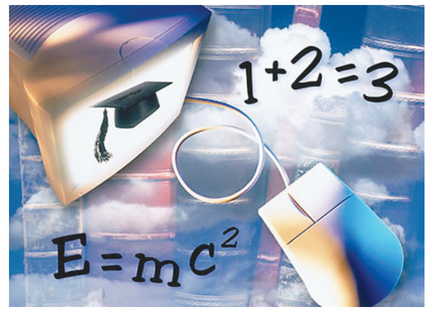
Guía 4

LAS GRÁFICAS NOS DAN INFORMACIÓN

Indicadores de logros

- ✓ Determina relaciones matemáticas a partir de tablas de datos o gráficas dadas.
- ✓ Fórmula hipótesis a partir de información presentada en gráficas y tablas de datos.
- ✓ Reconoce la relación de proporcionalidad directa entre variables.
- ✓ Reconoce la relación de proporcionalidad inversa entre variables.
- ✓ Interpreta y argumenta la información suministrada de una gráfica en situaciones de la vida diaria.
- ✓ Concierta con el equipo los objetivos y métodos de trabajo. (TRABAJO EN EQUIPO).
- ✓ Asigna y asume los diferentes roles y compromisos del equipo.
- ✓ Propone y aplica alternativas para potenciar el trabajo en su grupo de compañeros.
- ✓ Evalúa los logros obtenidos.
- ✓ Propone estrategias para mejorar el trabajo en equipo.
- ✓ Comparte la información y experiencias con los demás.
- ✓ Se adapta a cualquier tipo de equipo.
- ✓ Coopera con los otros, para lograr los resultados del equipo, sin la mediación de compromisos particulares o personales.

¿QUÉ IDEA TENGO ACERCA DE LAS GRÁFICAS?



Antes de iniciar el trabajo, debemos nombrar un coordinador de mesa con las siguientes funciones:

a. Moderar el uso de la palabra.
b. Mantener activa la participación de todos.
c. Dirigir el trabajo, leyendo y ejecutando las instrucciones.
d. Resumir las conclusiones.

Las actividades aquí propuestas tienen como propósito explorar en los alumnos la capacidad para ubicar puntos en un plano e interpretar información suministrada por una gráfica determinada.

Actividad 1

En mi cuaderno construyo un plano cartesiano o sistema de coordenadas y señalo los siguientes puntos. Analizo y comparto con los compañeros de subgrupo la gráfica obtenida.

A (2,5)	B (-2,5)	C (5,0)
D (-5,0)	E (2,-5)	F (-2,-5)

Actividad 2

En mi cuaderno en forma individual realizo en cada caso una tabla de datos para los valores asignados a "X"; reemplazo en la ecuación dada y obtengo los valores para "Y". Señalo en el plano cartesiano los puntos (X, Y) obtenidos para cada ecuación y obtengo la gráfica correspondiente.

Comparo con mis compañeros de subgrupo, doy el nombre correspondiente a cada gráfica y presento el trabajo al profesor.

Valores para:

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

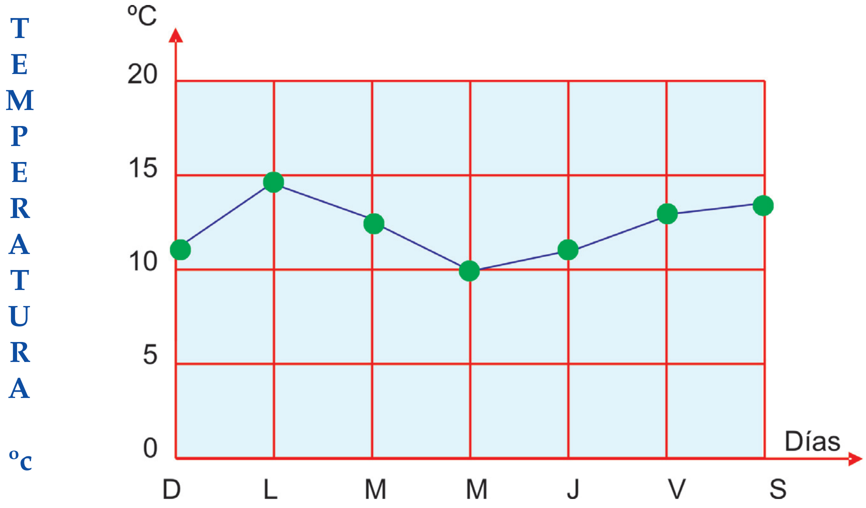
Ecuaciones a graficar:

1. $Y = 2X$
2. $Y = -X + 3$
3. $Y = 3X + 1$
4. $Y = 3X^2$
5. $Y = |X + 1|$
6. $Y = -2X^2$

Actividad 3

Analizo con mi grupo de trabajo y el profesor la información suministrada por las siguientes gráficas.
Comparto la información de las gráficas con mis compañeros.

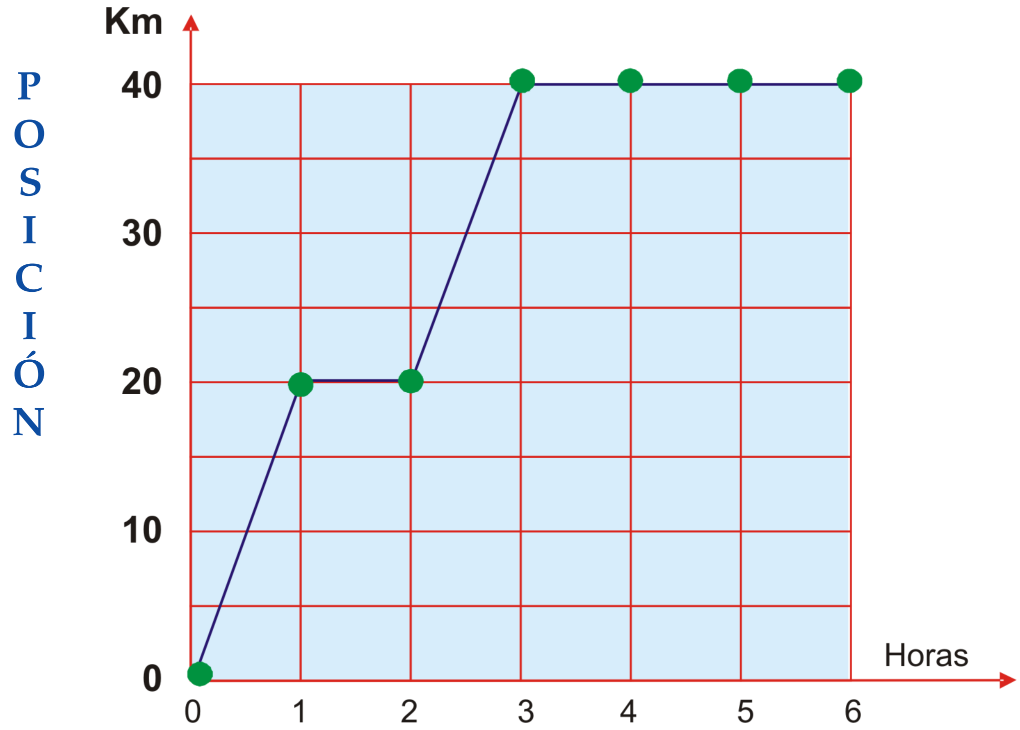
Grafica 1



La anterior gráfica indicar las variaciones de temperatura registradas en una ciudad a las seis de la mañana durante una semana. Observemos:

a) Que la temperatura mínima se registró el día miércoles.
b) La temperatura máxima se registró el lunes.
c) La temperatura del sábado es casi igual a la del viernes.
d) La variación máxima de la semana fue de cinco grados.

Gráfica 2



La gráfica representa las posiciones de un móvil durante varias horas. De esta gráfica deducimos los siguientes datos:

a) Al finalizar la primera hora se encuentra a 20 Km del punto de partida.
b) Durante la hora siguiente permaneció en este sitio.
c) Al finalizar la tercera hora se encuentra a 40 Km del punto de partida.
d) A partir de la tercera hora se detuvo.

Cuando trabajamos en grupo, las actividades de análisis resultan mucho más enriquecedoras, ya que los aportes de todos, nos ayudan a sacar conclusiones más acertadas.

Importancia de las gráficas

Leo y discuto con mis compañeros de subgrupo la siguiente información. Consigno en mi cuaderno los siguientes conceptos:

Variable dependiente, variable independiente, constante de proporcionalidad, relación directamente proporcional, relación inversamente proporcional.

El análisis me sirve para interpretar con objetividad los problemas.

Así como el jefe de una compañía se ayuda con gráficas para analizar y explicar el funcionamiento de su empresa, el físico también acude a gráficas para comprender mejor los fenómenos observados.

Las gráficas son muy utilizadas en todos los campos: en medicina, economía, ingeniería, biología, astronomía, en el campo laboral, etc.

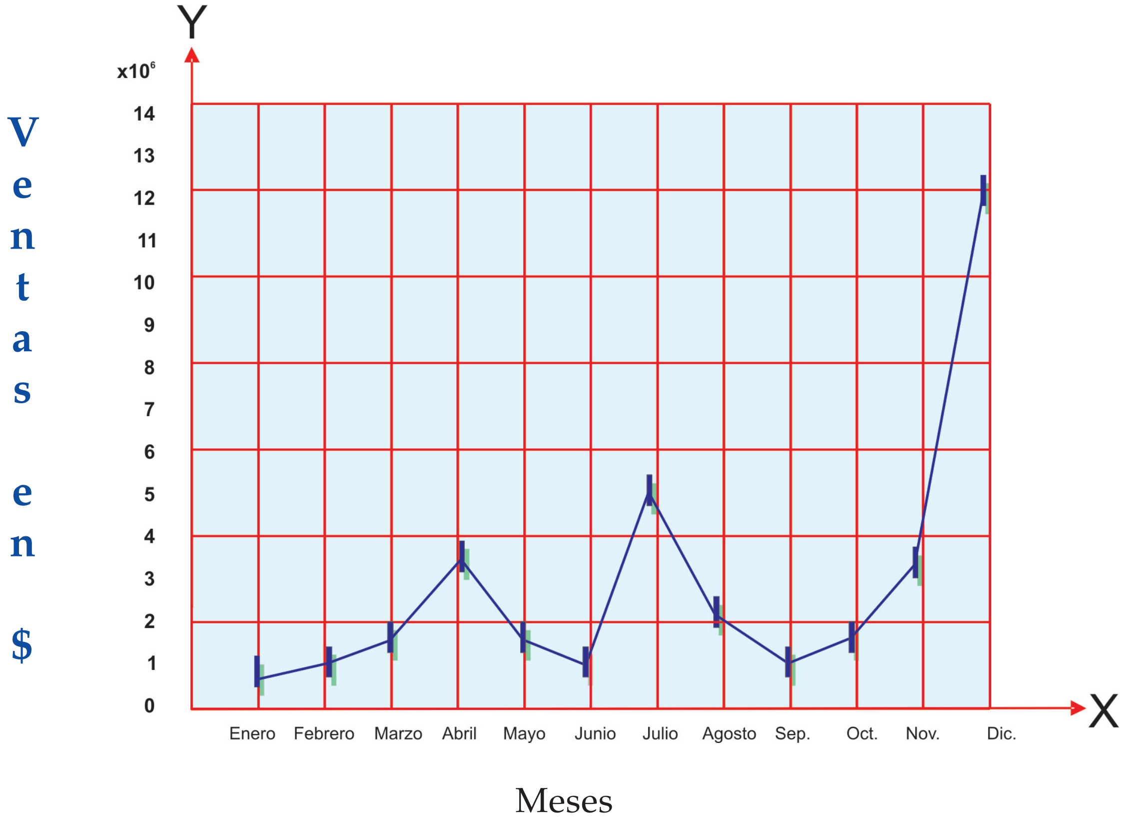
Supongamos que en la Federación Nacional de Cafeteros de Colombia la gerencia requiere conocer frecuentemente el volumen y el desarrollo de las ventas. Si cada vez necesita consultar un archivo, la información no es clara y precisa; en cambio para tener una información permanente, elabora una gráfica de las ventas ocurridas en los meses del año así:

Ventas en pesos	Mes
800.000	Enero
1.300.000	Febrero
1.500.000	Marzo
3.900.000	Abril
1.200.000	Mayo
1.000.000	Junio
4.800.000	Julio
2.100.000	Agosto
1.000.000	Septiembre
1.400.000	Octubre
2.900.000	Noviembre
12.700.000	Diciembre

Para hacer la gráfica, el Jefe tomó el total de las ventas mensuales durante el año y elaboró la siguiente tabla de datos. Construyó 2 rectas perpendiculares. Fijó un sistema de coordenadas Cartesianas (X, Y). Representó en el eje vertical (Y) el total de las ventas (variable dependiente) y en el eje horizontal (X) los meses del año (variable independiente).

Con cada par de valores fijó un punto sobre el plano cartesiano y así obtuvo la totalidad de puntos coordenados. Luego unió estos puntos en forma continua y obtuvo una curva que representa el cambio o variación de ventas durante el año.

Cuando hablamos de gráficas, llamamos curva a la línea que une los puntos coordenados (X, Y). Dicha línea puede ser una recta, una línea quebrada o una curva.



Representación gráfica de las ventas mensuales de una empresa (las ventas están dadas en pesos pero podrían estar dadas en cualquier unidad monetaria).

Con dicha gráfica el gerente se puede dar cuenta de cuáles fueron los meses de mayor venta en el año, (analizo con mis compañeros de subgrupo) y analizar otras informaciones y sus causas. Cuando a cada valor de "X" (meses) corresponde un valor para "Y" (ventas) la relación se llama una función.

Toda función consta de tres componentes o elementos:

- **Variable Independiente** que corresponde a los elementos o valores del eje horizontal (dominio de la función).
- **Variable dependiente** que corresponde a los elementos o valores del eje vertical (codominio de la función).
- **Constante de Proporcionalidad** que indica la correspondencia entre cada valor de "X" con un único valor de "Y".

En el ejemplo descrito, como las ventas dependen de los meses del año (tiempo), entonces podemos decir que la gráfica representa ventas en función del tiempo.

Las gráficas descritas en "A" (actividad 3) representan la temperatura en función del tiempo y la posición de un móvil o cuerpo en función del tiempo respectivamente.

Según lo anterior la temperatura y la posición representan la variable dependiente y el tiempo es la variable independiente respectivamente. Dichas relaciones se denotan como:

TEMPERATURA Vs. TIEMPO
POSICIÓN Vs. TIEMPO

Cuando tabulamos gráficamente los valores de la variable dependiente "Y" y los valores de la variable independiente "X" y obtenemos una línea recta, significa que las dos cantidades representadas guardan una relación constante, es decir, son directamente proporcionales; por lo tanto, la función representada se llama lineal.

Cuando dos cantidades o magnitudes son directamente proporcionales, su cociente es constante, es decir, ambas aumentan o ambas disminuyen, **en igual proporción y se representa así:**

$$\boxed{Y \propto X}$$

"$\propto$" se lee "es proporcional a".

Esta relación entre "Y" (variable dependiente) y "X" (variable independiente) en forma de ecuación se escribe:

$\frac{Y}{X} = K$ (siendo "K" la constante de proporcionalidad).

EJEMPLO:

El perímetro o longitud de una circunferencia de determinado radio, se calcula con la ecuación: $C = 2\pi r$

Siendo:
C = la longitud de la circunferencia.
R = Radio de la circunferencia.
2π = Constante.

El trabajo en equipo nos ayuda a fortalecer nuestros conocimientos y crecer como personas.

En la siguiente tabla de datos podemos observar que a medida que el radio aumenta, en igual proporción aumenta la longitud de la circunferencia.

R (cm)	5	10	15	20	25	30
C (cm)	$10\ \pi$	$20\ \pi$	$30\ \pi$	$40\ \pi$	$50\ \pi$	$60\ \pi$

Según la tabla de datos cuando duplicamos el valor del Radio (de 5 a 10 cm por ejemplo), la longitud de la circunferencia también se duplica o aumenta dos veces (de $10\ \pi$ a $20\ \pi$ cm).

Entonces : $\boxed{C \propto r}$ (longitud es directamente proporcional al radio).

En mi cuaderno construyo la gráfica de la longitud de la circunferencia en función del radio de acuerdo a la tabla de datos dada. ¿Qué puedo concluir?

- Si comparamos el área de un círculo con su respectivo radio, podemos deducir que siendo: $\boxed{A = \pi r^2}$

  Cuando el radio aumenta, el área aumenta en razón directa al cuadrado del radio, entonces: $\boxed{A \propto r^2}$

- Cuando al comparar dos variables, una disminuye y la otra aumenta en igual proporción, entonces estas variables son inversamente proporcionales.

  Dos variables o dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando:

  a) El producto entre ellas es igual a una constante.
  b) Al representarlas en un plano cartesiano, se obtiene como gráfica una curva.
  c) La ecuación matemática se expresa:
     $X * Y = K$ (K = Constante de proporcionalidad)

  d) Se denota la relación con la expresión: $Y\ \frac{1}{\propto}\ X$

     Se lee: "Y" es inversamente proporcional a "X".

Actividad 3

...Cada uno puede enseñarte una lección
que tú debes estar dispuesto a recibir.

Aplico los conceptos dados y consigno en mi cuaderno la ecuación correspondiente a cada situación planteada. Comparto con mi profesor los resultados.

a) "Y" es proporcional a "X". Constante de proporcionalidad K.

b) "Y" es proporcional a la raíz cuadrada de "X". Constante de proporcionalidad 0,80.

c) "Y" es proporcional al inverso de "X". Constante de proporcionalidad 5.

d) "Y" es proporcional al cubo de "X". Constante de proporcionalidad 4.

e) "Y" es proporcional al inverso del cuadrado de X. Constante de proporcionalidad K.

Al desarrollar las siguientes actividades, debemos procurar que todos los miembros del equipo las resuelvan acertadamente; para ello, cooperamos con los que demuestren alguna dificultad.

Aplico los conocimientos adquiridos para interpretar información de un fenómeno natural y argumento la gráfica que representa dicho evento.

Resueltos los problemas planteados, intercambiamos a varios miembros del subgrupo, con otros subgrupos para socializar nuestras experiencias y tener así la oportunidad de trabajar en equipos diferentes.

Actividad 1

1. Cuando una persona compra una tela (de anchura constante) paga por ella un precio **P** que depende de la longitud L adquirida. Suponga que 1m de cierto género cuesta $ 3.500.oo

a) Complete la tabla de este ejercicio con los valores de **P** correspondientes a los valores de **L** que se indican.
b) Una vez terminada la tabla, al duplicar el valor de **L** (por ejemplo, de 1m a 2m), ¿se duplica también el valor de **P**.
c) ¿Y al triplicar el valor de **L**?.
d) Entonces, ¿qué tipo de relación existe entre **P** y **L**?.

L (m)	**P** (pesos)
1	3.500.oo
2	
3	
4	

2. **Considere la tabla del ejercicio anterior.**

a) Divida cada valor de **P** entre el valor de **L** correspondiente. ¿El cociente **P/L** varia o es constante?
b) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad **K** entre **P** y **L**?.
c) ¿Cómo podemos expresar matemáticamente la relación entre **P** y **L**?

Actividad 2

La relación matemática entre dos magnitudes X y Y es $Y = 2X^2$.

a) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad entre **Y** y X^2?.
b) Si el valor de **X** se multiplicara por 5, ¿cuántas veces se volvería mayor el valor de **Y**?.

Actividad 3

1. En un servicio de taxi en cierta ciudad se debe pagar $ 500.oo de "banderazo" y $ 400.00 por kilómetro. Sea **d** la distancia recorrida por el taxi, y **P** el importe por pagar.

d (km)	P (pesos)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

a) Complete la tabla de este problema.
b) Usando los valores tabulados, trace gráfica **P-d.**
c) Por medio del gráfico, determine el precio de un servicio de 3.5 km.
d) ¿Cuál es el tipo de relación entre **P** y **d**?.
e) Escriba la expresión matemática que relaciona **P** y **d**.

2. Un carpintero fabrica discos de madera con diámetros de 10 cm y de 20 cm. ambos con el mismo grosor. Siendo $ 1.000.oo el precio de los discos más chicos. ¿Cuánto deben costar los grandes?.

LABORATORIO

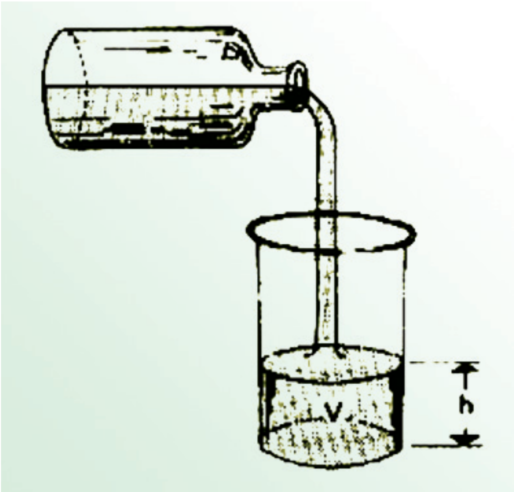
El trabajo vale por la perfección con que se hace...

Con mis compañeros de subgrupo realizo las siguientes experiencias consignando en mi cuaderno los resultados obtenidos y dando solución a los interrogantes planteados.

Primer experimento

1. Cuando cierto volumen **V** de líquido es colocado en un recipiente cilíndrico, tal fluido alcanza una altura **h**, como muestra la figura correspondiente a este experimento. Al variar el volumen **V**, observamos que la altura **h** también varía, o en otras palabras, que **h** es función de **V**.

En esta experiencia haremos mediciones que nos permitirán determinar la relación matemática entre **h** y **V**, es decir, el tipo de función que relaciona **h** con **V**.



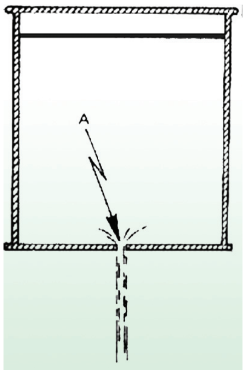
2. Trato de conseguir una vasija cuyo volumen sea de casi 5 litros, y un recipiente de volumen conocido, como una botella de 1 litro, por ejemplo. Empleo la botella, vierto 1 litro de agua en la vasija y mido la altura h conseguida. Añado un litro más al recipiente, mido la altura y sigo con el procedimiento hasta obtener por lo menos 5 valores para h y V. Anoto sus mediciones en una tabla como la siguiente:

V (L)					
h (cm)					

3.
   a) Miro la tabla y digo: ¿Qué sucede con el valor de **h** cuando el valor de **V** se duplica? ¿Y cuando se triplica?. Por lo tanto, ¿qué tipo de relación existe entre **h** y **V**?
   b) Si trazo el gráfico **h-V**, ¿qué es lo que obtengo?. Empleo los datos de la tabla, trazo la gráfica h-V. El resultado obtenido, ¿concuerda con lo que esperaba?
   c) Calculo la pendiente de la gráfica que elaboré (no olvido indicar las unidades de la misma).
   d) Ahora podré escribir la relación matemática entre **h y V**. Lo haré.

Segundo experimento

1. Considero un recipiente lleno de agua, en cuyo fondo se hace un orificio de área A. Dejo que el agua salga por el orificio (ver la figura de este experimento) puedo medir el tiempo t necesario para que el recipiente se vacíe. Naturalmente, el valor de t dependerá del valor del área A del orificio, o sea, que t es función de A. Voy a tratar de obtener, experimentalmente, el tipo de función que relaciona t y A.



2. Tomo un bote (de casi 1 litro de volumen) y con un clavo grueso le hago un orificio, de dentro hacia fuera, en el fondo. Designo por **a** el área de dicho agujero. Aplasto un poco el fondo de la lata, redondeándolo hacia fuera, para percibir con mayor precisión el instante en que termina el escurrimiento.

   Lleno completamente la vasija y dejo que el agua escurra totalmente por el orificio, anotando el tiempo t que se requiere para ello. Para medirlo, uso un cronómetro o un reloj con instantero, y si fuera necesario, pido a un compañero que me ayude.

   Hago, con el mismo clavo, otro orificio en el fondo de la vasija. Vuelvo a llenarla y anoto el tiempo que tarda el agua para escurrir por ambos orificios, es decir, a través de un área A = 2a. Repito el experimento haciendo que el agua escurra, sucesivamente, por tres orificios (A = 3a), cuatro orificios (A = 4a), y cinco orificios (A = 5a). Anoto sus mediciones en una tabla como ésta:

A	a	2a	3a	4a	5a
t (s)					

3.

a) Analizo la tabla y digo: ¿Qué sucede con el valor de **t** cuando se duplica el área de **A**? ¿Y cuándo se triplica? ¿Cuándo se cuadruplica? Entonces, ¿qué tipo de relación debe existir entre **t** y **A**?

b) Empleo los valores tabulados, trazo la gráfica **t-A**. ¿Cómo se llama la curva que obtengo?

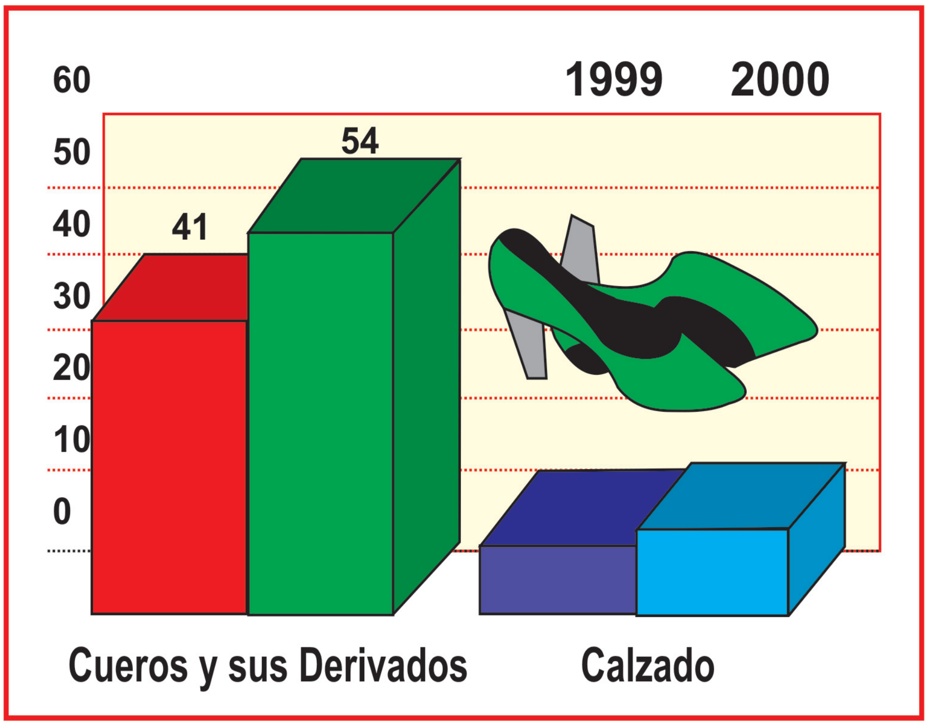
c) Uso el gráfico obtenido, intento determinar cuál sería el tiempo de escurrimiento si el orificio tuviese un área **A** = 2.5a Hago lo mismo para un orificio de área **A** = 0.5a.

d) Acerco una peinilla, previamente frotada con un paño, a cualquiera de los chorros. ¿Qué observo? Describo y comparto lo observado.

ME PREPARO PARA LAS PRUEBAS DEL ICFES

Analizo la información suministrada en las siguientes gráficas, consigno en mi cuaderno la respuesta acertada y socializo con mi subgrupo de trabajo y asesoría del profesor.

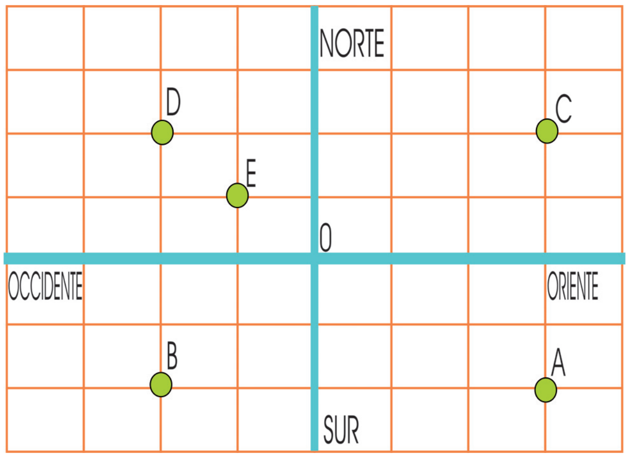
El siguiente gráfico representa las exportaciones de cuero de Colombia en el mes de junio de 2000, comparadas con las exportaciones del año 1999:



A partir de la gráfica anterior se puede afirmar que:

A. El mayor crecimiento en las exportaciones se ha presentado en el cuero y sus derivados.
B. El mayor crecimiento en las exportaciones se ha presentado en el calzado.
C. En el año 2000 se puede llegar a triplicar las exportaciones presentadas en 1999.
D. Al finalizar este año, las exportaciones tendrán un porcentaje de ingresos más amplios.

Con ayuda del cruce de los ejes de referencia, se puede localizar puntos en el plano cartesiano. De igual modo, se logran ubicar direcciones determinadas de las calles y carreras de una ciudad. En el siguiente diagrama, el punto de referencia es O:



1. Es cierto afirmar que:

A. El objetivo (A) se localiza a 3 al oriente y 2 al norte.
B. El objetivo (B) se localiza a 3 al occidente y 2 al norte.
C. El objetivo (C) se localiza a 3 al oriente y 2 al norte.
D. El objetivo (E) se localiza a 3 al occidente y 2 al sur.

2. La distancia mínima para ir del objetivo (D) al objetivo (A) pasando por 0, además de ir siempre en línea recta (horizontal o vertical), es:

A. 10 unidades
B. 12 unidades
C. 8 unidades
D. 9 unidades.

ESTUDIO Y ADAPTACIÓN DE LA GUÍA