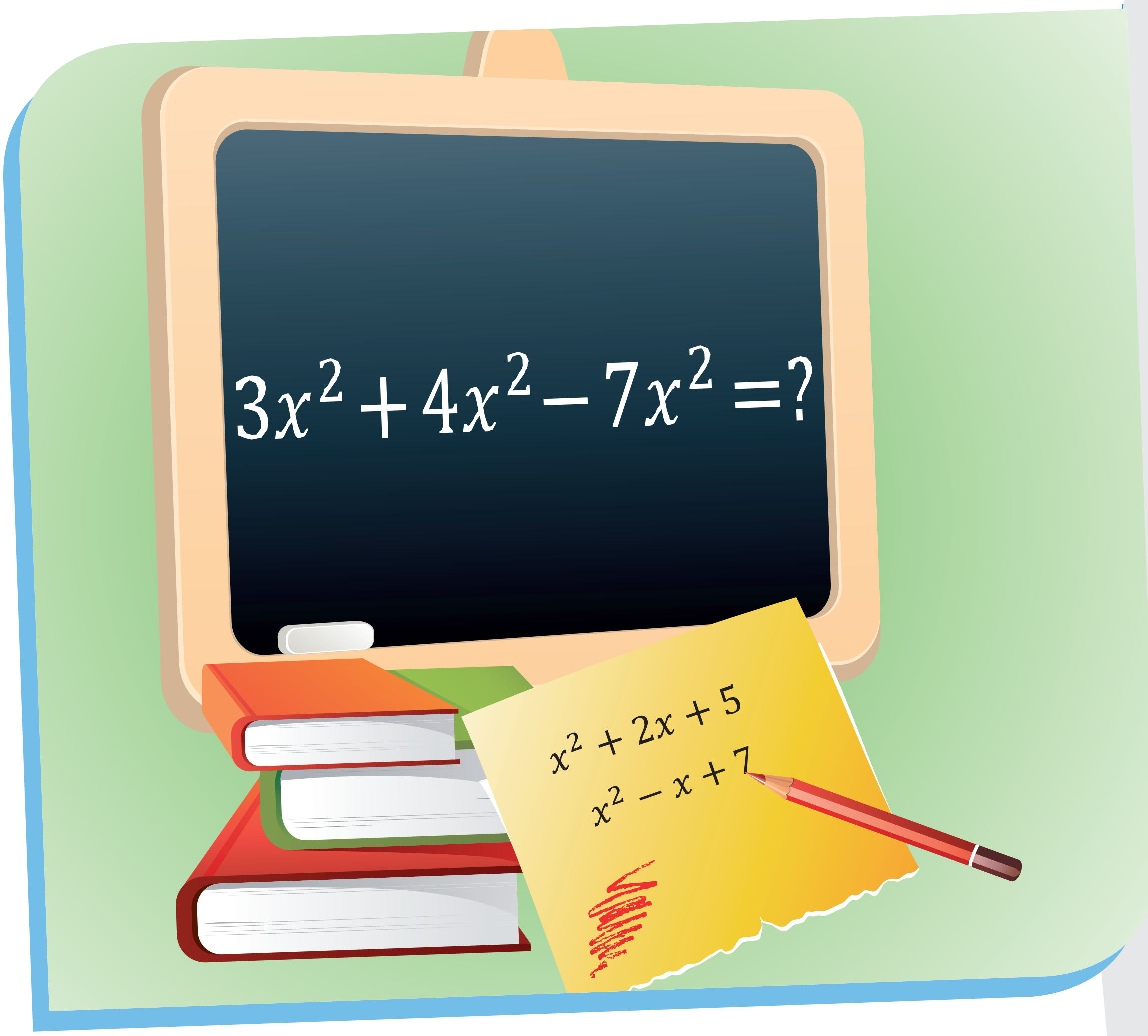
Guía 4

Adición y sustracción con polinomios



Indicadores de desempeño

Conceptual

- Identifica las reglas para realizar operaciones aditivas con polinomios.

Procedimental

- Practica las operaciones aditivas con polinomios.

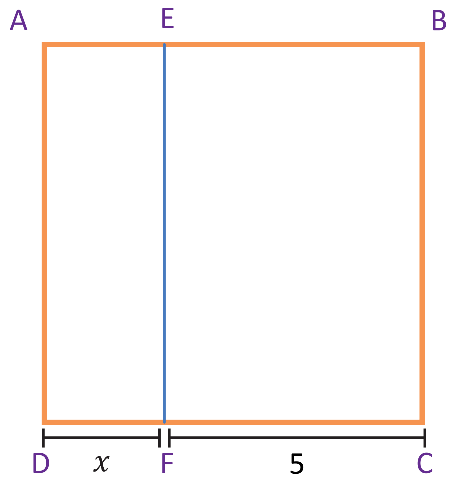
Actitudinal

- Demuestra disposición para que sus hipótesis y conjeturas sean evaluadas por sus compañeros.

Vivencia

TRABAJO INDIVIDUAL

1. Observo el siguiente cuadrado y lo dibujo en mi cuaderno, empleando los instrumentos adecuados para hacerlo. Luego respondo las preguntas:



a. ¿Cómo se halla el perímetro de un cuadrado?

b. ¿Qué significado tiene la letra x en el rectángulo ACEF?

c. ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado ABCD?

d. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado ABCD?

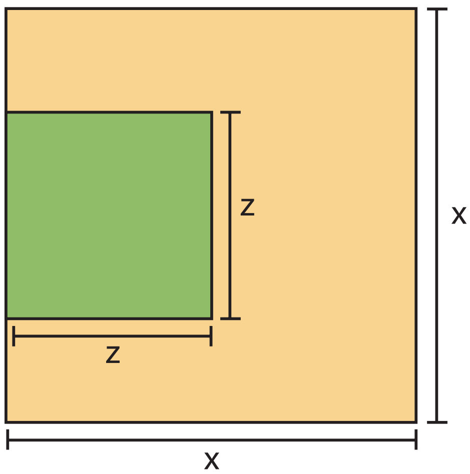
e. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo ACEF?

TRABAJO EN PAREJAS

2. Comparamos las respuestas anteriores y hacemos las correcciones que sean necesarias.

3. Ahora resolvemos la siguiente situación:

En la gráfica que se muestra aquí, x representa el lado del terreno cuadrangular que se va a cultivar, y z el lado de terreno que es arrasado por el invierno.



a. Si se desea colocar una cerca alrededor del terreno cultivado, ¿cuánto alambre se requiere para realizar una alambrada?

b. ¿Cuánto alambre se requiere para realizar siete alambradas?

4. Sacamos una conclusión de las actividades elaboradas y se la presentamos al profesor para que valore nuestro trabajo y aclare las dudas que tengamos.

BC Fundamentación Científica y Ejercitación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Leemos y consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes que nos permitan comprender el tema:

Adición de polinomios

Recordemos que los polinomios son expresiones algebraicas que representan números y con ellos podemos realizar diferentes operaciones.

Para poder sumar se tiene la siguiente regla: Sólo se suma la parte numérica de los términos que tienen la misma parte literal. En caso de que los términos no tengan la misma parte literal, la suma se deja indicada.

Ejemplo 1:

Si se suman los monomios $3x^2$ y $2x^2$, como tienen la misma parte literal entonces sumo los números 3 y 2 y queda 5; por tanto nos da $5x^2$.

Ejemplo 2:

Si se suman los monomios $7x^3$ y $4x^2$, se observa que no tienen la misma parte literal, entonces se deja indicada la suma $7x^3 + 4x^2$

Cuando se tienen términos con la misma parte literal, se dice que son **términos semejantes.**

2. De los siguientes pares de monomios, determinamos cuáles son términos semejantes:

a. abc y $3xy$

b. $2ax$ y $3bx$

c. $7x^2y$ y $12x^2\,y$

d. ax y $3x$

e. $5xy$ y $3x^2\,y$

f. $-2xz$ y $3xz$

g. a^2 y $3a^2$

h. abc y $3xy$

i. x^2y^3 y $6x^2y^3$

j. $-4xy$ y $-4xy^2$

k. $\frac{1}{3}x$ y $\frac{4}{5}x$

l. $\frac{4}{5}a^2b$ y $\frac{-2}{7}a^2b$

3. Realizamos las siguientes sumas de monomios, si es posible:

a. Sumar $3x$ con $4x$

b. Sumar -4a con 7a

c. Sumar 8ab con -15ab

d. Sumar $23x^3$ con $5x^3$

e. Sumar 8m con 12m

f. Sumar -15w con 15w

Podemos sumar polinomios aplicando dos métodos: El **método horizontal** o el **método vertical**. Veamos el primero:

Método horizontal

Sumamos de manera horizontal esta pareja de polinomios:

$$(x^2 + 5x + 4) + (5x^2 - 2x + 1)$$

En primer lugar debemos identificar los términos semejantes:

$$(x^2 + 5x + 4) + (5x^2 - 2x + 1)$$

Y luego de sumar la parte numérica, obtenemos este resultado: $\mathbf{6x^2 + 3x + 5}$

4. Realizamos las siguientes sumas de polinomios aplicando el método horizontal:

a. $(-3xy^2 + 4 - 7x^2y^2 - 6x^2y - 5xy) + (8xy - 2xy^2 + 10 + 4x^3y)$

b. $(9 + 5x^3 - 4x^2 + x) + (4x^2 - 3 - 2x)$

c. $(3x^2 + 5x - 4) + (4x^3 - 5x^2 + 2x + 1)$

d. $(7x^2 + 2x^4 - 8 - x^3 + 4x) + (5x^4 - 10 + 3x + 7x^3)$

5. Continuaremos aprendiendo a sumar polinomios, pero ahora utilizaremos el método vertical:

Método vertical

Sumamos los siguientes polinomios:

$$(x^4 - 3x^3 + x^2) + (-x^3 - 2x^2 + 3x) + (3x^2 - 4x - 5)$$

Se colocan los términos semejantes, uno debajo del otro para luego sumar la parte numérica:

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^3 + x^2 \qquad\quad \\ - x^3 - 2x^2 + 3x \qquad \\ + 3x^2 - 4x - 5 \\ \hline x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x - 5 \end{array}$$

Comúnmente, se ordenan de mayor a menor grado los términos de los monomios que conforman el polinomio.

Cuando no encontramos términos semejantes en los polinomios que se pretenden sumar, como en el segundo polinomio en el que no hay , simplemente dejamos un espacio en blanco.

6. *Aplicamos lo comprendido acerca del método vertical para sumar polinomios, realizando los siguientes ejercicios:*

a. $(53x^4 - 2x^3 + 32x^5 - 4x + 2) + (-7x^5 + 34x + 15 - 3x^3)$

b. $25 - 3x^7 + 2x^3 - 14x) + (4x^7 - 2x + 32x^3)$

c. $(x^4 - 25x^3 + x^2 - 17x) + (-34 + 5x + 12x^2 - 3x^3)$

d. $(x^2 + 5x + 3) + (2x^2 - 7x + 12)$

e. $\left(\frac{3}{4}z^2 + 5z^2 - 3z\right) + \left(\frac{1}{2}z^2 + 4z^2 + z\right)$

7. Continuamos con la lectura y consignamos las explicaciones que allí aparecen:

Sustracción de polinomios

Para entender la sustracción de polinomios debemos recordar la sustracción de números reales.

Por ejemplo:

- Si son números enteros, al minuendo se le suma el opuesto aditivo del sustraendo:

$$(+3) - (+5) = 3 + (-5) = -2$$

- Si son números racionales, al minuendo se le suma el opuesto del sustraendo:

$$\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{-6+5}{15} = -\frac{1}{15}$$

- Si son números irracionales, al minuendo se le suma el opuesto aditivo del sustraendo:

$$-2\sqrt[2]{3} - \left(-3\sqrt[2]{3}\right) = -2\sqrt[2]{3} + 3\sqrt[2]{3} = 1\sqrt[2]{3}$$

Como todos los números anteriores son reales, se tiene que al minuendo se le suma el opuesto aditivo del sustraendo; así mismo sucede con los polinomios.

En la sustracción de dos polinomios, se le suma al minuendo el opuesto aditivo del sustraendo; para realizar la suma se debe recordar que estos tienen que ser términos semejantes.

Para obtener el **opuesto aditivo** de un polinomio, se cambian los signos de cada término que lo compone.

Ejemplo:

$-4a^5b^2 + 5a^4b^3 - 7a^3b^4$ su opuesto aditivo es $4a^5b^2 - 5a^4b^3 + 7a^3b^4$

8. Antes de realizar restas de polinomios, practiquemos hallando el opuesto aditivo de cada uno, consignando la tabla y complementándola en el cuaderno:

Polinomio	Su opuesto aditivo
$3x+2$	- $3x-2$
$2x^2-5x-2$	
- $3x^5+8x-7$	
$4x^3-10x^2-9x$	
- $5a^3-4a^2-2a^4$	

Ejemplos:

Restar (-$7x^2$) de ($4x^2$).

En primer lugar,identificamos que el minuendo es ($4x^2$) y el sustraendo (-$7x^2$). Luego procedemos a escribir la correspondiente sustracción:

$$(4x^2)-(-7x^2)$$

Aplicamos la definición de sustracción, para convertirla en suma:

$$(4x^2)+(+7x^2)$$

Luego, aplicamos las reglas de suma cuando son términos semejantes:

$(4x^2)+(+7x^2) = 11x^2$

9. Realizamos las siguientes restas de monomios:

a. Restar ($2x^2$) de (x^2)

b. De ($4x^3$) restar (x^3)

c. Restar (x^2y) de (xy^2)

d. De ($9x^2yz$) restar ($4x^2yz$)

e. De ($2a^2y$) restar (a^2y)

f. Restar (-$4ax^2$) de (ax^2)

g. Restar (x^3y) de ($8x^2y$)

h. Restar (ax^2y) de (-$5ax^2y$)

i. Restar (-$6x^2y^2$) de (-$2x^2y^2$)

j. Restar $\frac{(x^2y^3)}{5}$ de $\frac{(x^3y^2)}{2}$

Ejemplo:

Restar ($2x^2$ – 7x + 12) de (x^2+ 5x – 3)

El primer polinomio es el sustraendo y el segundo término es el minuendo.

Por tanto, la sustracción se expresa:

$$(x^2 + 5x - 3) - (2x^2 - 7x + 12)$$

Aplicamos la definición de sustracción:

En este caso, el opuesto de $2x^2 - 7x + 2$ es $-2x^2 + 7x - 12$

Procedemos tal como lo aprendimos anteriormente:

$$(x^2 + 5x - 3) + (-2x^2 + 7x - 12)$$

Esto nos da como resultado:

$$-x^2 + 12x - 15$$

10. Resolvemos las siguientes restas de polinomios:

a. $(3n^5 - 4n^2 + 5) - (2n^5 + 6n^2 + 3)$

b. $(m^3 + 3m + 7) - (m^3 - 2m + 1)$

c. $(2x^4 - 5x + 4) - (5x^2 - 6)$

d. $(7x^4 + 4x^2 - 3x + 15) - (12x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 9)$

e. $(2x^3 - 4x + 24 - 3x^2) - (-2 - 25x^2 + x - 3x^3)$

11. De acuerdo con lo visto hasta el momento, invitamos al profesor al equipo de trabajo, con el fin de que valore las actividades desarrolladas hasta ahora y si tenemos dudas se las planteamos.

12. Las operaciones entre polinomios también cumplen algunas propiedades. Leemos con atención y consignamos en el cuaderno los aspectos más importantes:

Las propiedades que se cumplen con la operación de adición de polinomios son las siguientes:

- ✓ Es una propiedad interna, el resultado siempre será un polinomio.

- ✓ Posee la propiedad conmutativa.
- ✓ Posee la propiedad asociativa.
- ✓ Posee un elemento neutro, que es llamado el polinomio nulo, cuyos coeficientes son cero.
- ✓ Posee el elemento simétrico, es decir, el opuesto o el polinomio que tiene el mismo coeficiente pero con otro signo.

TRABAJO INDIVIDUAL

13. Encuentro el polinomio resultante de las operaciones que se indican a continuación:

a. $(3x + 2x^2 - x - 4) + (x^3 - x^2 - 9x + 3)$

b. $(-x^4 - x^3 - 2) - (-3x^4 - 2x^3 - x - 5)$

c. $\left(x^2 + \frac{1}{2}x^3 + 8x\right) - \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x\right)$

d. $10x^4 + x^2 - \frac{3}{2}x$

e. $(2x^3 - 4x + 24 - 3x^2) - (-2 - 25x^2 + x - 3x^3)$

f. $(6x^5 - 2x^4 + x^5 - 13x^4 + 14x + 2x^2) - (4 - 25x^5 - x^4 + 3x^2)$

g. $(3x^3 - 25x + 4) - (-53 - 45x^3 - 2)$

h. $(3x^4 - 2x^6 + x^3 - x + 5) + (x^6 - 3x^2 + 4x - 1)$

i. $2x + 3x^3 - 5x^3 + 2x^4 + 5x - 1) + (8x^3 - x^4 + 5x^2 - 9x^3)$

j. $(2x^5 - 3x^4 + x^3 - 8x^2 + 2x - 7) - (-4 + 2x^2 - 6x^4 + x^5)$

D Aplicación

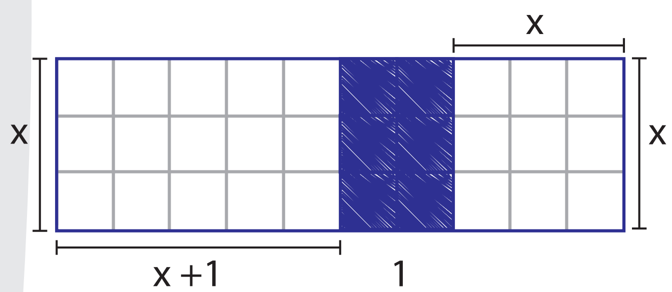
TRABAJO EN PAREJAS

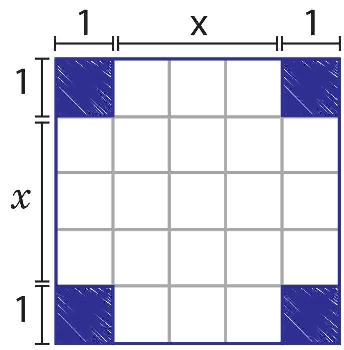
1. Calculamos el perímetro de las siguientes regiones:

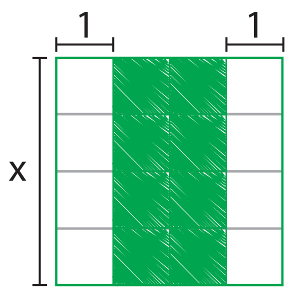
   a. Los rectángulos y cuadrados de cada una de las figuras.

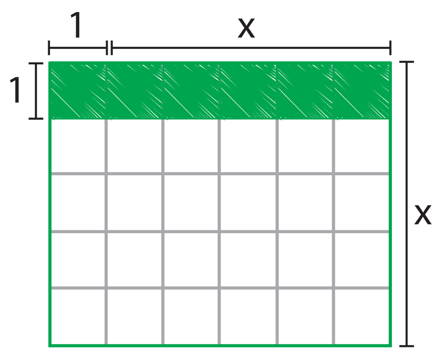
   b. De las regiones no sombreadas de cada figura.

   c. De las regiones sombreadas de cada figura.







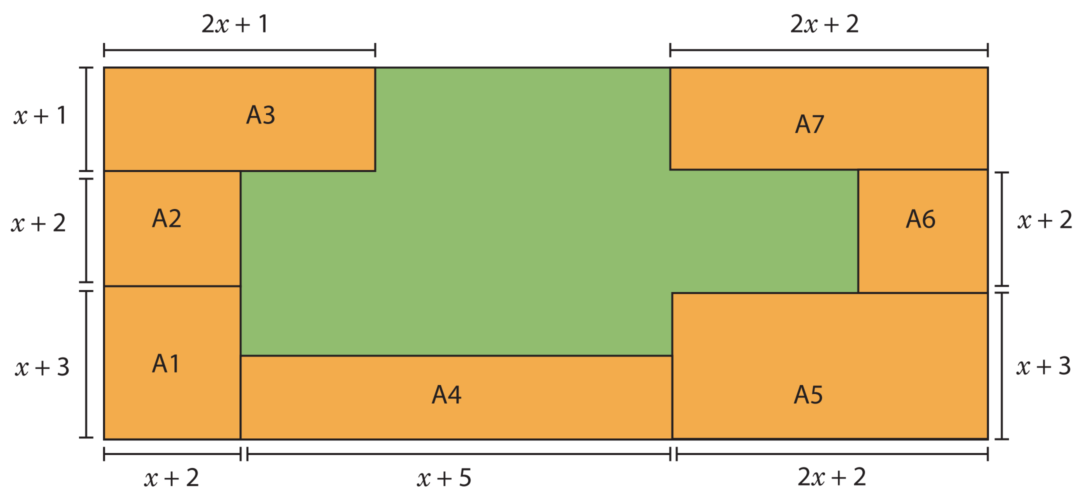


2. De acuerdo a las anteriores figuras, expresamos como una resta de polinomios el perímetro del área sombreada de cada una de ellas.

3. Comparamos con otra pareja de compañeros los resultados de los ejercicios realizados y escribimos en el cuaderno las dificultades y fortalezas que tenemos para resolver operaciones de adición o sustracción con polinomios en situaciones geométricas.

TRABAJO INDIVIDUAL

4. El siguiente plano es el diseño de un pequeño centro comercial, que será ubicado en el centro de mi ciudad. El plano está conformado por siete locales y en el centro hay una zona verde. Dibujo el plano en mi cuaderno:



5. Teniendo en cuenta el plano anterior, respondo las siguientes preguntas:

   a. ¿Cómo se podría calcular el perímetro del local A1?

   b. ¿De cuánto es el perímetro del terreno donde se construirá el centro comercial?

   c. El terreno que no será construido, corresponde a la zona verde. ¿Cuánto mide su perímetro?

   d. ¿Cuál es el perímetro del local más grande y cuál el del más pequeño? ¿Cómo puedo determinarlos?

   e. ¿Cuál es el perímetro del terreno que ocuparán cada uno de los locales?

6. Aprovechando las actividades, socializo el trabajo desarrollado.

E Complementación

TRABAJO EN EQUIPO

1. Las operaciones de suma y resta de polinomios se pueden aplicar a diversas situaciones. Leemos cada una de ellas y las resolvemos en el cuaderno:

   a. La ganancia de una compañía se determina restando los costos de los gastos de los ingresos obtenidos en las ventas.

   Los costos de los gastos se representan con la siguiente ecuación:

Costos $C(x) = 2x^2 - 60x$

Los ingresos de las ventas se representan con la siguiente ecuación:

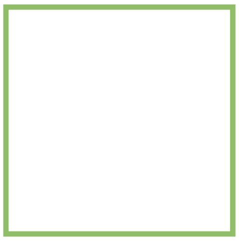
Ingresos en ventas $R(x) = 8050 - 420x$

✓ Determinamos el polinomio que representa la ganancia de la compañía.

✓ Si x representa el total de objetos que vendieron, calculamos la ganancia obtenida por la compañía después de vender 100 objetos.

   b. Para la elección del gobierno escolar, a cada grupo se le asignó un espacio en la cancha para realizar sus campañas.

✓ Determinamos el perímetro del cuadrado cuyos lados miden $x^2 + 2x + 5$, tal como se observa en la imagen:



$x^2 + 2x + 5$

✓ Si $x = 3$, ¿cuánto mide el perímetro del cuadrado que nos dieron para las campañas?

c. Para la campaña de conservación del medio ambiente, el profesor nos dijo que elaboráramos una cartelera con las siguientes medidas:

$x^2 - x + 7$

$3x + 11$

Si el valor de $x = 6$, ¿cuánto mide el perímetro de la cartelera?

Evaluación por competencias

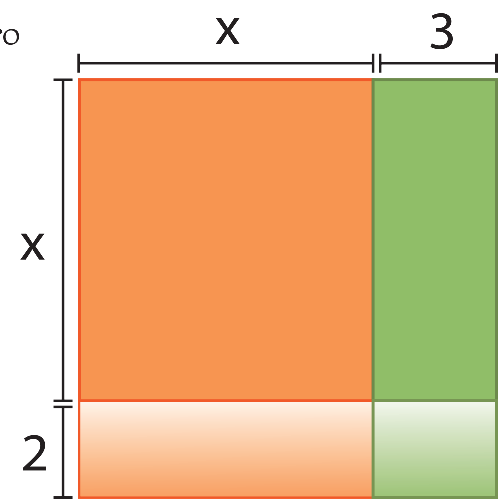
1. El polinomio que representa el perímetro de la siguiente figura es:

   A. $x + 5$

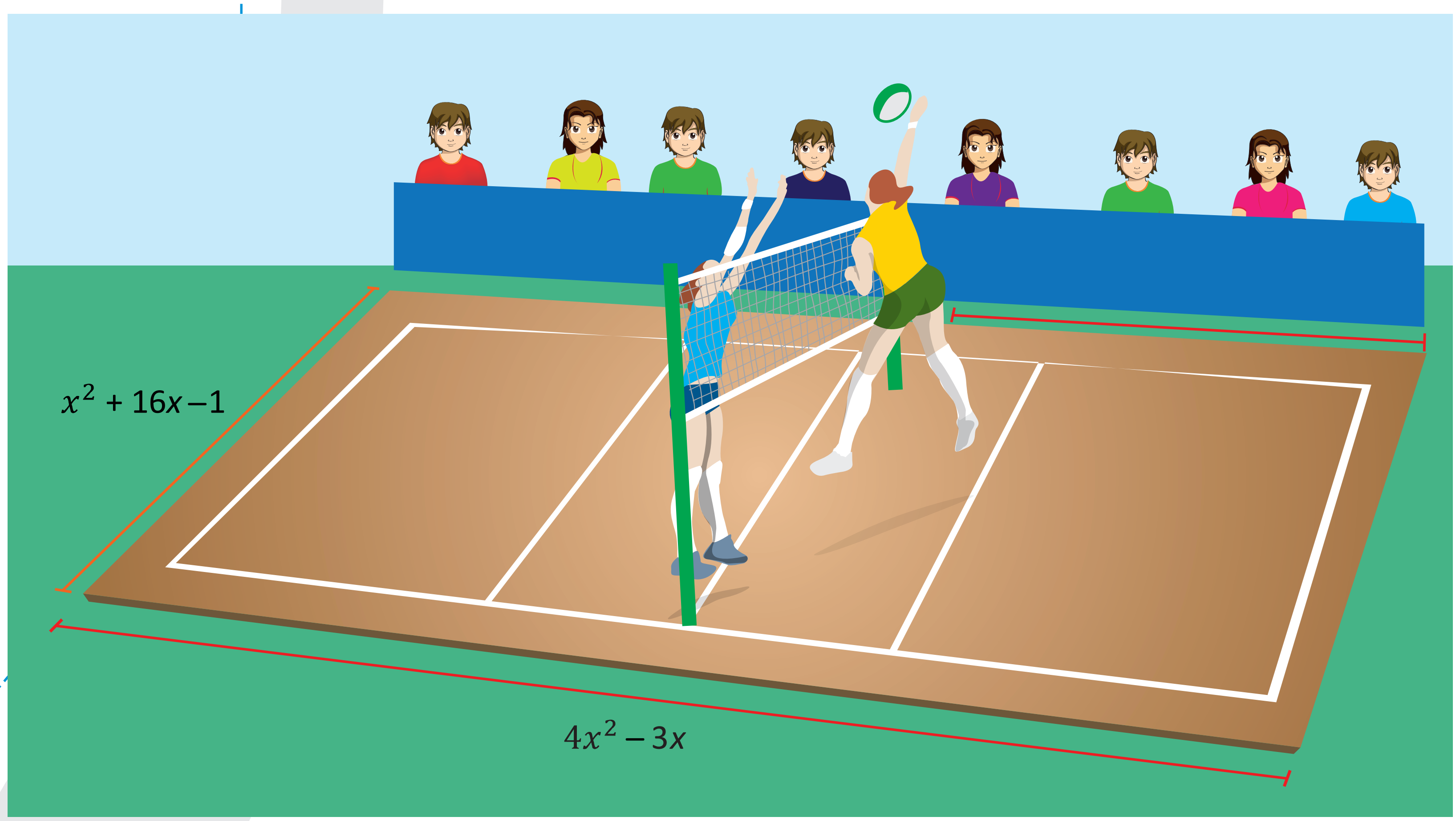
   B. $10x$

   C. $4x + 10$

   D. $3x + 2x$



2. Encuentro el perímetro de la cancha de voleibol:



3. En el polinomio: $2x^2 + 1$; si se sustituye la x por el valor de 2, ¿cuál sería el valor numérico que el polinomio obtendría?

A. 9.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

3

4. Para las operaciones aditivas con polinomios, se debe tener en cuenta:

A. Los términos semejantes.

B. El orden de los términos.

C. La ley conmutativa.

D. El valor numérico del polinomio.

4

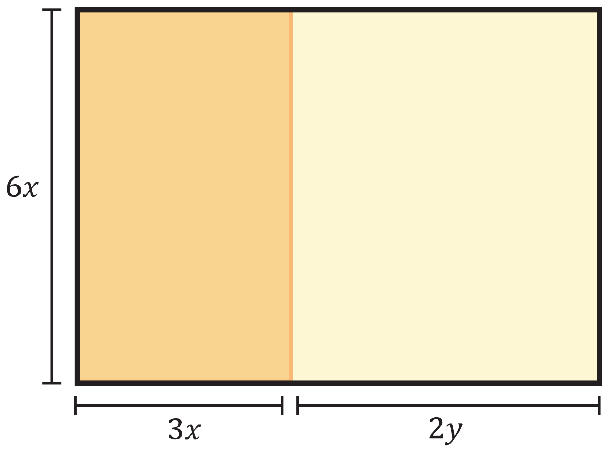
5. El perímetro de la siguiente figura es:

A. $12x + 4y$

B. $18x + 4y$

C. $18x + 2y$

D. $12x + 4y$



Glosario

- **Coeficiente:** Es lo mismo que la parte numérica de un término.
- **El grado del polinomio:** Es el grado mayor de todos los grados absolutos de términos del polinomio.
- **Monomio:** Expresión algebraica de un solo término que tiene parte literal y numérica, relacionadas por medio de un producto, una sola letra o número. Por ejemplo: 2 ó x.
- **Opuesto aditivo de un polinomio:** Es el polinomio cuyos signos de los términos son opuestos.
- **Parte literal:** Hace referencia a las variables que se forman con letras y exponentes que contiene un término.
- **Parte numérica:** Hace referencia al valor numérico que tiene un término y que pertenece a los números reales.
- **Términos semejantes:** Monomios que tienen la misma parte literal.