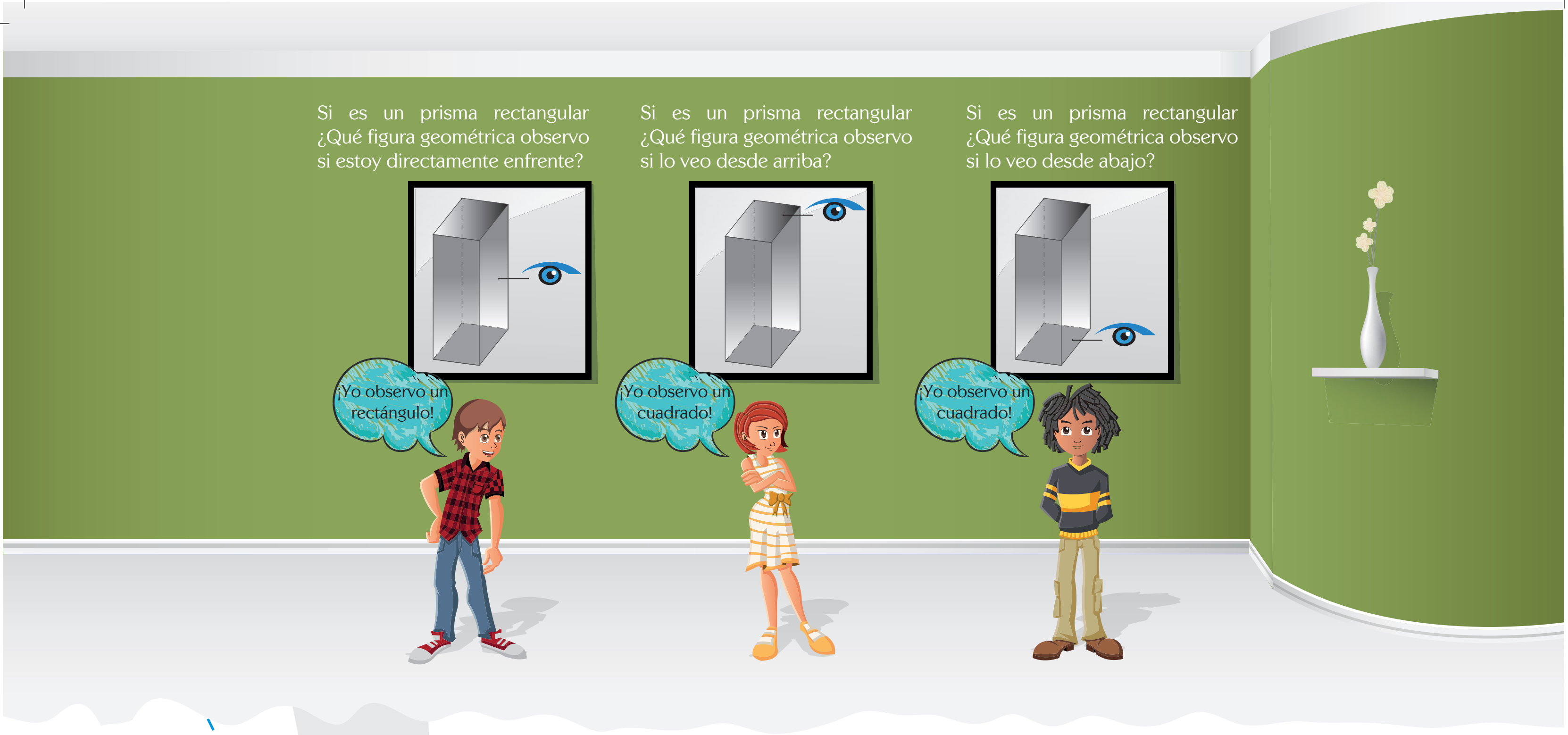
2. Realizamos un dibujo de lo que se vería de nuestro salón, al estar fuera de él, si:

   a. Estuviéramos como observadores en la parte superior.
   b. Estuviéramos como observadores en la parte derecha.

   De la mayoría de los objetos, a la humanidad le ha parecido pertinente tomar seis vistas éstos relacionadas con nuestro propio sistema corporal; es decir, lo que se ve desde arriba, lo que se ve desde abajo, lo que se ve desde lado derecho, lo que se ve desde el lado izquierdo, lo que se ve al frente y lo que se ve atrás. Cada una de las vistas son dibujos de figuras planas; es decir, no tienen perspectiva, como se muestra en la imagen inicial que acompaña esta guía.

3. De los sólidos que usamos en las actividades de vivencia dibujamos estas seis vistas.

   Al realizar las vistas de lo sólidos, encontramos similitudes entre lo que dicen los siguientes niños al observar un prisma cuadrangular:

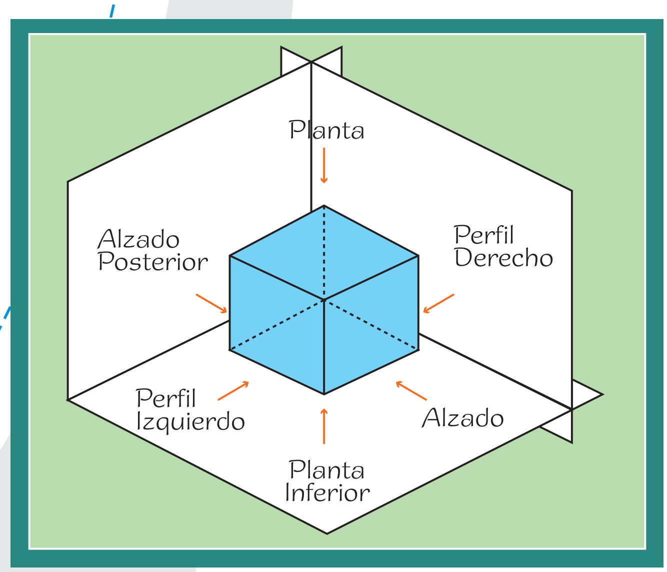


4. Contestamos las siguientes preguntas y justificamos:

   a. ¿Qué son las vistas con relación a cada uno de los sólidos?
   b. ¿Se puede afirmar que "las vistas son las mismas caras del sólido"?

5. Continuamos con la lectura y consignamos en el cuaderno, al igual que hacemos las formas que allí aparecen, empleando la regla y la escuadra.

Una de las disciplinas que trata el problema de las vistas de los objetos es el dibujo técnico que posee términos especializados para cada una de las vistas:

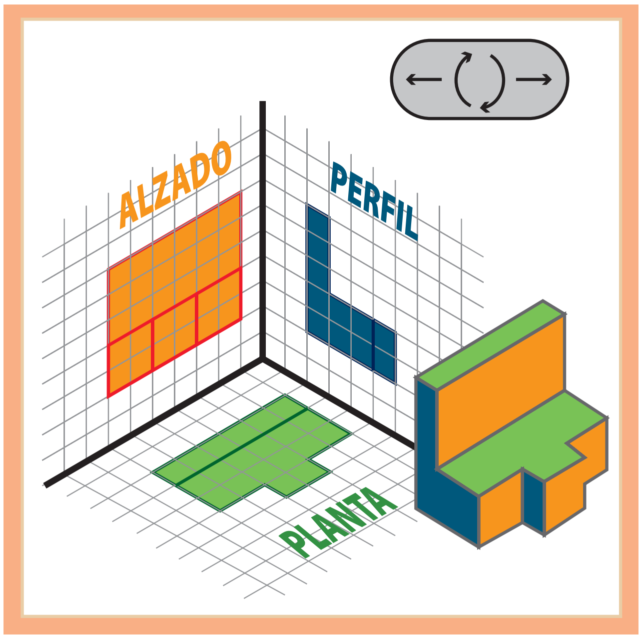


De acuerdo a la imagen **las vistas** son:
Vista A: vista de frente o alzado.
Vista B: vista superior o planta.
Vista C: vista izquierda o perfil izquierdo.
Vista D: vista derecha o perfil derecho.
Vista E: vista inferior o planta inferior.
Vista F: vista posterior o alzado posterior.

Como existen unas vistas que son iguales a otras, solo se definen tres que son: alzado o vista de frente, perfil o vista lateral y planta o vista superior.

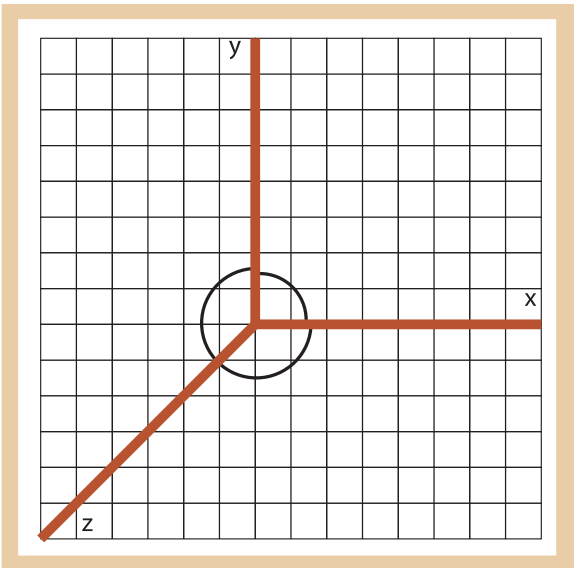
6. Respondemos de acuerdo a la imagen:

a. ¿Qué figura geométrica se forma en el alzado?
b. ¿Qué figuras geométricas se forman en la planta?
c. ¿Qué formas se obtienen de perfil?



Tenemos en cuenta los siguientes pasos:

Paso 1: trazamos los tres ejes x, y, z empleando la regla; dos perpendiculares y otro formando un ángulo de 135 grados.

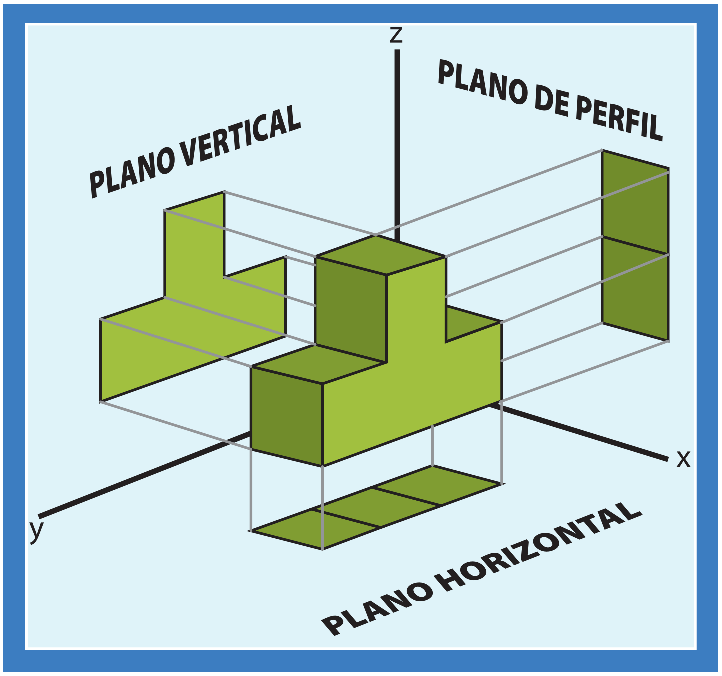


Paso 2: dibujar la figura en 3D en el plano de tres ejes, tal como aparece en la imagen.

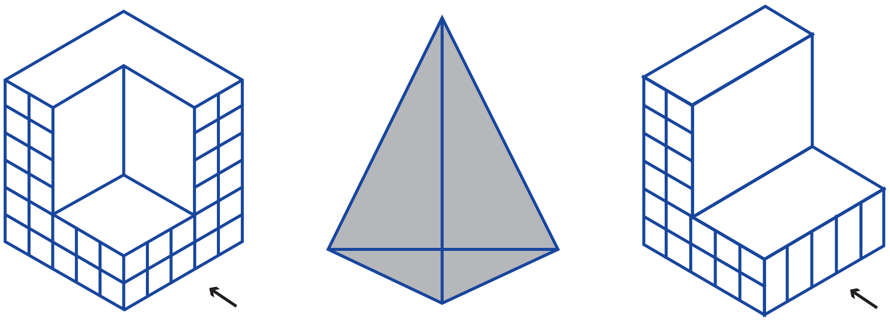
Paso 3: se trazan rectas paralelas por cada uno de los vértices de la figura.

Paso 4: en cada una de las paredes se construye la vista correspondiente al perfil, alzado y planta.

Los instrumentos que se requieren para realizar los segmentos perpendiculares son las escuadras. La calidad de la imagen depende de los trazos y las precisiones de las medidas.

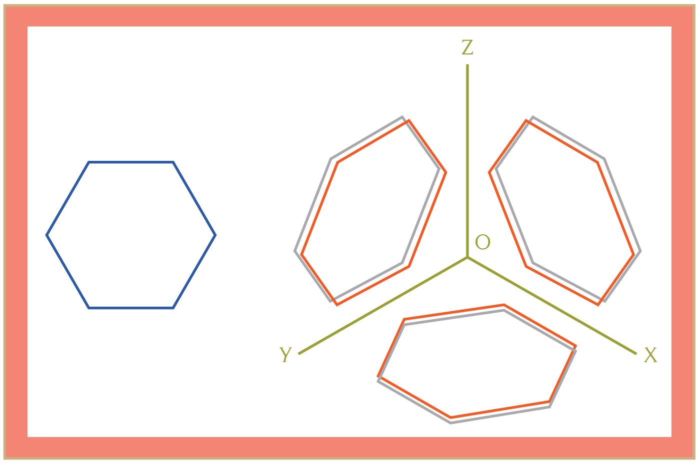


7. Dibujamos las tres vistas de los siguientes objetos:



TRABAJO INDIVIDUAL

8. Explico por qué estas vistas son iguales. ¿Cuál puede ser el posible sólido que tiene esas vistas?

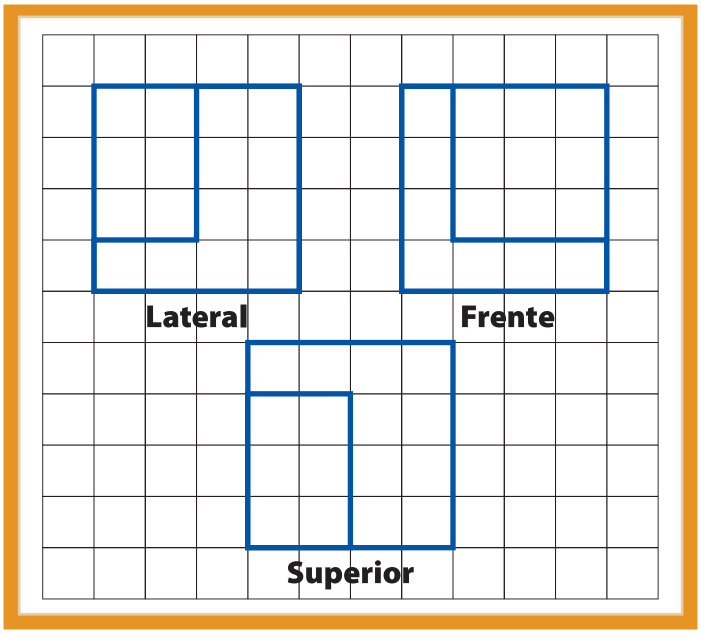


9. Dibujo las vistas alzado, perfil y planta de cada uno de los siguientes objetos:

   a. El tablero del salón.
   b. La mesa de trabajo.
   c. La caneca de la basura.

10. A partir de sus vistas, construyo el objeto tridimensional:

11. Convoco a mi profesor y le comparto las actividades desarrolladas para que valore mis aprendizajes.



D Aplicación

CON MI FAMILIA

1. Elaboramos las vistas de cinco objetos que están en la casa.
2. Explico a mis familiares la importancia de usar instrumentos para este tipo de trabajos. Escribo en mi cuaderno las explicaciones.
3. Describimos los polígonos que más se repiten en los objetos de nuestras casas.

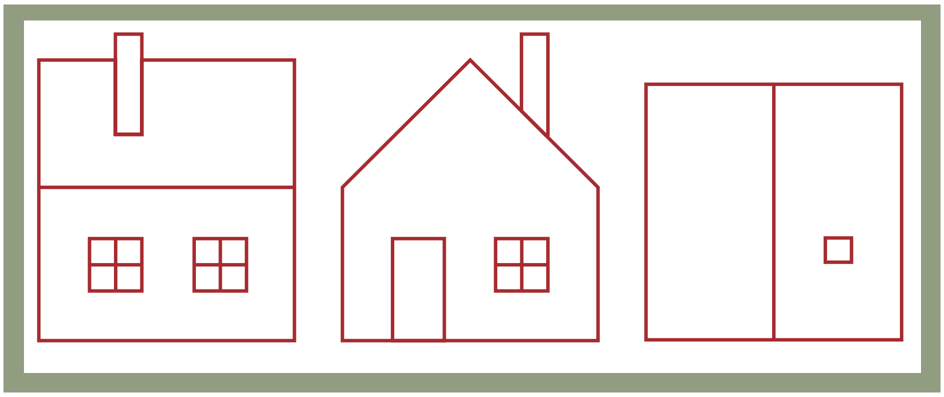
TRABAJO EN EQUIPO

4. Realizamos una exposición de estas imágenes y las clasificamos por sus funciones. Determinamos sus características a nivel de medidas y de formas.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Empleando cartón paja, temperas y bisturí, diseñamos la maqueta de una casa, elaborando cada una de sus vistas, tal como se presenta en la imagen.



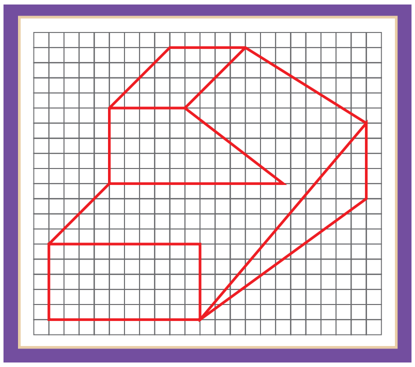
2. Aprovechamos los espacios del salón para exponer las diferentes maquetas y le solicitamos a nuestro profesor valorar la actividad desarrollada.
3. Reflexionamos sobre el uso de materiales e instrumentos para la creación de modelos físicos.

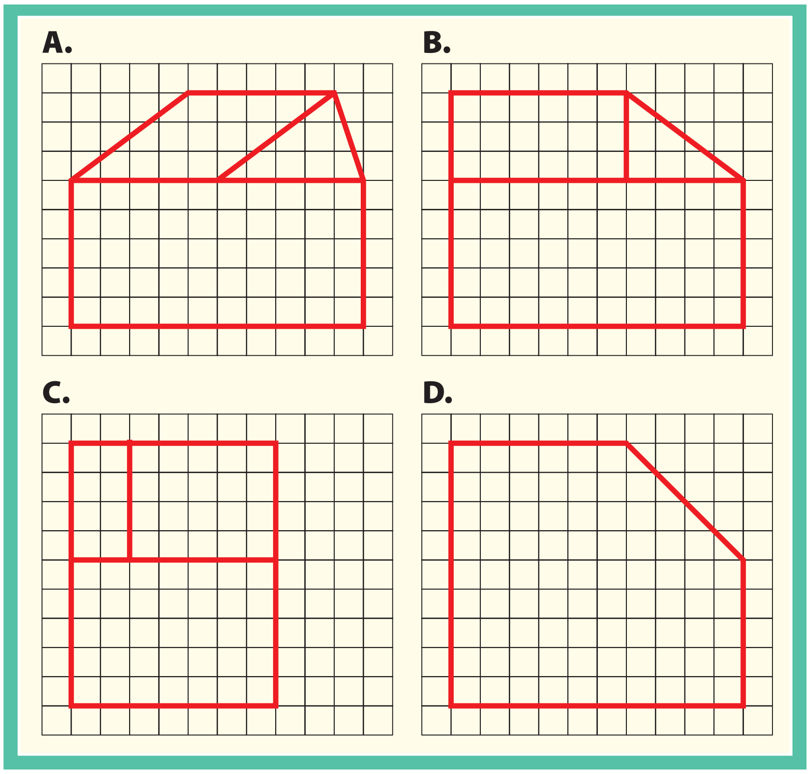
Evaluación por competencias

De acuerdo con la siguiente situación, contesto las preguntas 1, 2 y 3.

Una empresa de metalmecánica requiere construir la siguiente pieza:

1. La vista de planta es:





2. Si la vista superior requiere una lámina de 48 m^2, ¿cuál es el área que requiere mínimo una de las vista de perfil?

A. 40 m^2

B. 20 m^2

C. 10 m^2

D. 12 m^2

2

3. Una de las características geométricas que requiere las vistas es:

A. Definir las paralelas.

B. Determinar la ubicación del observador.

C. El uso de instrumentos.

D. El uso de los colores.

3

4. Dibujo tres sólidos distintos que tengan sus vistas iguales.

4

5. Dibujo tres sólidos cuyas seis vistas son las mismas caras que lo conforman.

5

Glosario

- **Isométrica:** Constituye una representación visual de un objeto tridimensional en dos dimensiones, en la que los tres ejes ortogonales principales, al proyectarse, forman ángulos de 120°, y las dimensiones paralelas a dichos ejes se miden en una misma escala.

- **Paralelo:** Relación de dos o más rectas o planos que equidistan entre sí y que por más que se prolonguen no pueden encontrarse.

- **Paralelismo:** Cualidad de paralelo entre objetos.

- **Perspectiva:** Es un ángulo que tiene el observador para realizar una representación gráfica de un objeto.

- **Plano** Representación esquemática en dos dimensiones y a determinada escala de un terreno, una población, una máquina, una construcción, etc.

- **Proyección** Figura que resulta en una superficie de proyectar en ella todos los puntos de un sólido u otra figura.

Guía 6

Aprendamos algo más sobre los ángulos

Indicadores de Desempeño

conceptual

Establece las clasificaciones que se le pueden hacer a un ángulo.

Procedimental

Encuentra soluciones a diferentes situaciones planteadas a través de la utilización del sistema de medida sexagesimal.

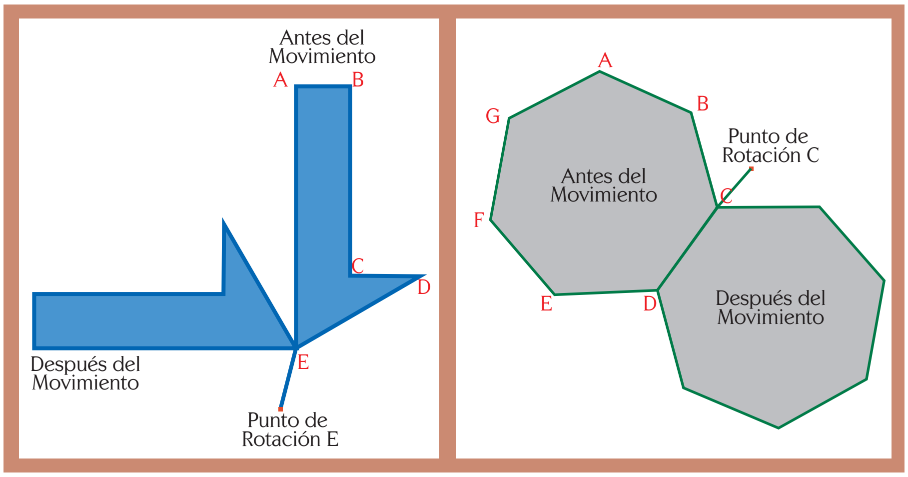
Actitudinal

Valora la importancia de los instrumentos de medida y de su correcta utilización.

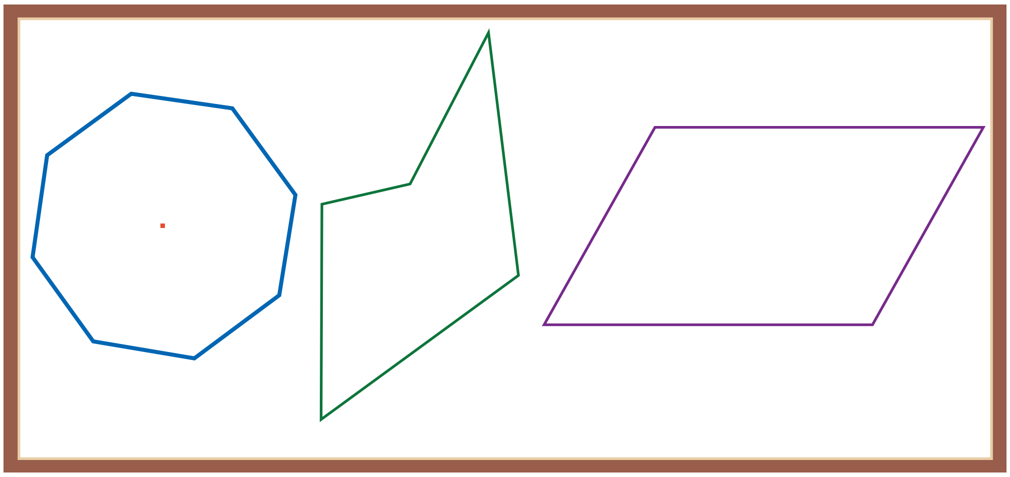
A Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. *Analizo cada imagen y determino el ángulo de giro de la transformación geométrica que se muestra de la figura:*



2. Determino en los siguientes polígonos con color rojo los ángulos internos y con color verde los ángulos externos. Clasifico los polígonos según el criterio de equiángulos y no equiángulos.



3. Recuerdo que la rotación de la tierra determina el día y la noche.

   a. ¿Cuántos grados debe rotar la tierra para que transcurra una hora?
   b. ¿Cuántos grados rota la tierra para que trascurran 24 horas?

TRABAJO POR PAREJAS

4. Comparamos los procedimientos y corregimos si es necesario.

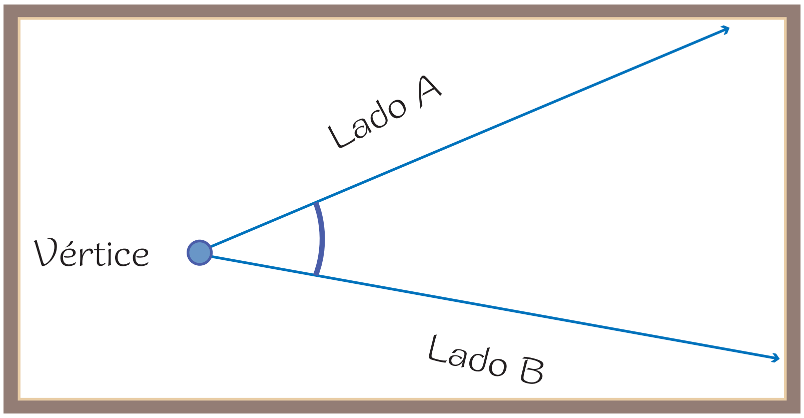
5. Invitamos al profesor para que revise las actividades desarrolladas.

B Fundamentación Científica

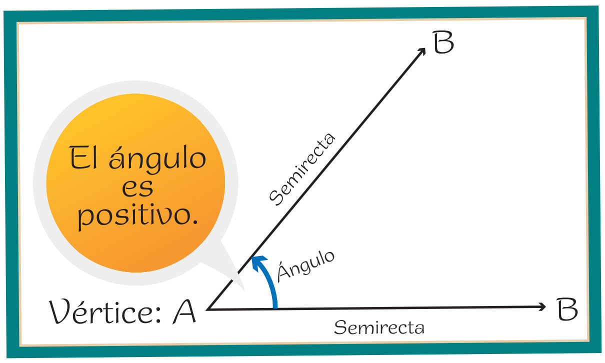
TRABAJO EN EQUIPO

1. Le solicitamos respetuosamente a un integrante del equipo que lea el siguiente texto y consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes.

Un ángulo se define como una parte del plano que está limitada por dos semirrectas o rayos que tiene el mismo origen.

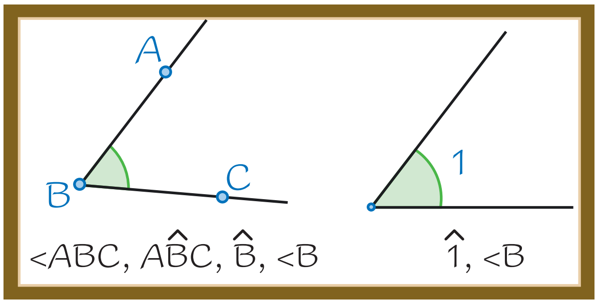


Otra manera de entender el ángulo es el giro de una semirrecta alrededor de un punto fijo.Este giro se caracteriza porque establece una amplitud y dirección.; es decir, se considera negativo si el giro es en el sentido de las agujas del reloj y positivo en caso contrario.



Es importante aclarar que las semirrectas se le llaman lados de un ángulo y el punto de origen común se llama vértice. Los símbolos que se utilizan para notar un ángulo son: <, o ˆ acompañados por letras del alfabeto griego, letras mayúsculas del alfabeto latino o números.

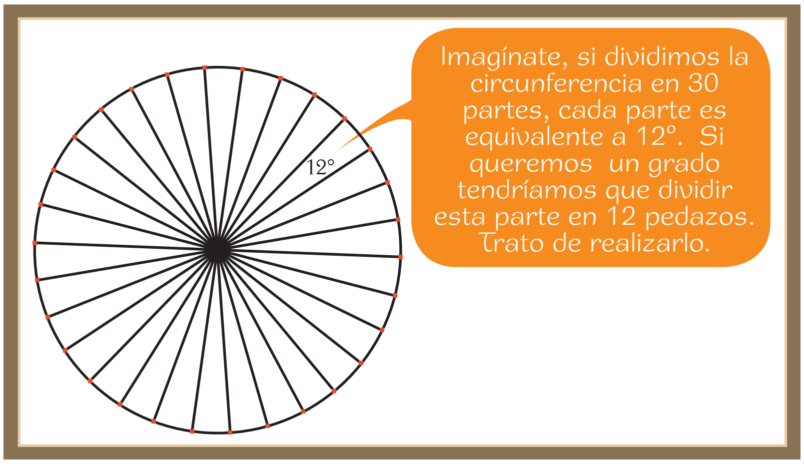
Ejemplos:



Medida de ángulos

De la misma manera en que se pueden medir la longitud de un segmento, es posible medir del ángulo su amplitud. Uno de los sistemas que se utiliza es el ***sistema sexagesimal.***

Este sistema consiste en dividir la circunferencia en 360 partes y cada una ellas se denomina grados(°).
Por ejemplo, una amplitud de 360° corresponde a una vuelta completa o un giro cuyo inicio y final coinciden.



Si se requiere más precisión, se divide cada uno de los grados en 60 partes y cada parte se denomina **minuto**. Para simbolizar un minuto se escribe 1’

$$1° = 60'$$

Asímismo, cada minuto se divide en 60 partes y cada parte se denomina **segundo**. Para simbolizar un segundo se escribe 1”

$$1' = 60''$$

Podemos expresar una medida angular como:
<A= 30° 15’ 45” y se lee *“el ángulo mide treinta grados, quince minutos y cuarenta y cinco segundos”*

A la vez, se expresa la medida del ángulo en términos de una de las unidades como grados, minutos o segundos.

Ejemplo 1

Expresamos la medida del ángulo a segundos:

<A= 30º 15’ 45’’

Paso 1: pasamos los 30º a segundos.

Para ello, utilizamos lo aprendido de proporcionalidad con relación al método 3, que se basa en establecer una razón:

$$30° \times \frac{60'}{1°} = 1800' \qquad 1800' \times \frac{60''}{1'} = 108000''$$

Es decir que 30º es lo mismo que 108 000’’.

Paso 2: pasamos 15’ a segundos:

$$15' \times \frac{60''}{1'} = 900''$$

Es decir que 15’ es lo mismo que 900’’

Paso 3: sumamos los segundos que tenemos:

108 000’’+ 900’’ + 45’’ = 108 945’’

<A= 30º 15’ 45’’ esta medida es equivalente a que <A= 108 945’’, entonces:

30º 15’ 45’’ = 108 945’’

Ejemplo 2

Expresamos en minutos, grados y segundos la medida del ángulo.

<B = 125 458’’

Paso 1: pasamos los 125 458 segundos a minutos.

```
125458” | 60
  545   | 2090’
   58
```

Los segundos que sobran

El cociente es el número de minutos que se obtiene de 125458”.

Paso 2: pasamos los 2 090’ minutos a grados.

```
2090’ | 60
 290  | 34
  50
```

Los minutos que sobran

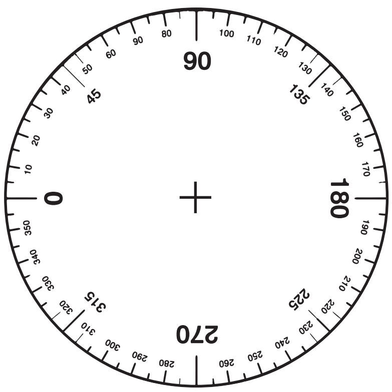
El cociente es el número de grados que se obtiene de 2090’.

<B = 125 458'' esta medida es equivalente a <B = 34° 50' 58".
Entonces 125 458'' = 34° 50' 58".

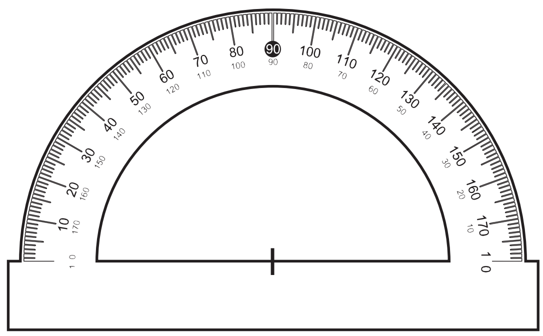
Con estas medidas de ángulos se pueden realizar las operaciones de adicción y sustracción. Estudiamos los siguientes ejemplos y observamos que se cambia cada unidad por 60:

Ejemplo 3	Ejemplo 4
Si <A= 30° 40' 52" y <B= 10° 16' 46" Entonces <A + <B 30° 40' 52" × 10° 16' 46" 40° 56' 98" Como 98"= 60" + 38" = 1' + 38" Es decir, que el resultado es: 40° 57' 38"	Si <A= 42° 30' 12" y <B= 11° 15' 21" Entonces <A – <B 42° 30' 12" –11° 15' 21" Como 12" no le puedo quitar 21", necesito cambiar un minuto a segundos, entonces se tiene que: 42° 30' 12" = 42° 29' 72" Luego, la resta queda: 42° 29' 72" –11° 15' 21" 31° 14' 51" Es decir, que el resultado es: 31° 14' 51"

El instrumento más utilizado para medir ángulos es el **transportador**. Existe en el mercado de 360° y de 400°. El que más se utiliza es el de 360° y el semicírculo de 180°.

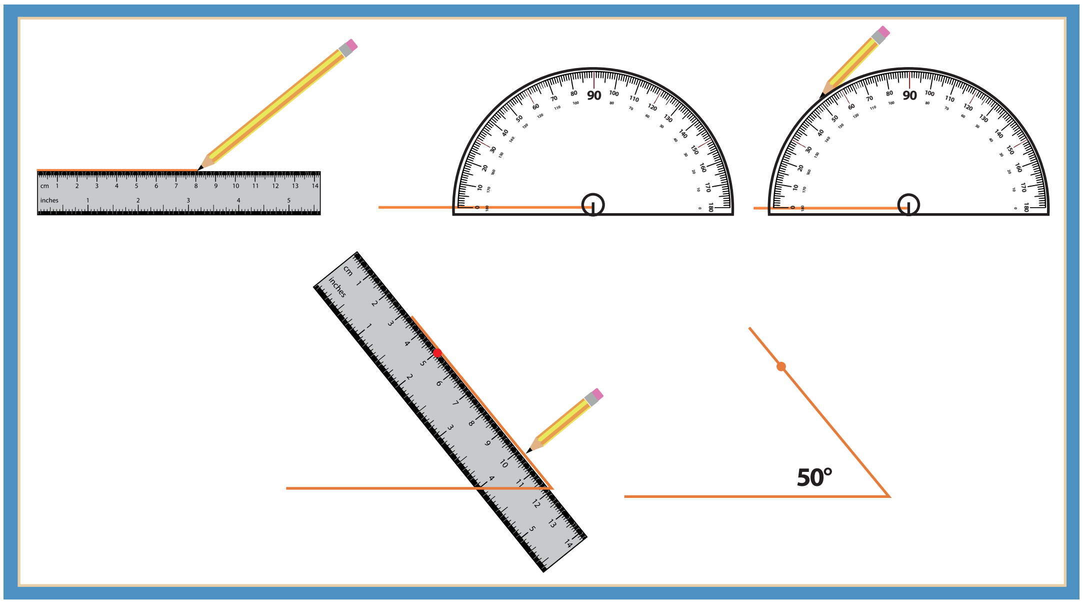


Tranportador de 360°.

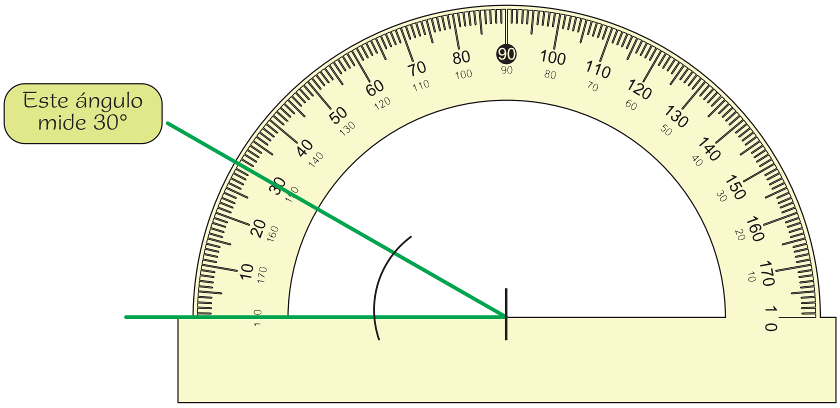

Tranportador de 180°.

El transportador se emplea para:

a. Trazar un ángulo en grados, se sitúa el centro del transportador en lo que será el vértice del ángulo y se ubica cero (0°) sobre el lado inicial. Luego se marca el ángulo con la medida deseada y se traza el lado final del ángulo desde el vértice hasta el punto marcado.



b. Medir un ángulo, se alinea el lado inicial del ángulo con 0° del transportador y se ubica el lado final del ángulo sobre el transportador, posteriormente, se lee el grado que indica.

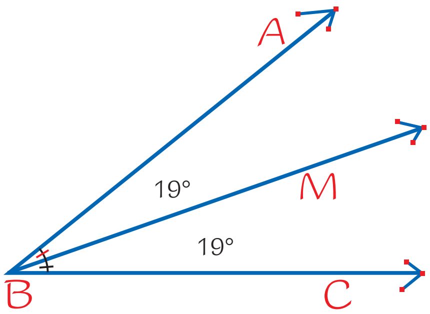


Congruencia de ángulos

Dos ángulos son congruentes si tienen la misma medida.

Bisectriz de un ángulo

La bisectriz de un ángulo es la semirrecta que pasa por el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos congruentes.

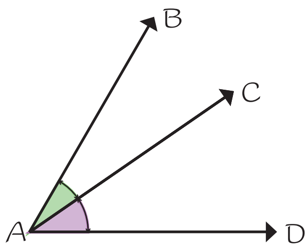


<ABC mide 38º y la bisectriz es la semirrecta $\overleftrightarrow{BM}$ que genera dos ángulos congruentes <ABM = <MBC

Clasificación de los ángulos

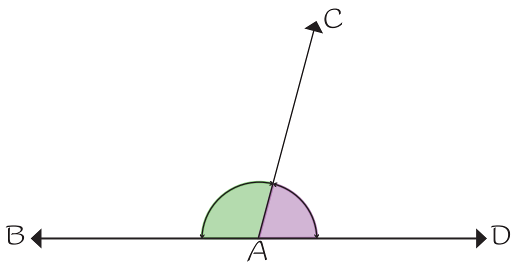
a. Según su posición

Consecutivos: Dos ángulos consecutivos son aquellos que comparten un vértice y un lado.



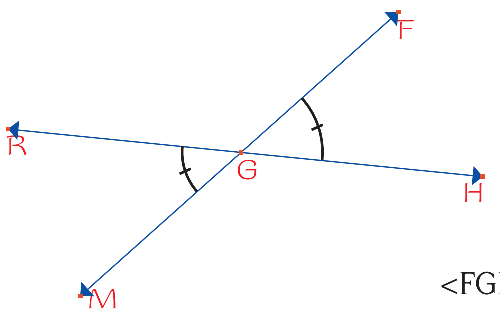
<BAC es consecutivo a <CAD

Adyacentes: Son dos ángulos consecutivos y los lados no comunes forman una línea recta.



<BAC es adyacente a <CAD

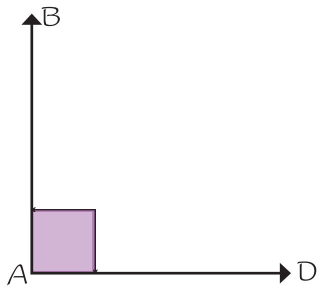
Opuestos por el vértice: Son dos ángulos que comparten el mismo vértice y los lados de un ángulo son las prolongaciones de los lados del otro ángulo.



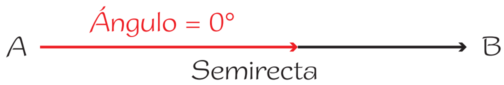
<FGH es el ángulo opuesto de <RGM

b. Según su medida

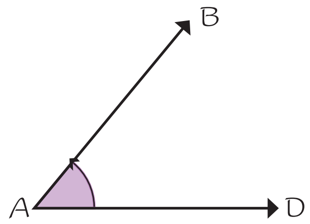
Recto: Un ángulo recto es aquel que mide 90°.



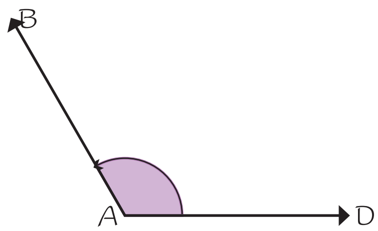
Nulo: Es un ángulo que mide 0°.



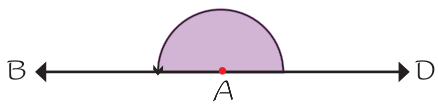
Agudo: Es un ángulo que mide menos de 90° y más de 0°.



Obtuso: Es un ángulo que mide más de 90° y menos de 180°.

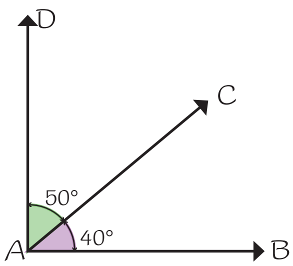


Llano: Es un ángulo que mide 180°.



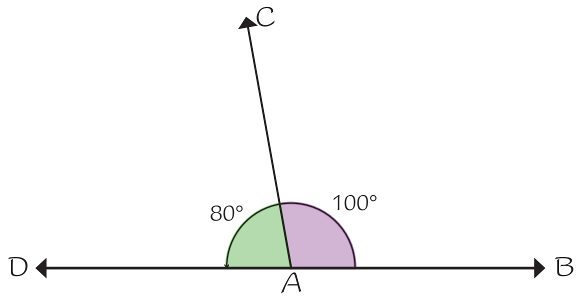
c. Según relaciones de medidas.

Complementarios: Son dos ángulos que al sumar sus medidas da 90°.



<DAC+ <CAB = 90°

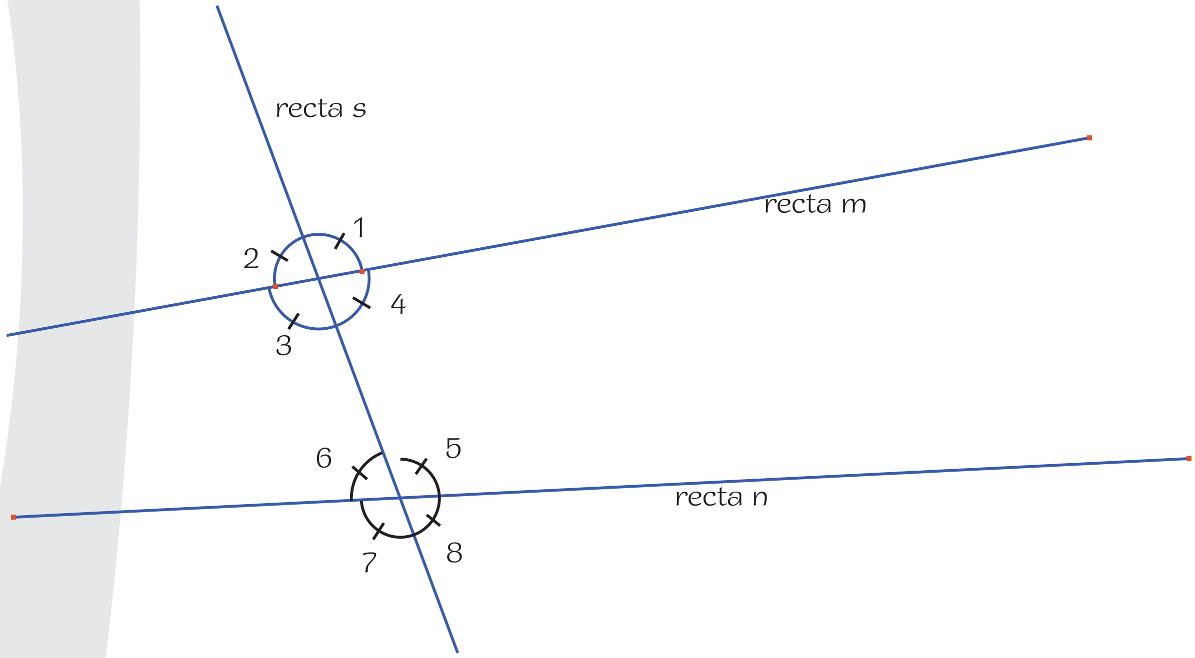
Suplementarios: Son dos ángulos que al sumar sus medidas da 180°.



<DAC+ <CAB = 180°

d. Ángulos entre dos rectas cortadas por una tercera

Cuando se tiene dos rectas que la corta una recta secante, se determinan ocho ángulos. Estos ángulos reciben nombres especiales según la posición que tienen,



Colaterales: Son los que están al mismo lado de la secante. De acuerdo a la figura serían: $\hat{1}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$ y $\hat{8}$ por un lado y $\hat{2}$, $\hat{3}$, $\hat{6}$ y $\hat{7}$ por el otro.

Internos: Son los que están entre las rectas. De acuerdo a la figura serían: $\hat{3}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$ y $\hat{6}$.

Externos: Son los que están fueras de las rectas. De acuerdo a la figura serían $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{7}$ y $\hat{8}$.

Existen parejas de ángulos que se establecen a través de las siguientes condiciones:

Alternos internos: Son parejas que cumplen las condiciones a) no son colaterales, b) son internos y c) no son adyacentes. De acuerdo a la figura serían: $\hat{3}$ y $\hat{5}$; y, $\hat{4}$ y $\hat{6}$

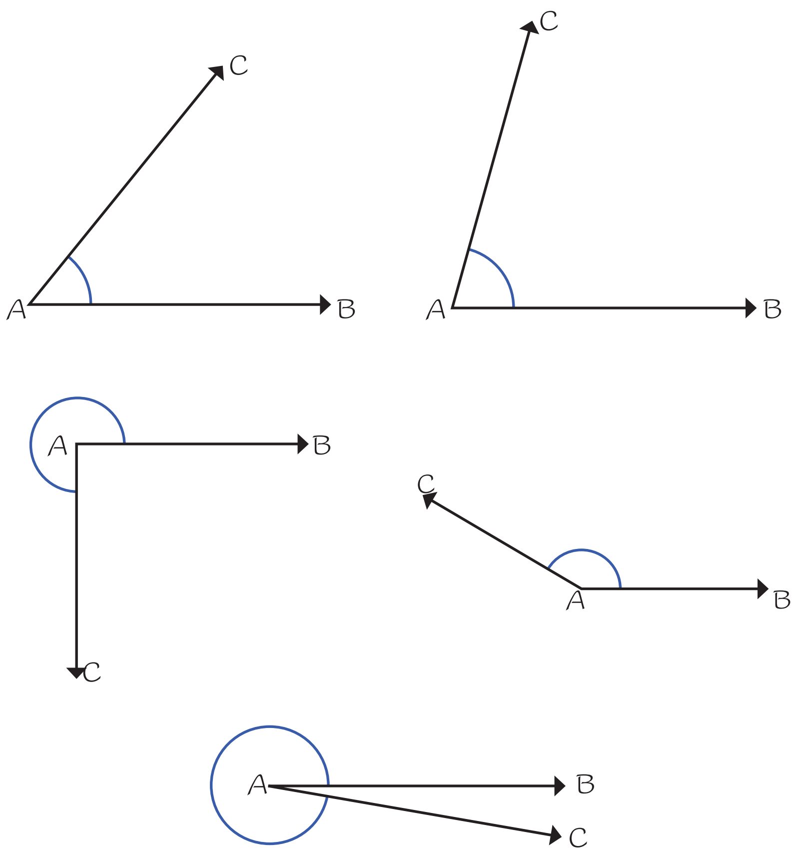
Alternos externos: Son parejas que cumplen las condiciones: a) no son colaterales, b) son externos y c) no son adyacentes. De acuerdo a la figura serían:
$\hat{2}$ y $\hat{8}$; y, $\hat{1}$ y $\hat{7}$

Correspondientes: Son parejas que cumplen las condiciones a) son colaterales, b) uno externo y otro interno y c) no son adyacentes. De acuerdo a la figura serían: $\hat{1}$ y $\hat{5}$; y, $\hat{4}$ y $\hat{8}$; $\hat{2}$ y $\hat{6}$; y, $\hat{3}$ y $\hat{7}$

C Ejercitación

TRABAJO POR PAREJAS

1. Medimos los siguientes ángulos utilizando el transportador y luego los dibujamos en el cuaderno



2. Dibujamos los siguientes ángulos utilizando el transportador y luego graficamos su correspondiente bisectriz.

   a. 30°

   b. 45°

   c. 170°

   d. 120°

   e. 210°

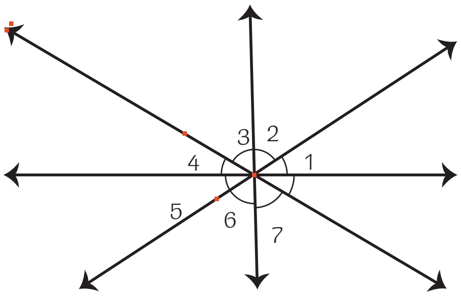
3. Resolvemos las siguientes preguntas:

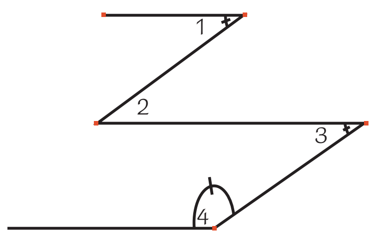
   a. ¿Cuántos giros completos se deben dar para llegar a 1 080°?

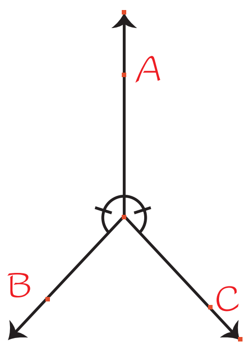
   b. ¿Cuántos giros completos y cuántos grados son necesarios para llegar a 450°?

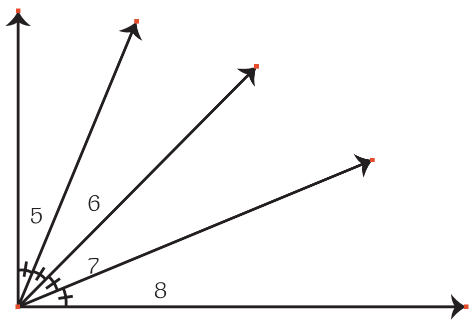
   c. Construimos un ángulo de 150°, luego construimos sobre el último lado un ángulo de 270° ¿Cuántos grados se avanzó en total?

4. Determinemos cuáles ángulos son adyacentes, congruentes y consecutivos en cada una de las figuras:









5. Completamos los siguientes enunciados:
   a. Si $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son complementarios y $\hat{\alpha} = 40°$ entonces $\hat{\beta}$= __________.
   b. Si $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son suplementarios y $\hat{\alpha} = 120°$ entonces $\hat{\beta}$= __________.
   c. Si $\hat{y}$ y $\hat{z}$ son adyacentes y $\hat{y} = 75°$ entonces $\hat{z}$= __________.

6. Invitamos al profesor con el fin de que evalúe las actividades desarrolladas.

D Aplicación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente las siguientes situaciones y las desarrollamos en el cuaderno

   a. Daniel invitó algunos de sus compañeros para celebrar su cumpleaños. Sus padres le compraron un pastel de forma circular y Daniel desea calcular el valor del ángulo central que debe tener cada pedazo, de tal manera que se pueda partir en partes iguales.

Completamos la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de compañeros que asisten a su cumpleaños y el ángulo que debe tener cada porción de pastel.

Compañeros	4	5	6	9	10
Ángulo					

   b. ¿Cuántos grados avanzó el minutero del reloj? si:
   - ✓ Cambió de 15 minutos a 45 minutos.
   - ✓ Avanzó de 5 a 55 minutos.
   - ✓ Pasó de 25 a 40 minutos.
   - ✓ Avanzó de 45 minutos a 30 minutos.
   - ✓ Cambió de 10 a 15 minutos.

2. Buscamos en internet sobre:

   a. Los instrumentos: goniómetro y transportador de 400°. ¿Cómo y para qué se utilizan?

   b. Páginas web que nos permitan interactuar sobre los ángulos y encontrar algunas propiedades. Las anotamos en el cuaderno.

3. De acuerdo a las medidas de los ángulos:

<A= 130° 5’ 36”
<B= 25° 34’ 54”
<C= 50° 54’ 20”,

Realizamos las siguientes operaciones:

<A + <B	<A + <C	<B + <C
<A — <B	<A — <C	<C — <B

4. Socializamos con nuestro profesor las actividades desarrolladas para que las evalúe.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos atentamente la siguiente información y anotamos los aspectos más importantes en el cuaderno.

$$S = 180° \times (n - 2)$$

La relación que existe entre un polígono de n lados y la suma S de los ángulos interiores es
Donde S es el valor de la suma y n es el número de lados del polígono.

Así, para un triángulo, sería:
$S=180° \times (3-2) = 180° \times 1= 180°$.
La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.

Para un cuadrilátero sería:
$S=180° \times (4-2) = 180° \times 2= 360°$.
La suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360°.

Recordemos que un polígono regular es equiángulo y equilátero, con la anterior fórmula podemos determinar cuánto vale la suma y el valor de cada ángulo.

a. Determinamos el valor de la suma de los ángulos internos y el valor de cada uno en los siguientes polígonos:

- ✓ Pentágono regular.
- ✓ hexágono regular.
- ✓ Octágono regular.
- ✓ Decágono regular.

2. Realizamos las siguientes construcciones geométricas con las indicaciones dadas. Medimos la longitud de los lados y de los ángulos de cada una:

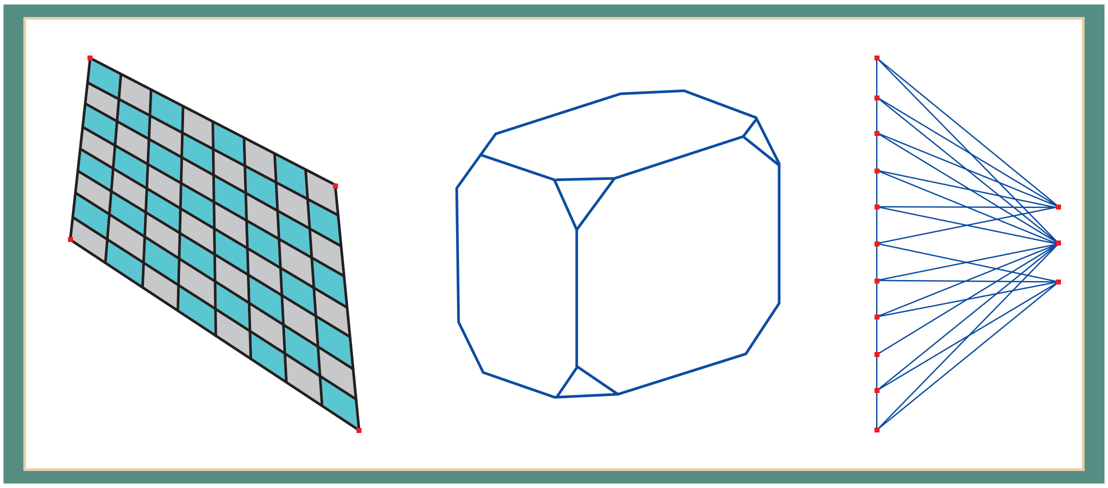
   a. Un cuadrilátero en el que dos de sus ángulos opuestos midan 80°.

   b. Un pentágono regular en el que cada uno de sus lados mida 4 centímetros.

   c. Un triángulo equilátero en el que cada lado mida 6,5 cm.

   d. Un hexágono regular en el que cada uno de sus lados mida 2,5 centímetros.

   e. Realizamos las siguientes construcciones en un octavo de cartulina:

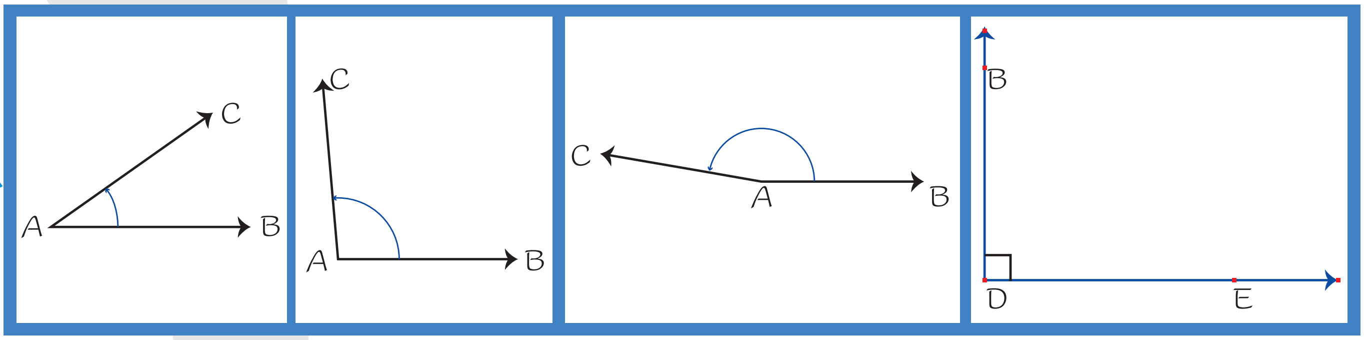


3. Compartimos con el profesor los ejercicios desarrollados.

Evaluación por competencias

1. El ángulo que es agudo es:

A. B. C. D.



2. El enunciado que es correcto es:

A. Una semirrecta mide 50 cm.

B. Dos ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

C. Dos ángulos suplementarios miden 90°.

D. Dos ángulos adyacentes son alternos.

2

3. Determino si los siguientes enunciados son falsos (f) o verdaderos (v). Justifico la respuesta.

A. Todos los ángulos consecutivos forman un ángulo recto. ( )

B. Todos los ángulos adyacentes forman un ángulo llano. ( )

C. Todos los ángulos adyacentes son suplementarios. ( )

D. Todos los ángulos adyacentes son complementarios. ( )

3

4. Respondo las siguientes preguntas y las justifico:

A. Si se traza la bisectriz de un ángulo llano, ¿qué clase de ángulos se forman?

B. Si se tienen dos rectas paralelas que las corta una secante, ¿cuáles ángulos son congruentes?

C. ¿Cuántos ángulos rectos se pueden obtener de un ángulo de 360°?

4

5. Hallo el suplemento de la suma de los <A + <B, si: <A = 43° 16’ 23” y <B=40° 8’ 6”

5

Glosario

- **Latino:** Perteneciente o relativo a la lengua latina.
- **Griego:** Se dice de la lengua indoeuropea hablada en Grecia y áreas vecinas
- **Sexagesimal:** Se dice del sistema de contar o de subdividir de 60 en 60.
- **Segundo:** Unidad de tiempo en el Sistema Internacional, equivalente a la sexagésima parte de un minuto de tiempo.
- **Minuto:** Tiempo que equivale a 60 segundos.
- **Grado:** Cada una de las 360 partes iguales, a veces 400, en que puede dividirse la circunferencia. Se emplea también para medir los arcos de los ángulos.
- **Hora:** Tiempo que equivale a 60 minutos; es decir, 3.600 segundos. Es lo que recorre la tierra cada 15° de rotación del día .

Bibliografía

Bressan, A. M.; Costa de Bogisic (1996). Una forma de uso de la proporcionalidad: las escalas. Consejo Provincial de Educación de Río Negro, documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Recuperado de www.educacion.rionegro.gov.ar

Centro para la Innovación y desarrollo de la educación a distancia. CIDEAD (s.f). Actividades de Eso. Recuperado de http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas/1quincena11/1quincena11_actividades.pdf

Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (DRAE). Recuperado de http://www.rae.es

Ejercicios de perspectiva Isométrica. Recuperado de www.educacionplastica.net

Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). Geometría y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Impact Mathematics. Course 2. Mac Graw Hill Companies. Recuperado de http://www2.lhric.org/poCantico/math/Course_2/chap08-s.pdf

Ponce, H. (2000): Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo. Buenos Aires: Editorial Novedades Educativas.

Guía 5

Pregunta	Respuesta
1	C
2	B
3	B
4	Las vistas correspondientes de los objetos son iguales.
5	Cualquiera de los poliedros platónicos.

Guía 6

Pregunta	Respuesta
1	A
2	B
3	A. (f) B. (v) C. (v) D. (f)
4	A. Recto porque la medida del llano es de 180° y la bisectriz forma dos ángulos congruentes 90°. B. Alternos y correspondientes, porque tienen la misma medida. C. 4 ángulos de 90°.
5	96° 35’ 31”

Guía 3

Pregunta	Respuesta
1	Es una suma de un producto con un número. RTA: 3,000059499
2	A. (V) B. (F) C. (F)
3	D
4	C
5	B

Guía 4

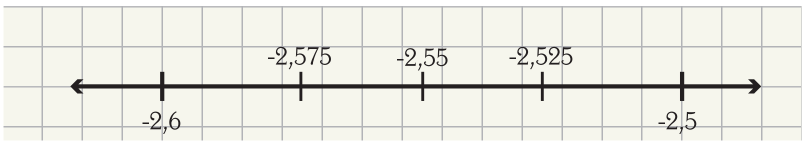
Pregunta	Respuesta
1	B
2	B
3	Se cortan en dos puntos.
4	Son iguales los valores (suma de radios y distancia entre centros)
5	Los segmentos son iguales.

UNIDAD 2

Guía 1

Pregunta	Respuesta
1	C
2	A
3	D
4	Entre $\frac{4}{10}$ y $\frac{5}{10}$
5	a) 32.5 b) -5.9 c) 1.3

Guía 2

Pregunta	Respuesta
1	
2	No es posible, pues para cada par de racionales podemos encontrar uno en la mitad de ellos y así sucesivamente.
3	B
4	D
5	C

Guía 6

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th></tr>
<tr><td>1</td><td>A. Datos
<table><tr><td>Silla</td><td>2 horas</td></tr><tr><td>Comedor</td><td>6 horas</td></tr></table>Son 4 sillas: 4 x 2h = 8h
Más 1 mesa: 1 x 6h = 6h
En total son 14 horas.
A. 14 horas.

B. Un carpintero gasta 14 horas por un comedor completo, entonces 2 carpinteros:
(14 x 5) + (5 x 6) + (2 x 20)
5 comedores completos, 5 mesas y 20 sillas</td></tr>
<tr><td>2</td><td>B</td></tr>
<tr><td>3</td><td>B</td></tr>
<tr><td>4</td><td>D</td></tr>
<tr><td>5</td><td>D</td></tr>
</table>

Guía 7

Pregunta	Respuesta
1	B
2	D
3	D
4	B
5	A

Guía 5

Pregunta 1

Murciélago	10-10 000 Hz
Gato	100-30 000 Hz
Perro	20-25 000 Hz
Delfín	200-100 000 Hz
Humano	20-20 000 Hz

Pregunta 2

Murciélago
Delfín
Gato
Perro
Humano

Pregunta 3

Producto	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
Zapatos	540	27%	540	27%
Bolsos	760	38%	1 300	65%
Correas	120	6%	1 420	71%
Chaquetas	160	8%	1 580	79%
Pantalones	100	5%	1 680	84%
Sombreros	320	16%	2 000	100%
TOTAL	2 000	100	----	----

Pregunta	Respuesta
4	Bolsos, zapatos, sombreros.
5	Que asuma el riesto de aumentar el 10% la producción pero tiene que analizar el valor de venta ya que este depende del valor de la bolsa o de las promociones que existen de almacenes de cadena.

Guía 3

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th></tr>
<tr><td>1</td><td><table><tr><th>Situación</th><th>Tipo de proporcionalidad</th><th>Argumento mi respuesta</th></tr><tr><td>A</td><td>Directa</td><td>Ambas magnitudes aumentan y tienen la constante de proporcionalidad 3.</td></tr><tr><td>B</td><td>Directa</td><td>Ambas magnitudes aumentan y tienen la constante de proporcionalidad 5.</td></tr><tr><td>C</td><td>Inversa</td><td>Una magnitud disminuye cuando otra aumenta y la constante es 160.</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2</td><td><table><tr><th>Situación</th><th>Razón de proporcionalidad</th></tr><tr><td>A</td><td>3 a 1</td></tr><tr><td>B</td><td>5 a 1</td></tr><tr><td>C</td><td>160</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3</td><td>C</td></tr>
<tr><td>4</td><td>B</td></tr>
<tr><td>5</td><td>B</td></tr>
</table>

Guía 4

Pregunta	Respuesta
1	B
2	B
3	A
4	D
5	A

UNIDAD 1

Guía 1

Pregunta	Respuesta
1	Rafael logra ahorrar $154.085 durante los seis meses
2	C
3	B
4	D
5	A

Guía 2

Pregunta	Respuesta
1	C
2	B
3	D
4	C
5	• Son triángulos rectángulos semejantes. • Si mantiene la misma razón es 1 a 2. Porque se puede establecer una proporción $\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS

GRADO SÉPTIMO

Cada una de las guías incluidas en los módulos de interaprendizaje del modelo Escuela Nueva - Escuela Activa Urbana, cuenta al final con una serie de preguntas que apuntan a fortalecer la evaluación por competencias y a valorar los indicadores de desempeño procedimentales, actitudinales y conceptuales propuestos al inicio de cada guía, al igual que las competencias y estándares descritos al inicio de cada unidad.

En el apartado de evaluación por competencias se presentan múltiples tipos de preguntas, que dan al estudiante la posibilidad de identificar sus fortalezas y aspectos a mejorar en el manejo de la evaluación. Por esa razón, habrá preguntas abiertas, problemas, actividades, preguntas de selección múltiple, entre otras.

En el área de Matemáticas de acuerdo con la especificidad del área no se establecen niveles de competencias y atendiendo a los lineamientos curriculares, se evalúan habilidades tales como: Razonamiento, resolución de problemas y comunicación.

La intención de las presentes orientaciones es apoyar el trabajo cotidiano en las instituciones educativas, fomentar a los procesos por competencias y apoyar la importante labor de los y las docentes. Por ello se encuentran unas orientaciones para abordar las preguntas y situaciones planteadas que permitan reflexionar sobre los procesos desarrollados a lo largo de la guía, siempre en aras del mejoramiento y la calidad educativa y la formación humana.